

ベッチスペクトルによる複雑ネットワークの解析

04232023 小田部研究室 神山 直也

1.はじめに

従来、多くの分野において物質や現象を理解する場合は、よりミクロな視点で理解することで、それから構成される物質や現象はボトムアップ式に理解できると考えられていた。しかし近年ではマクロな視点を抜きにしては物質や現象の働きは解明し難いと認知されている。現在、マクロな視点を獲得するために、大局的かつ様々な対象に適用できる汎用的な解析手法が求められており、大局的かつ汎用的な解析を可能にするモデルとして、ノードとリンクからなるネットワークモデルが存在する。現実をモデル化した複雑なネットワークの性質を一般的に解析することができれば、多くの不可解な現象を解明できると期待される。

位置や長さといった要素を無視した量である位相不変量の一つにベッチ数と呼ばれる量がある。 n 次元ベッチ数は n 次元単体により構成されるサイクルの数を示し、 β_n と表記する。定義どおりにネットワークのベッチ数を計算すると0次元、1次元ベッチ数しか値を持たない。本研究では n 個のノードからなる完全グラフを n 次元単体と見なすことにより、ネットワークの高次元解析を可能としている。ネットワークが非常に複雑になった場合に、高次元ベッチ数は値を持つ。

本研究では、複雑ネットワークの新しい解析手法としてベッチ数の次元毎の値をスペクトル表示した「ベッチスペクトル」を提案し、実際に解析値を示すことでその有効性について議論する。

2.シミュレーション

ベッチスペクトルの有効性を検証するために、いくつかのシミュレーションを行い、それをベッチスペクトルで解析する。比較検討の為に、一般的に用いられている指標(次数分布、クラスター係数、平均経路長、直径)による解析も行った。本稿では、メトロポリス法により生成[1]したネットワークについての解析のみを取り扱う。

3.結果及び検討

ランダムネットワークを初期状態とし、適切なパラメータを与えることでスケールフリーネットワークへと変化させた。初期状態及び生成されたネットワークを図1に示す。図1において、黒い点がノード、青い線がリンクである。非常に複雑であり、一目で詳細がつかみにくいと分かる。これらネットワークを解析することで得られたベッチ数変化を図2、ベッチスペクトルを図3に示す。 $t=0$ [step]のスペクトルを見ると、1次元の値が大きく、他の次元でほぼ値がない。これは、ノード同士が密集しておらず、広く分散している事を表している。時間が経過する、即ちネットワークがスケールフリーネットワークに変化するにつれ、成分が高次元へと推移している。これからネットワーク中の一部のノードが密集し、非常に高い次数を持つハブの集合を形成していることがわかる。また、1次元ベッチ数が減少していることから、ノードが一カ所に集中している様子が分かる。一方、0次元成分は増加、つまり、ネットワークが多く分断されている様子が分かる。以上をまとめると、ノード同士が非常に高密度で集まる一方、多くのノードがネットワークから分離している様子がベッチスペクトルから読み取ることが出来た。

従来の指標が単一的な情報を与えるのに対し、ベッチスペクトルからはいくつかの知見が得ることが出来た。これはネットワークについて定量的に解析するという意味では大きな意味を持つと考えられる。さらに研究を進めていくことで、ベッチスペクトルは効果的な解析手法となるこ

とが期待できる。しかし、まだベッチスペクトルが持つ意味については未知の領域が多い。また、解析前にネットワークに対して前処理を行う事でさらに有用な知見を得ることが出来るかも知れない。これらについては、今後の研究課題である。

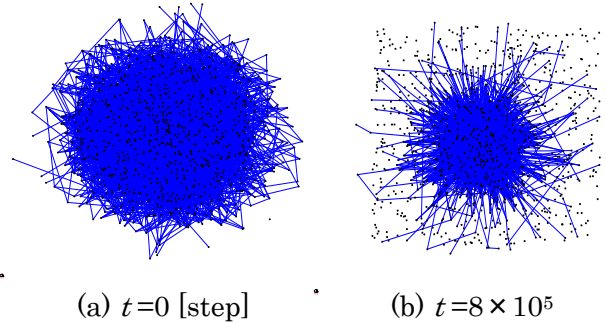


図1: [a]初期ネットワークと[b]メトロポリス法によるネットワーク変化[1]適用後のネットワーク

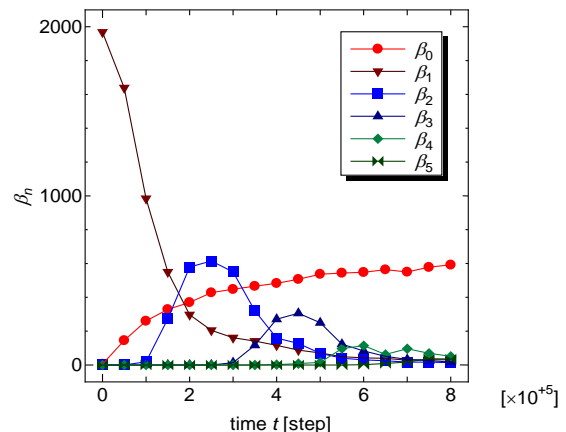


図2: ネットワーク変化過程における各次元ベッチ数の時間変化

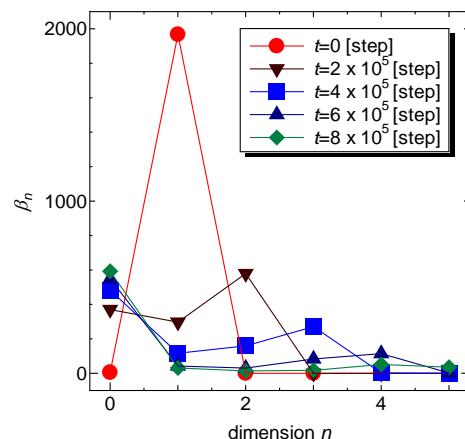


図3: ネットワーク変化過程におけるベッチスペクトル

参考文献

1) 増田誠也, 複雑ネットワークの生成と解析, 九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文(2007).