

位相不変量によるネットワークの解析

99232071 小田部研究室 廣田 裕二

1. 序論 我々の日常生活の中には、ネットワークで表されるものが多くみられる。例を挙げると物理的な繋がりを持つネットワークとして、インターネット網、送電線、道路網、脳のニューラルネットワークなどが挙げられる。さらに、抽象的な関係を持つネットワークとして、補食関係にある食物連鎖、知人関係のネットワーク、リンク関係にある WWW などが挙げられる。これらのネットワークは、頂点同士が不規則に繋がっているランダムネットワーク (RN) であると考えられていた。しかし、1999 年に Barabási らが、Web ページの各ページが他のページからどの程度リンクされているかを調べた結果、あるページにリンクされている数とその頻度の関係がべき乗則に従うことが判明した。このような構造を持つネットワークのことをスケールフリーネットワーク (SFN) という。また、SFN はネットワーク構造より全ての頂点に対して等確率に発生する故障には強いが、接続している辺の数が多い頂点への意図的な攻撃には弱いという特性を持つ。

本研究では位相幾何学を用いてネットワークの解析を試みた。ネットワークを単体複体とみなすと、位相不変量の 1 つであるベッチ数 (β_0, β_1, \dots) を求めることができる。ベッチ数 β_n とは、独立な n 次元ループの数である。具体的には、 β_0 は辺で繋がっているクラスターの数、 β_1 は閉ループの数を表しており、このベッチ数でネットワークを特徴付けることができる。本研究の目的は、RN や身近なネットワーク構造を持つ SFN を位相不変量の 1 つであるベッチ数により解析することである。また、ベッチ数と耐攻撃性、耐故障性の関係についても検証する。

2. 解析方法 解析するネットワークは 200 頂点、500 辺の SFN を 1000 個生成し、ベッチ数解析を行った。また、任意のネットワークの辺が故障により切断される辺故障、接続辺を最も持つ頂点への攻撃を行う頂点攻撃を行い、それぞれ各回数によるベッチ数の変化を調べた。

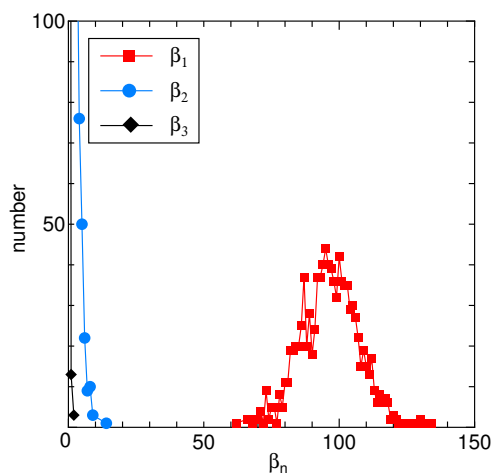


図 1: SFN のベッチ数解析による結果

3. 結果及び検討 図 1 は 1000 個の SFN の解析結果を横軸にベッチ数、縦軸にあるベッチ数の頻度を取ったものを示している。このように、同じ構造を持つ SFN でもベッチ数で解析することにより、ベッチ数の分布が現れることがわかった。ここで図 1 において、 β_1 が最小値となるネットワークを SFN-A、最大値となるネットワークを SFN-B とする。 β_1 はネットワーク中の閉ループの数であるので、 β_1 が大きいと任意の辺が故障により切断される辺故障に対して強くなると予想される。

図 2 は SFN-A, SFN-B のネットワークについてそれぞれ辺故障を 200 回実行したときのベッチ数の平均の変化を表している。また図 3 は SFN-A, SFN-B のネットワークについてそれぞれ頂点攻撃を実行したときのベッチ数の変化を表している。ここで図 2, 3 共に β_0 に注目し比較すると β_1 が小さい SFN-A より、 β_1 が大きい SFN-B の方が β_0 の増加が小さくネットワークが分断されにくい事を示している。よって、同じネットワーク構造を持つ SFN でも β_1 が大きいことによりネットワークの耐故障性、耐攻撃性が強いことがわかった。以上のことから、ベッチ数を用いて攻撃に強いネットワークの生成に用いられることが期待できる。

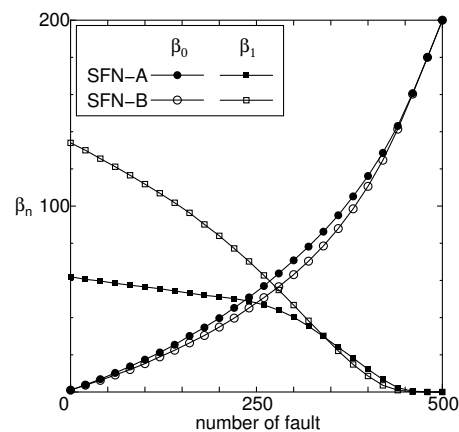


図 2: 辺故障によるベッチ数の変化

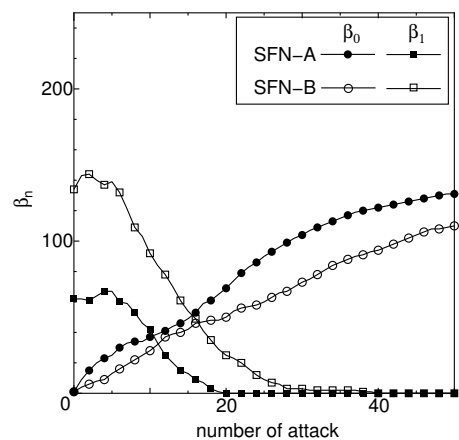


図 3: 頂点攻撃によるベッチ数の変化

4. 学会発表 廣田、小田部、松野：平成 16 年度応用物理学会九州支部学術講演会 於 琉球大学工学部 講演予稿集 vol. 30 28Aa-4 p.88