

遺伝的アルゴリズムを用いた磁束クリーブ・フロー モデルのパラメータ解析

小田部研究室

04232008

枝本 剛典

平成 22 年 2 月 18 日

電子情報工学科

目次

第1章	序章	1
1.1	序論	1
1.2	不可逆磁界	3
1.3	磁束クリーブ・フローモデル	4
1.3.1	磁束クリーブ	4
1.3.2	磁束クリーブによる電界	6
1.3.3	磁束フローによる電界	8
1.3.4	ピン・ポテンシャル U_0	9
1.3.5	磁束クリーブ・フローモデル	10
1.4	遺伝的アルゴリズム	12
1.4.1	概要	12
1.4.2	個体操作	12
1.4.3	実数値 GA	14
1.4.4	島モデル	16
1.4.5	Fisher-Yates 法	16
1.4.6	研究目的	17
第2章	解析	19
2.1	概要	19
2.2	解析手順	19
第3章	解析結果および考察	23
3.1	計算データを用いた解析	23
3.2	実験データを用いた解析	26
3.3	改良を行ったモデルを用いた解析	29

3.4 考察	32
第4章 結論	34
参考文献	35

表 目 次

2.1	解析時のパラメータの範囲	20
2.2	計算値	20
2.3	SQUID による実験値 ($B = 1[\text{T}]$)	21
2.4	SQUID による実験値 ($B = 2[\text{T}]$)	21
2.5	SQUID による実験値 ($B = 3[\text{T}]$)	21
2.6	SQUID による実験値 ($B = 4[\text{T}]$)	21
2.7	SQUID による実験値 ($B = 5[\text{T}]$)	22
2.8	SQUID による実験値 ($B = 6[\text{T}]$)	22
3.1	計算データを用いた解析における各パラメータの分散	23
3.2	実験データを用いた解析における各パラメータの分散	26
3.3	移住先設定前	30
3.4	1 回目移住先設定後	30
3.5	2 回目移住先設定後	30
3.6	改良を行ったモデルにおける各パラメータの分散	30

目 次

1.1	様々な温度での臨界電流密度 J_c の磁場依存性 [4]	3
1.2	温度-磁界平面上の相境界 $B_{c2}(T)$ と不可逆曲線 $B_i(T)$	4
1.3	磁束バンドルの位置に対するエネルギー変化の概念	5
1.4	縦方向の磁束バンドルサイズ L と超伝導体の厚さ d の関係の 模式図	10
1.5	A の分布の概形	11
1.6	BLX- α	15
1.7	移住イメージ図	17
1.8	Fisher-Yates イメージ	18
3.1	計算データを用いた解析結果	24
3.2	計算データを用いた解析における最悪解	24
3.3	計算データを用いた解析における最良解	25
3.4	実験データを用いた解析結果	27
3.5	実験データを用いた解析における最悪解	27
3.6	実験データを用いた解析における最良解	28
3.7	改良を行ったモデルを用いた解析結果	30
3.8	改良を行ったモデルを用いた解析における最悪解	31
3.9	改良を行ったモデルを用いた解析における最良解	31

第1章 序章

1.1 序論

現在、超伝導体はMRI(核磁気共鳴画像法)やSQUID(超伝導量子干渉計)などに使われている。磁気浮上式鉄道への利用も、商業路線建設のめどが立っている。[1] さらに、実用化には達していないものの超伝導送電ケーブルなども既に試験的に運用されている。[2] この他にも電力、情報通信、エレクトロニクスなど広範囲の分野で超伝導体の応用が期待されている。超伝導が初めて発見されたのは20世紀初頭であり、それほど歴史は長くない。1908年にオランダのKamerlingh-Onnesはそれまで永久気体であると考えられていたヘリウムの液化に成功した。当時は絶対零度での金属の電気抵抗の振る舞いについての論争があったこともあり、高純度が得られた水銀について電気抵抗の測定を行った。そして4 K近傍でその値が測定不可能となる程に小さくなる事を発見し、この状態を超伝導状態と名づけた。水銀が世界で最初に発見された超伝導体である。当初これを利用し高磁界を発生させる電磁石を作ろうと試みたが失敗している。これは水銀の超伝導状態が低い磁界で壊れてしまう事が原因であった。この後超伝導体は長い間実用化されることはなく、現象論としてLondon理論、Ginzburg-Landau理論などが発表されたものの超伝導現象の本質的な理解は進んでいなかった。しかし、1950年代に金属系超伝導体の超伝導発現機構を説明するBCS理論によって、超伝導現象の本質的な理解が可能となった。その後、応用のための技術が進み、新たな超伝導材料の発見と冷凍技術の発達があった。BCS理論によると、超伝導体は超伝導状態から常伝導状態に移行する温度、臨界温度 T_c は30 Kを超えないだろうと考えられていたが、1986年にBednorzとMüllerによって30 Kを超える酸化物超伝導体、La-Ba-Cu-Oが発見され

た。その後も様々な超伝導体が発見され、 T_c が 130 K を越える物質も発見されている。 T_c が 25K を超える超伝導体を高温超伝導体と呼び [3]、これらの多くは液体窒素の沸点 (77 K) を大きく越えた T_c をもつ。冷却用に液体ヘリウムを使わなければならなかった従来の超伝導体に比べ、高温超伝導体は液体窒素で超伝導状態に遷移するため、冷却コストの低減が見込まれる。しかしながら、20 年以上を経た今日では高温超伝導体の応用の難しさが理解され、単なる臨界温度の高い超伝導体の追求やそれらの構造解析だけでなく、超伝導機器としての応用のために超伝導体の特性をより詳しく解析することが必要となっている。

現在応用が期待されている高温超伝導体線材の代表的なものとして挙げられるのが、Y 系超伝導線材と Bi 系超伝導線材である。Bi 系超伝導線材は、圧延などの機械的な応力で容易に加工することが可能であるため、km オーダーの線材を作ることが容易である。一方、Y 系超伝導線材は特殊な方法で作製する必要があるため、長尺化も容易ではない上、作製コスト面での課題もある。しかし、Bi 系超伝導体に比べて高温高磁界における臨界電流特性 (図 1.1 参照 [4]) に優れているため、次世代線材として期待されている。臨界電流特性が優れているとは、電気抵抗を発生させることなく流すことのできる電流密度の最大値である臨界電流密度 J_c が高いことを表している。この J_c を決定する機構は磁束ピンニングである。磁界中において電流を流すと、内部の磁束線 (量子化磁束) に Lorentz 力が働き、磁束がこの力によって動くことにより誘導起電力が生じて電気抵抗が発生し、常伝導体と同じような振る舞いを示す。この磁束線の運動を止める作用をピンニングといい、超伝導の様々な欠陥がその作用を引き起こす。このピンニングによる力を強くすることにより、より大きな J_c を得られることができる。

このような応用分野を考える際に必要となるのが、高温超伝導体の輸送特性 (電圧-電流特性) の定量的記述である。元来、金属系超伝導体においても輸送特性の定量的記述が行われてきたが、結晶構造に起因する 2 次元性や熱振動の影響による磁束クリープ (1.3 節参照) などのため、従来の輸送特性とは大きく異なる。特に、高温領域における磁束クリープによる超

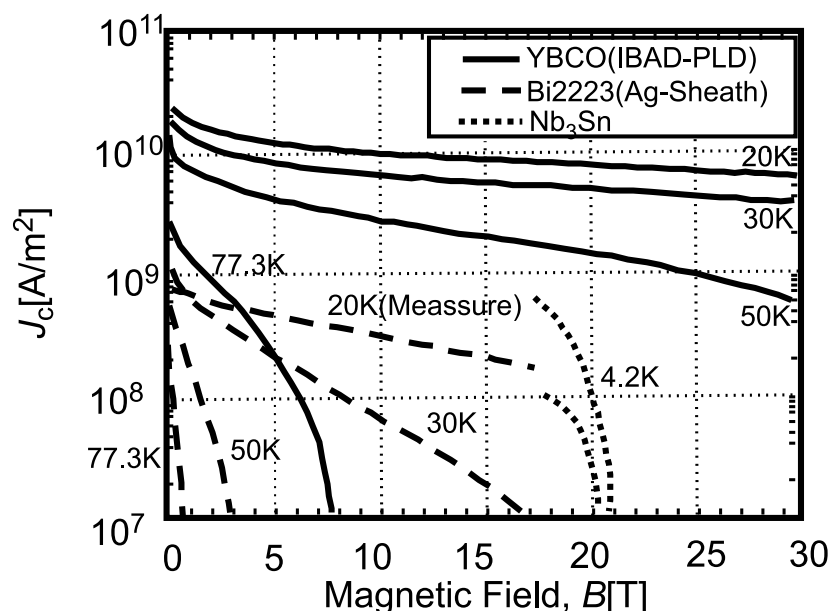


図 1.1: 様々な温度での臨界電流密度 J_c の磁場依存性 [4]

伝導体の臨界電流特性の劣化が大きな問題として取り上げられている。

磁束クリープによる影響は磁束クリープフローモデルによって計算することが可能であるが、この計算を行うに当たっては材料固有のパラメータを適切に設定する必要がある。しかしこのパラメータを決定することは難しく、現在は経験に頼っている部分がある。このパラメータの最適値の決定を遺伝的アルゴリズムを用いて行っていくのが本研究のテーマである。

1.2 不可逆磁界

一般的に超伝導体は、第1種と第2種に分類され、現在実用化に向けて研究が進んでいるものは、超伝導状態が高磁界下まで存続出来る第2種超伝導体である。ピンニング相互作用は超伝導状態が消失する上部臨界磁界 B_{c2} まで存在すると考えられるので、不可逆性も B_{c2} まで存在すると思われるが、実際には B_{c2} の近くではピンニングが有効でなくなり、磁化は可逆となる。この $J_c = 0$ と $J_c \neq 0$ の境界の磁界を不可逆磁界といい、図1.2に示すように、磁界-温度平面上において不可逆磁界を連ねた曲線 $B_i(T)$ 不可逆曲線 (irreversibility line) と呼ぶ。なお、ピンニングが有効な時に超伝導体の磁化が不可逆となるのは、磁束がピン止めによって常に Lorentz 力とは反対向

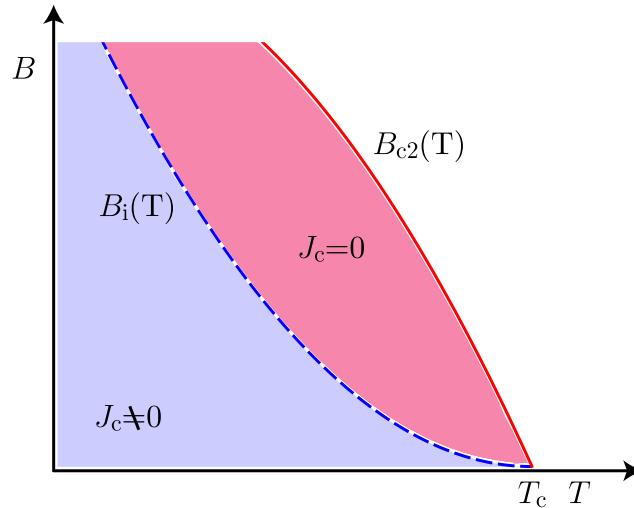


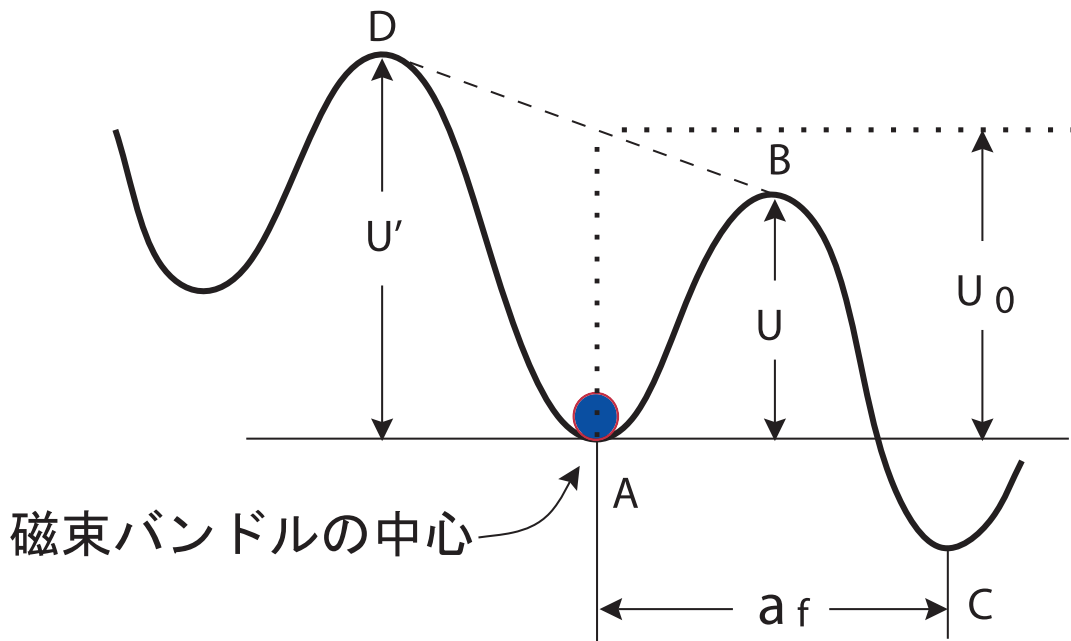
図 1.2: 温度-磁界平面上的の相境界 $B_{c2}(T)$ と不可逆曲線 $B_i(T)$

きに力を受けることによる。

1.3 磁束クリープ・フローモデル

1.3.1 磁束クリープ

磁束クリープ [5] とは、ピンニングをもたらす欠陥に捕まった磁束線が熱振動によってある確率でピンポテンシャルからはずれてしまう磁束線の運動のことである。理論上では、超伝導体に流れる電流は外部環境が変わらなければ減衰しないと考えられるが、実際に超伝導体試料の直流磁化を長時間にわたって測定すると磁化の減衰が見られる。外部環境が一定の状態では遮蔽電流が時間とともに減衰しており、これはピンニングによる超伝導電流が真の永久電流でないことを示している。これは磁束線がピン止めされた状態が、エネルギーの局所的な極小に対応した準安定状態でしかなく、真の平衡状態でないことを示している。そのため遮蔽電流のない真の平衡状態へ向かうため緩和、すなわち、遮蔽電流の減衰が起こる。前述したピン止めされた磁束線は何本かの集団になって運動すると考えられ、こ



磁束クリープ

図 1.3: 磁束バンドルの位置に対するエネルギー変化の概念

れを磁束バンドルと呼ぶ。電流が流れている状態での1つの磁束バンドルを考えることとする。その磁束バンドルを Lorentz 力の方向に仮想的に変位させていった場合のエネルギー変化は図 1.3 のようになると考えられる。図の谷の部分（点 A、点 C）は磁束バンドルがピン止めされている状態である。図が全体として右下がりになっているのは Lorentz 力による仕事を考慮しているためである。磁束バンドルがピン止された状態からはずれるためには、点 B のエネルギー・バリアを越えなければならない。熱振動がなければ磁束バンドルが動くことがないため、この図の状態が安定である。

熱エネルギー $k_B T$ (k_B は Boltzmann 定数) がエネルギー・バリア U よりも十分小さい場合は、このバリアを越える確率は Arrhenius の式 $\exp(-U/k_B T)$ で与えられる。この U を活性化エネルギーという。磁束バンドルが磁束線格子間隔 a_f だけ変位すると、ほぼ元の状態に戻ると予想されるので、 a は a_f 程度の量であると考えられる。よって磁束バンドルのエネルギーはほぼ磁束線格子間隔 a_f の周期で周期的になっていると予想される。このことから磁束バンドルが磁束クリープを起こして一度に飛ぶ距離は磁束線格子間

隔 a_f 程度であるとしてよいと考えられる。したがって磁束バンドルの熱振動周波数を ν_0 とすると Lorentz 力方向の平均の磁束線の移動速度 v_+ は

$$v_+ = a_f \nu_0 \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) \quad (1.1)$$

となる。Lorentz 力とは逆方向の平均の磁束線の移動速度を考慮して、全体としての平均の磁束線の移動速度 v は

$$v = a_f \nu_0 \left[\exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{U'}{k_B T}\right) \right] \quad (1.2)$$

となる。 U' は Lorentz 力と逆方向の運動に対する活性化エネルギーである。また、クリープの際の磁束バンドルの振動周波数 ν_0 は

$$\nu_0 = \frac{\zeta \rho_f J_{c0}}{2\pi a_f B} \quad (1.3)$$

となる。 ζ はピンの種類に依存する定数であり、点状ピンの場合は $\zeta \simeq 2\pi$ 、非超伝導粒子の場合は $\zeta = 4$ であることが知られている。 ρ_f はフロー比抵抗、 J_{c0} は 1.3.2 節で説明する仮想的な臨界電流密度である。したがって $E = B \times v$ の関係より、生じる電界の大きさは

$$E = B a_f \nu_0 \left[\exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{U'}{k_B T}\right) \right] \quad (1.4)$$

となる。(1.4) 式は超伝導体に電気抵抗があることを示し、この抵抗による遮蔽電流の減少が磁化の緩和の原因である。

1.3.2 磁束クリープによる電界

磁束クリープにより発生する電界は (1.4) 式のように与えられる。一般的には、磁束バンドル位置に対するエネルギーの変化は、図 1.3 のようなポテンシャルで近似的に与えられる。このポテンシャルを

$$F(x) = \frac{U_0}{2} \sin(kx) - fx \quad (1.5)$$

のように正弦的なものと仮定する。 $U_0/2$ はポテンシャルの振幅、 $k = 2\pi a_f$ はポテンシャルの周期、 $f = JBV$ はローレンツ力の傾きを表し、 V は磁束バンドルの体積である。また、 x は磁束バンドルの中心位置である。

磁束バンドルが平衡位置にあるときを $x = -x_0$ とし、 $x = x_0$ のときのエネルギーが極大となる。つまり、それぞれの位置でのエネルギー変化はゼロになるので、 $F'(x)$ は0となる。これより

$$x_0 = \frac{a_f}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \quad (1.6)$$

が求まる。図1.3からエネルギー・バリア U は $U = F(x_0) - F(-x_0)$ で与えられるので

$$\begin{aligned} U &= U_0 \sin \left[\cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \right] - \frac{fa_f}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \\ &= U_0 \left[\left\{ 1 - \left(\frac{2f}{U_0k} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{2f}{U_0k} \cos^{-1} \left(\frac{2f}{U_0k} \right) \right] \quad (1.7) \end{aligned}$$

と表される。ただし $\sin(\cos^{-1}(x)) = \sqrt{1-x^2}$ を用い、 $k = a_f/2\pi$ とする。熱振動がなければ、 $U = 0$ となる理想的な臨界状態となり、 $2f/U_0k = 2J_{c0}BV/U_0k = 1$ の際にこの条件を満たす。このとき $J = J_{c0}$ となることから一般に

$$\left(\frac{2f}{U_0k} \right) = \frac{J}{J_{c0}} \equiv j \quad (1.8)$$

の関係が得られる。 j は規格化電流密度である。また、 J_{c0} はクリーブがないと仮定したときの仮想的な臨界電流密度であり、経験的に

$$J_{c0} = A \left[1 - \frac{T}{T_c} \right]^m B^{\gamma-1} \left(1 - \frac{B}{B_{c2}} \right)^\delta \quad (1.9)$$

と表現できる。 A , m , γ , δ はピンニング・パラメータである。これより(1.7)式は

$$U(j) = U_0[(1-j^2)^{1/2} - j \cos^{-1} j] \quad (1.10)$$

となる。また、 $k = 2\pi a_f$ 及び(1.8)式より

$$U'(j) \simeq U + fa_f = U + \pi U_0 j \quad (1.11)$$

となる。これらより (1.4) 式を整理すると

$$E = Ba_f \nu_0 \exp \left[-\frac{U(j)}{k_B T} \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0 j}{k_B T} \right) \right] \quad (1.12)$$

のように求まる。

1.3.3 磁束フローによる電界

磁束フローとは、磁束クリープ状態からさらに電流を流したとき、ピン力が Lorentz 力を支えきれなくなりすべての磁束線が連続的に運動している状態である。超伝導体に電流が流れていて、外部磁界が加わっているとき単位体積の磁束線に働く Lorentz 力は $J \times B$ で与えられる。一方、磁束線がこの力で超伝導体内を動こうとすると磁束線は逆向きの力を受ける。Lorentz 力の方向の単位ベクトルを $\delta = v/|v|$ とすると、静的釣り合いが取れる場合、つまり $J < J_c$ の場合は釣り合いの式は

$$J \times B - \delta F_p = 0 \quad (1.13)$$

となる。 F_p はピン力の強さである。 $|J| = J_c$ の時 F_p は最大となり、 $J_c = F_p/B$ の関係が得られる。一方、 $J > J_c$ となると粘性力が働き、それを考慮した釣り合いの式は

$$J \times B - \delta F_p - \frac{B}{\phi_0} \eta v = 0 \quad (1.14)$$

となる。 ϕ_0 は量子化磁束、 η は粘性係数である。この式を $J_c = F_p/B$ 、 $E = B \times v$ の関係を用いて J について解くと

$$J = J_c + \frac{E}{\rho_f} \quad (1.15)$$

となる。 $\rho_f = B\phi_0/\eta$ はフロー比抵抗である。(1.15) 式を E について整理すると、磁束フローにより発生する電界は

$$E = \rho_f (J - J_{c0}) \quad (1.16)$$

となる。

1.3.4 ピン・ポテンシャル U_0

磁束クリーブによる超伝導電流の緩和率や、不可逆曲線を決定する上で重要なピン・ポテンシャル・エネルギー U_0 は磁束バンドルの体積 V 、 ζ を用いて次のように表される

$$U_0 = \frac{1}{2\zeta} J_{c0} B a_f V \quad (1.17)$$

a_f は ϕ_0 を磁束量子として $(2\phi_0/\sqrt{3}B)^{1/2}$ となる。(1.17) 式から、ピンニング力だけでなく超伝導体の磁束バンドルの体積が、 U_0 を決定する上でも非常に重要なことが分かる。ここで、磁束バンドルを図1.4のようなモデルで考える。縦方向の磁束バンドルサイズを L 、横方向の磁束バンドルサイズを R 、超伝導体の厚さを d とすると、 L と d の大小関係によって磁束バンドルのサイズ V が異なる値をとる。それぞれの場合に応じて L 、 R 、 d を与えることで、対応した U_0 を理論的に計算することが可能であり、以下のようになる。 R は磁束線格子間距離 a_f 程度かその数倍であると考えられており、

$$R = g a_f \quad (1.18)$$

のように表す。 g^2 は磁束バンドル中の磁束の本数である。 L は

$$L = \left(\frac{C_{44}}{\alpha_L} \right)^{1/2} = \left(\frac{B a_f}{\zeta \mu_0 J_{c0}} \right)^{1/2} \quad (1.19)$$

で求めることができる。 $C_{44} = B^2/\mu_0$ は磁束線の曲げの歪みに対する弾性定数、 α_L は Labusch パラメーターである。磁束バンドのサイズは $V = R^2 L$ から求められるが、超伝導体の厚さ d が縦方向の磁束バンドルサイズ L より大きい場合 (図1.4の左図) は

$$U_0 = \frac{0.835 g^2 k_B J_{c0}^{1/2}}{\zeta^{3/2} B^{1/4}} \quad (1.20)$$

となり、 d が L より小さい場合 (図1.4の右図) は

$$U_0 = \frac{4.23 g^2 k_B J_{c0} d}{\zeta B^{1/2}} \quad (1.21)$$

となる。

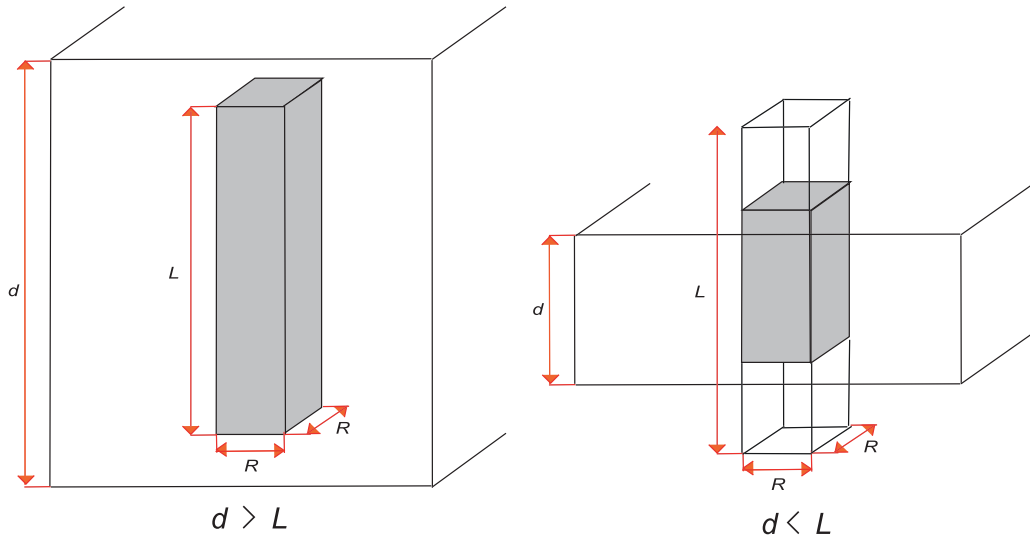


図 1.4: 縦方向の磁束バンドルサイズ L と超伝導体の厚さ d の関係の模式図

1.3.5 磁束クリープ・フローモデル

このように超伝導体では磁束クリープ、磁束フローにより電界が発生する。これらはそれぞれの場合において以下の式で求めることができる。

- クリープ状態 ($j < 1$)

$$E_{\text{cr}} = Ba_f \nu_0 \exp \left[-\frac{U(j)}{k_B T} \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0 j}{k_B T} \right) \right]$$

$$E_{\text{ff}} = 0$$

- フロー状態 ($j \geq 1$)

$$E_{\text{cr}} = Ba_f \nu_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0}{k_B T} \right) \right]$$

$$E_{\text{ff}} = \rho_f (J - J_{c0})$$

これらから発生する電界 E は

$$E = (E_{\text{cr}}^2 + E_{\text{ff}}^2)^{1/2} \quad (1.22)$$

となる。

一般に酸化物超伝導体は超伝導体内の不均一さが著しく、また弱結合などもあってピン力密度が広く分布する。(1.9)式のピン力の強さを表すパラメータ A の分布を以下のような式で表現すると、その概形は図1.5のようになる。

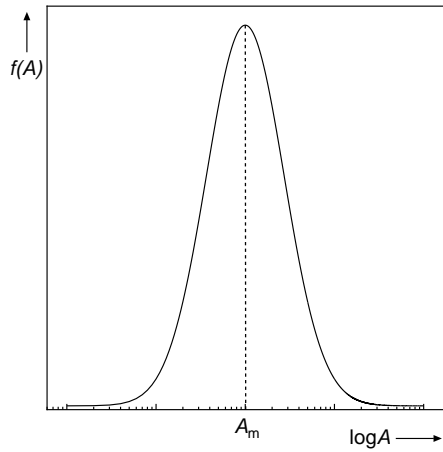


図 1.5: A の分布の概形

$$f(A) = K \exp \left[-\frac{(\log A - \log A_m)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (1.23)$$

K は規格化定数、 σ^2 は分布幅を表すパラメータ、 A_m は A の最頻値である。このような A の分布を考慮にいと、発生する全体の電界は

$$E(J) = \int_0^{\infty} E f(A) dA \quad (1.24)$$

と表される。

以上の内容より解析に必要なパラメータは A_m 、 σ^2 、 m 、 γ 、 g^2 であり、これらを遺伝的アルゴリズムを用いて解析することとなる。

これらパラメータの意味を以下にまとめる。

- A_m : ピンカ最頻値を表す。この値が大きくなれば臨界電流密度 J_c は低下し、 E は上昇する。
- σ^2 : ピンの分散を表す。この値が大きくなれば J_c は上昇し、 E は低下する。
- γ : クリープがないと仮定したときの仮想的な臨界電流密度 J_{c0} の磁場依存性を示す。この値が大きくなれば低磁場における J_{c0} の磁場依存性が小さくなる。0~1の範囲をとる。
- m : J_{c0} の温度依存性を示す。この値が大きくなれば低磁場における J_{c0} の温度依存性が大きくなる。

- g^2 : 磁束バンドル内の磁束数を示す。1 より大きな値をとる。

1.4 遺伝的アルゴリズム

1.4.1 概要

遺伝的アルゴリズム (以下 GA) とは 1975 年にミシガン大学の John Henry Holland によって提案された近似解探索のアルゴリズムである。このアルゴリズムはメタヒュースティックアルゴリズムであり、特定の問題に依存しない、近似解の精度の保証がないという特徴がある。選択、交叉、突然変異といった生物の遺伝を模した操作を行うことによって、解の探索を行っていくものである。これらの内容については 1.4.2 節以降で説明する。

以下にアルゴリズムの流れの例を示す。

1. 個体数 N を格納できる配列を 2 つ用意する。これらを現世代を格納する配列 (以下 now) と次世代を格納する配列 (以下 next) とする。
2. 現世代の配列にランダムな遺伝子を持つ個体を格納する。
3. 事前に用意した任意の評価関数に従って配列 now の各個体の評価を行い、適応度を計算する。
4. 確率的に選択、交叉、突然変異を行う。
5. 4 の動作を配列 next の個体数が N になるまで繰り返す。
6. 配列 next の個体を配列 now にコピーする。
7. 3 以降の動作を最大世代まで繰り返し、最終的な配列 now の個体の中で適応度が最も高いものを解とする。

1.4.2 個体操作

GA では選択、交叉、突然変異といった操作を行うことによって、解の探索を行っていく。この節ではこれらの説明を行う。

選択

この操作は自然淘汰をモデルとしたものである。適応度を用いたアルゴリズムに従い、個体を操作する。例をいくつか示す。

ルーレット選択

個体数 N のある世代を対象に選択を行うとする。この時に個体 i が選ばれる確率を P_i 、 i の適応度を f_i とすると

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{k=1}^N f_k}$$

となるように選択を行っていく方法である。適応度をスケールリングして用いる場合もある。

ランキング選択

各個体を適応度の高い順に順位付けし、一位は確率 P_1 、二位は P_2 のようにあらかじめ順位に対して決まった確率を用いて選択する方法である。

エリート選択

その世代の個体の中で適応度が最も高い、もしくは上位から任意の個体数を保存し、確実に次世代に引き継ぐ操作である。選択により最適解が悪化することを防げる反面、解の多様性が失われる可能性がある。

交叉

この操作は交配をモデルとしたものであり、各個体を持つ変数の値を入れ替える操作である。例をいくつか示す。以下の例では遺伝子長 10、遺伝子表現はバイナリ形式の以下の 2 個体間での交叉を行うものとする。

個体 A : 1001001100

個体 B : 0101011010

なおこの章でこれ以降に | が出てきた際は交叉点を示す。

一点交叉

任意の一点 (通常ランダムで選ばれる) を交叉点とし、それ以降の

データを入れ替える。

個体 A : 100100|1100→100100|1010

個体 B : 010101|1010→010101|1100

二点交叉

任意の二点を交叉点とし、これらに挟まれた部分のデータを入れ替える。

個体 A : 10|01001|100→10|01011|010

個体 B : 01|01011|010→01|01001|100

一様交叉

各変数それぞれをランダムに 1/2 の確率で入れ替える。

個体 A : 1001001100→1101001010

個体 B : 0101011010→0001011100

突然変異

この操作は突然変異をモデルとしたものであり、事前に決めた突然変異率に従い確率的に変数を変化させるものである。局所解への収束を防ぐ効果が期待できるが、突然変異率が高すぎると乱数解析に近づき解の収束に影響が出てくる。

1.4.3 実数値 GA

前節で説明した操作は個体のもつ遺伝子がビット形式で表現される際のものである。実際の数値解析に用いる際には遺伝子を実数で表現するほうが扱いやすいため、交叉や突然変異のような処理を実数型で考える必要がある。ここではそのために用いられるアルゴリズムを示す。[6]

選択

この操作はビット形式の GA の場合と基本的には同じでよい。

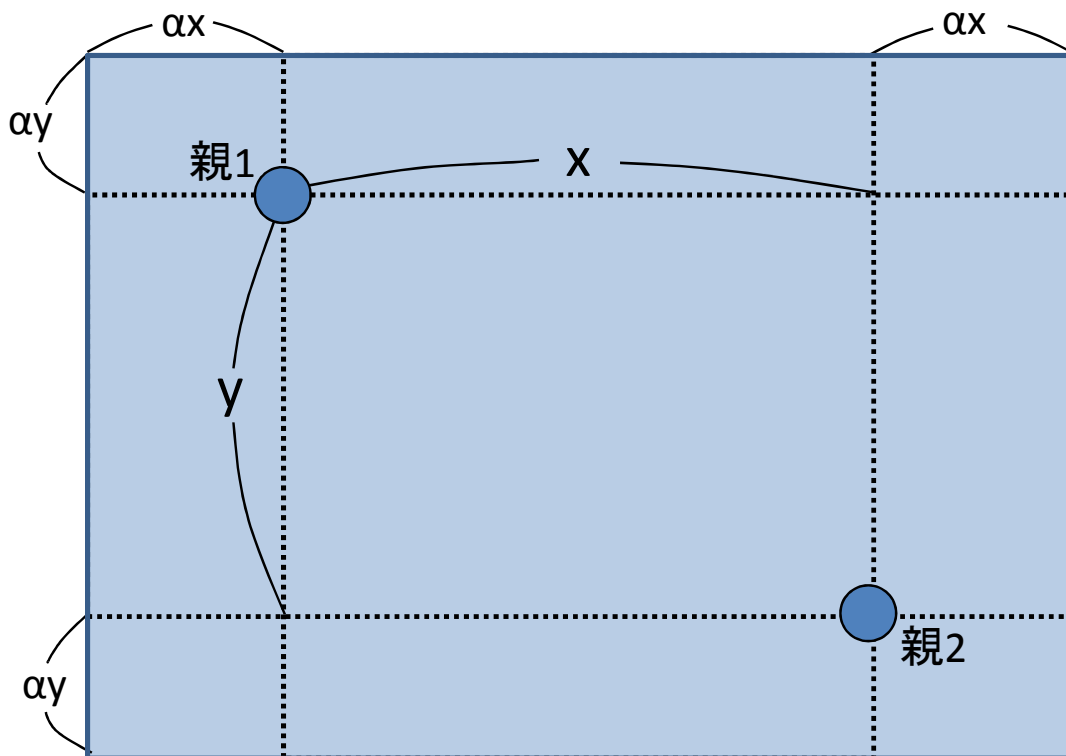


図 1.6: BLX- α

交叉

アルゴリズムとしてブレンド交叉 (BLX- α)、単峰性正規分布交叉 (UNDX)、シンプレックス交叉 (SPX) などが知られている。以下では今回の実験で用いた BLX- α の説明を行う。

2次元関数 A 、 B があり、それらの変数の値をそれぞれ $A = X_1, Y_1$ 、 $B = X_2, Y_2$ とする。また $X_1 < X_2$ 、 $Y_1 < Y_2$ とする。この際に生成される子の遺伝子を X_3 、 Y_3 とすると

$$X_1 - \alpha(X_2 - X_1) \leq X_3 \leq X_2 + (X_2 - X_1)$$

$$Y_1 - \alpha(Y_2 - Y_1) \leq Y_3 \leq Y_2 + (Y_2 - Y_1)$$

のように選ぶ方法である。すなわち図 1.6 に示すような両親の各変数を頂点とする多次元直方体を両側に α 倍拡張したものの内部から選択するという方法である。

突然変異

一様突然変異と境界突然変異という2種のアルゴリズムが知られている。 $0 \leq X \leq 10$ の範囲内での解析を行っているとは仮定した場合、一様突然変異はこの範囲内から一様に実数値を生成する。これに対して境界突然変異は0若しくは10が発生する乱数となる。境界突然変異は前述の交叉により発生しにくい、変数の許容範囲の境界線上の値を持つ個体を生成するために用いられる。

1.4.4 島モデル

島モデルは分散GAの手法の一つである。[6]母集団を分散させることにより、遺伝子の多様性を保つことが可能となり、初期収束に陥る可能性を減らすことができる。島同士の個体の交換は移住という操作で行う。この操作は任意の世代ごとに任意の個体数を他の島に移住させるという操作である。この際に移住先を決める操作は複数考えられるが、今回はFisher-Yates法を用いたランダムリングを形成することにより行っている。図1.7はその一例である。矢印は移住先と移住方向を示す。矢印が自分の島を指している場合は、今回はこの島からの移住はないという意味である。

1.4.5 Fisher-Yates法

Fisher-Yates法とはある要素群を重複させずランダムに入れ替える方法である。A~Jまでの10個の要素を入れ替える場合を例にして説明する。この要素は配列に格納されており、 $[0]=A$ 、 $[1]=B$ 、.....、 $[9]=J$ とする。また N は現在ソートの対象となっている配列をあらわす。初期値は9である。

1. $[N]$ に入っている要素を $[0] \sim [N]$ に入っている要素いずれかと入れ替える。この際の要素の選択はランダムに行われる
2. N を1小さくする。
3. N が0になるまで上記の動作を繰り返す。

図1.8はこの処理を図で表したものである

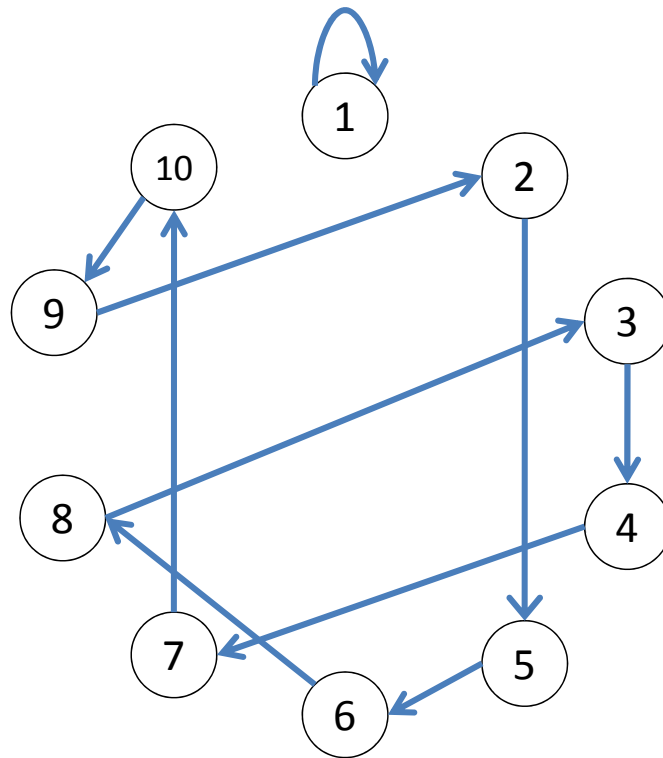


図 1.7: 移住イメージ図

1.4.6 研究目的

磁束クリープ・フローモデルを解析に用いる際に必要なパラメータの最適化は、経験に頼って行っている部分があり、これがモデルを用いる際の妨げとなっている。本研究ではパラメータの最適化をGAを用いて行うことにより、解析の簡素化を目的とする。

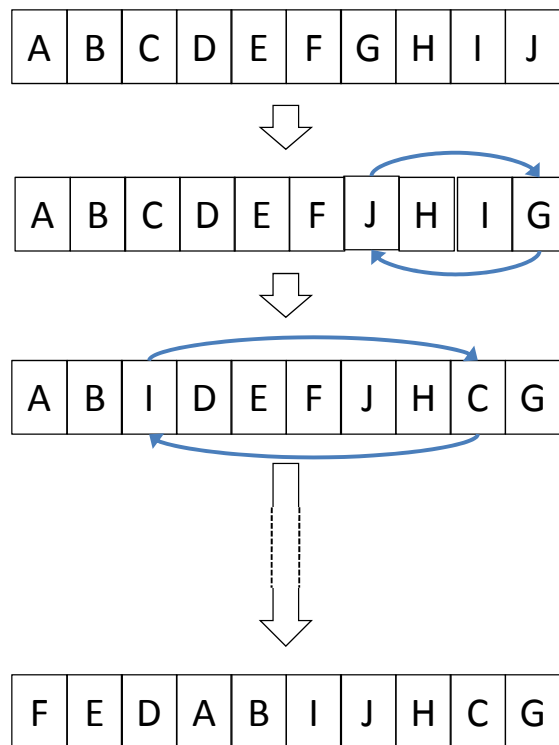


図 1.8: Fisher-Yates イメージ

第2章 解析

2.1 概要

1章で述べたように磁束クリープフローモデルを用いて解析をする際には、線材ごとに適切なパラメータを決定する必要がある。このパラメータは手動で経験に頼って決定されているのが現状であり、決定に時間がかかることやこのモデルを利用するための敷居が高くなっているという問題点がある。本研究ではSQUIDによって導き出された E - J 特性のデータに対して、GAを用いてパラメータを変化させ最適な組み合わせを求めることを目的とする。

2.2 解析手順

超伝導体の E - J 特性は前章で解説したように (1.24) 式を用いて表すことができる。しかしこの式にはパラメータが含まれているため、これらを適切に決定する必要がある。したがってSQUIDによって実際に測定された値を利用してこれらの決定を行う。左辺に測定された J を代入することにより、あるパラメータの組み合わせの際の E は求めることができる。このようにして求めた E を実験で測定された値と比較することによってパラメータの正当性を検証し、適切な値を決定することが可能となる。このパラメータをGAによって変化させ、最適な近似解を求めるといった手順である。GAは実数値を用いて行い、交叉法としてBLX- α を用いることとする。

今回の解析においては、各パラメータの範囲はすべて表2.1のように設定している。解析に用いるデータは計算値が表2.2、SQUIDを用いた実験による実験値は表2.3~2.8である。これらのデータに手動でパラメータ解析を行った際の最適解は $a = 4.0 \times 10^{11}$ 、 $\sigma = 5.5 \times 10^{-3}$ 、 $\gamma = 6.7 \times 10^{-1}$ 、 $m = 2.1$ で

ある。

表 2.1: 解析時のパラメータの範囲

	最小値	最大値
A_m	1.0×10^{11}	1.0×10^{12}
σ^2	1.0×10^{-3}	1.0×10^{-2}
γ	1.0×10^{-2}	1.0
m	1.0	1.0×10^1
g^2	1.0	1.0

表 2.2: 計算値

$J[\text{A}/\text{m}^2]$	$E[\text{V}/\text{m}]$		
5.6368×10^{10}	9.6058×10^{-15}	2.4144×10^{-9}	1.8654×10^{-6}
6.3246×10^{10}	2.1515×10^{-12}	1.9187×10^{-7}	7.6638×10^{-5}
7.0963×10^{10}	3.0873×10^{-10}	9.7702×10^{-6}	2.0171×10^{-3}
7.9621×10^{10}	2.8341×10^{-8}	3.1836×10^{-4}	1.0141×10^{-1}
8.9337×10^{10}	1.6624×10^{-6}	9.8574×10^{-3}	1.4615
	1	2	3
	$B[\text{T}]$		

表 2.3: SQUID による実験値 ($B = 1$ [T])

J [A/m ²]	E [V/m]
7.68660×10^{10}	5.59272×10^{-9}
7.42259×10^{10}	1.38517×10^{-9}
7.30334×10^{10}	7.96236×10^{-10}
7.22645×10^{10}	5.25248×10^{-10}
7.17027×10^{10}	3.46428×10^{-10}
7.12474×10^{10}	3.34539×10^{-10}
7.08904×10^{10}	2.70030×10^{-10}
7.05584×10^{10}	3.00944×10^{-10}
7.03000×10^{10}	2.40394×10^{-10}
7.00536×10^{10}	2.17719×10^{-10}

表 2.4: SQUID による実験値 ($B = 2$ [T])

J [A/m ²]	E [V/m]
5.65807×10^{10}	3.68179×10^{-10}
5.47681×10^{10}	9.78959×10^{-10}
5.39502×10^{10}	5.41137×10^{-10}
5.34245×10^{10}	3.88880×10^{-10}
5.30426×10^{10}	2.79002×10^{-10}
5.27380×10^{10}	2.57262×10^{-10}
5.24964×10^{10}	1.92272×10^{-10}
5.22823×10^{10}	1.96867×10^{-10}
5.21021×10^{10}	1.45017×10^{-10}
5.19307×10^{10}	1.61484×10^{-10}

表 2.5: SQUID による実験値 ($B = 3$ [T])

J [A/m ²]	E [V/m]
4.70863×10^{10}	3.03159×10^{-9}
4.56100×10^{10}	7.68301×10^{-10}
4.49578×10^{10}	4.39030×10^{-10}
4.45444×10^{10}	2.81623×10^{-10}
4.42247×10^{10}	2.46847×10^{-10}
4.39840×10^{10}	1.93908×10^{-10}
4.37838×10^{10}	1.96516×10^{-10}
4.36157×10^{10}	1.51254×10^{-10}
4.34736×10^{10}	8.24037×10^{-11}
4.33405×10^{10}	1.02671×10^{-10}

表 2.6: SQUID による実験値 ($B = 4$ [T])

J [A/m ²]	E [V/m]
4.11156×10^{10}	2.57303×10^{-9}
3.98608×10^{10}	6.76500×10^{-10}
3.93083×10^{10}	3.61513×10^{-10}
3.89567×10^{10}	2.48313×10^{-10}
3.86882×10^{10}	1.93187×10^{-10}
3.84835×10^{10}	1.61932×10^{-10}
3.83145×10^{10}	1.32613×10^{-10}
3.81717×10^{10}	1.02972×10^{-10}
3.80505×10^{10}	8.08992×10^{-11}
3.79423×10^{10}	5.93166×10^{-11}

表 2.7: SQUID による実験値 ($B = 5[\text{T}]$)

$J[\text{A}/\text{m}^2]$	$E[\text{V}/\text{m}]$
3.65821×10^{10}	2.44979×10^{-9}
3.54588×10^{10}	5.78768×10^{-10}
3.49646×10^{10}	3.17428×10^{-10}
3.46462×10^{10}	2.20252×10^{-10}
3.44089×10^{10}	1.69589×10^{-10}
3.42219×10^{10}	1.64085×10^{-10}
3.40752×10^{10}	1.50980×10^{-10}
3.39506×10^{10}	9.22511×10^{-11}
3.38500×10^{10}	5.28266×10^{-11}
3.37329×10^{10}	1.13815×10^{-10}

表 2.8: SQUID による実験値 ($B = 6[\text{T}]$)

$J[\text{A}/\text{m}^2]$	$E[\text{V}/\text{m}]$
3.31473×10^{10}	2.02224×10^{-9}
3.21610×10^{10}	5.22187×10^{-10}
3.17215×10^{10}	2.72611×10^{-10}
3.14195×10^{10}	2.37110×10^{-10}
3.12126×10^{10}	1.75993×10^{-10}
3.10441×10^{10}	1.13442×10^{-10}
3.09168×10^{10}	6.28242×10^{-11}
3.07912×10^{10}	1.05921×10^{-10}
3.06930×10^{10}	7.13932×10^{-11}
3.06026×10^{10}	3.16657×10^{-11}

第3章 解析結果および考察

3.1 計算データを用いた解析

この解析ではあらかじめ手動でパラメータの解析を行った計算データを用いて、解析プログラムがどの程度の収束を示すかを測定した。解析に用いた各パラメータの幅を表 2.1、計算データを表 2.2 に示す。これらを用いて GA による解析を行った結果が図 3.1 である。解析は個体数 100、世代数 1000 の条件で 50 回の試行を行った。この図は平行座標プロットと言い、各軸を平行に配置したものである。変数間の関連性は線で結んで表す。結ばれたデータの組み合わせが 1 回の解析の結果となる。この図を見るとある近辺に収束傾向が見えることがわかる。各軸とも手動で解析を行った際の最適値近辺に収束していることが見て取れる。この解析における最悪解が図 3.2、最良解が図 3.3 である。良い場合と悪い場合の差が非常に大きいことがわかる。また、良い解が出ている場合は、計算データに近いものが出ていることもわかる。表 3.1 は最適解と解析解の分散をとったものである。

表 3.1: 計算データを用いた解析における各パラメータの分散

	A_m	σ^2	γ	g^2
最適解からの分散	3.53×10^{22}	2.51×10^{-6}	5.35×10^{-3}	1.66

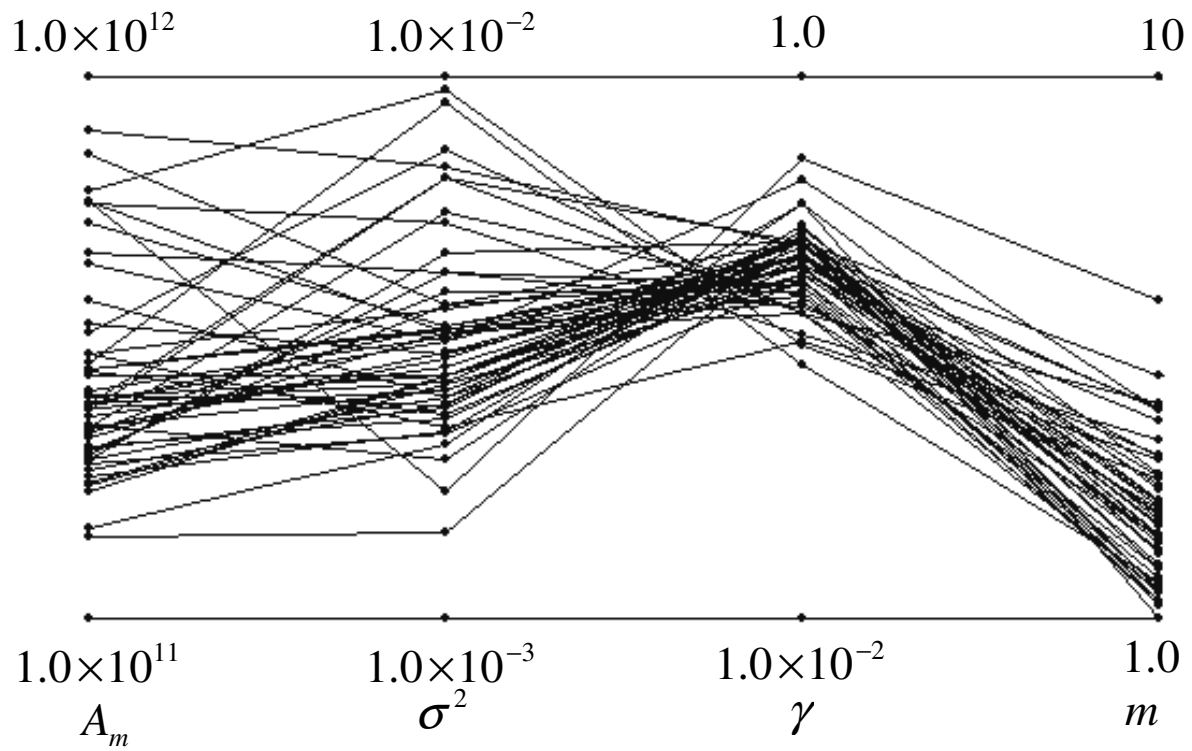


図 3.1: 計算データを用いた解析結果

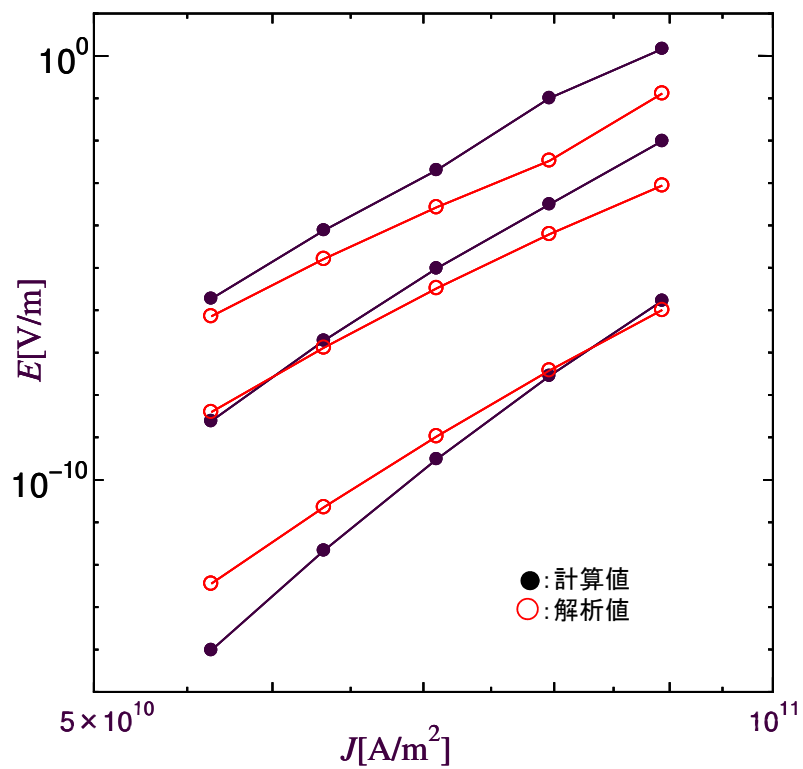


図 3.2: 計算データを用いた解析における最悪解

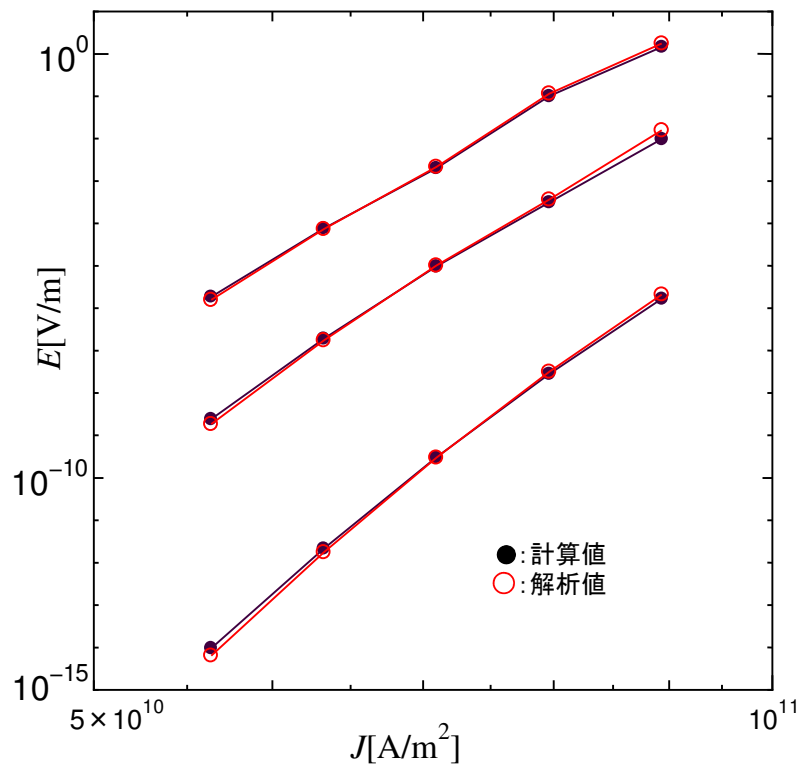


図 3.3: 計算データを用いた解析における最良解

3.2 実験データを用いた解析

この解析では実際にこのプログラムを使用する状況を踏まえて、SQUIDによる実験データを用いた解析を行う。解析に用いるパラメータ幅は表2.1、SQUIDによる実験結果は表2.3~2.8である。 E の値には熱による揺らぎの影響が出ている。なお、このデータは実験1で用いたものと同じデータの実験値を利用している。よって最適解は同じく $a = 4.0 \times 10^{11}$ 、 $\sigma = 5.5 \times 10^{-3}$ 、 $\gamma = 6.7 \times 10^{-1}$ 、 $m = 2.1$ である。これらに3.1節の解析と同様の解析を行った結果が図3.4である。試行回数などの条件も同様に個体数100、世代数1000の条件で50回の試行として行っている。こちらも同様に最適解周辺への収束が見られる。表3.2は最適解と解析解の分散をとったものである。3.1節の解析よりもすべてのデータにおいて分散が小さくなっている。これは収束度が上昇したことを示す。これは解析に用いた点が多くなったことが原因であると考えられる。この解析における最悪解が図3.5、最良解が図3.6である。先ほどの解析と同様に、良い場合と悪い場合の差が非常に大きいことがわかる。また、最良解の場合でも E が低い領域でのずれが大きいことがわかる。

表 3.2: 実験データを用いた解析における各パラメータの分散

	A_m	σ^2	γ	g^2
最適解からの分散	1.92×10^{22}	4.4×10^{-6}	1.92×10^{-3}	1.57

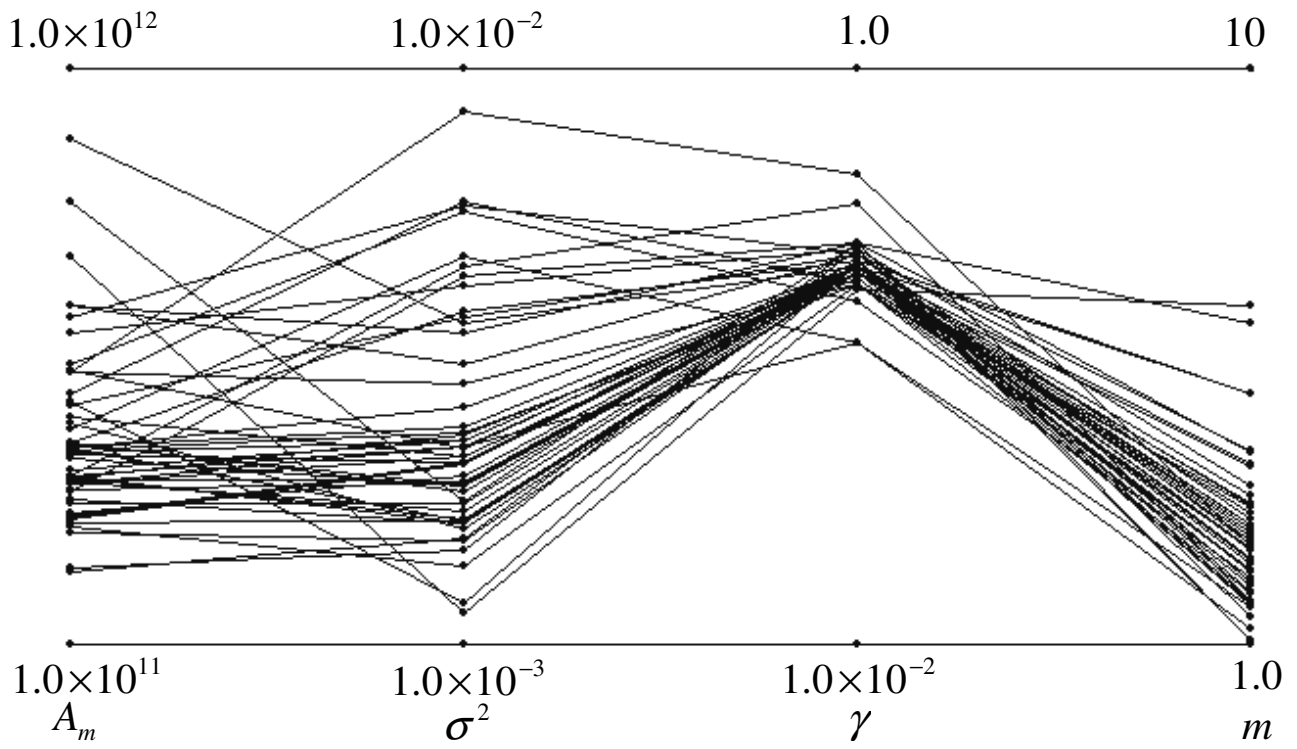


図 3.4: 実験データを用いた解析結果

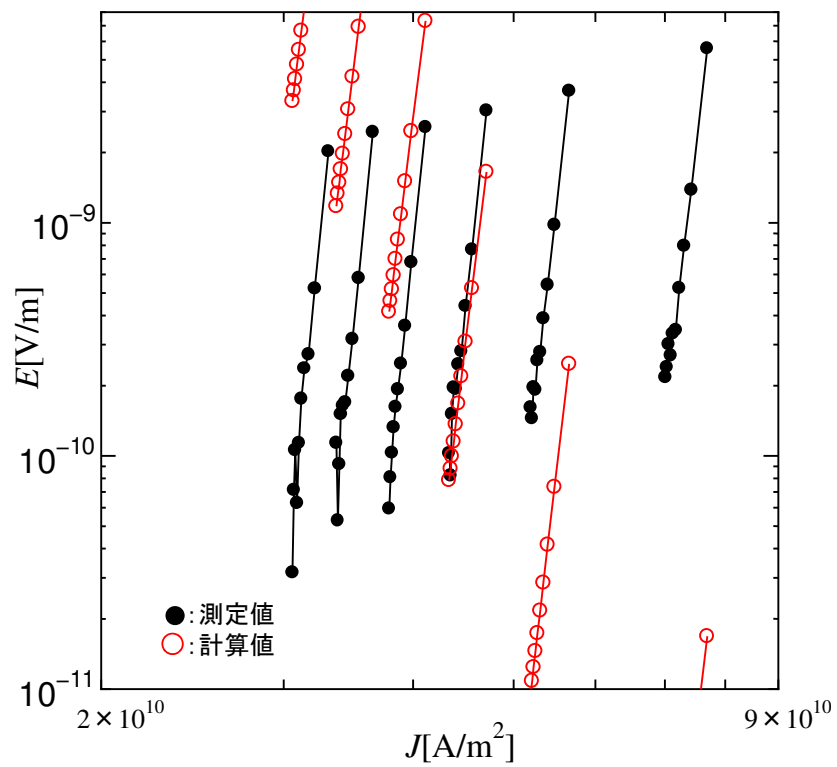


図 3.5: 実験データを用いた解析における最悪解

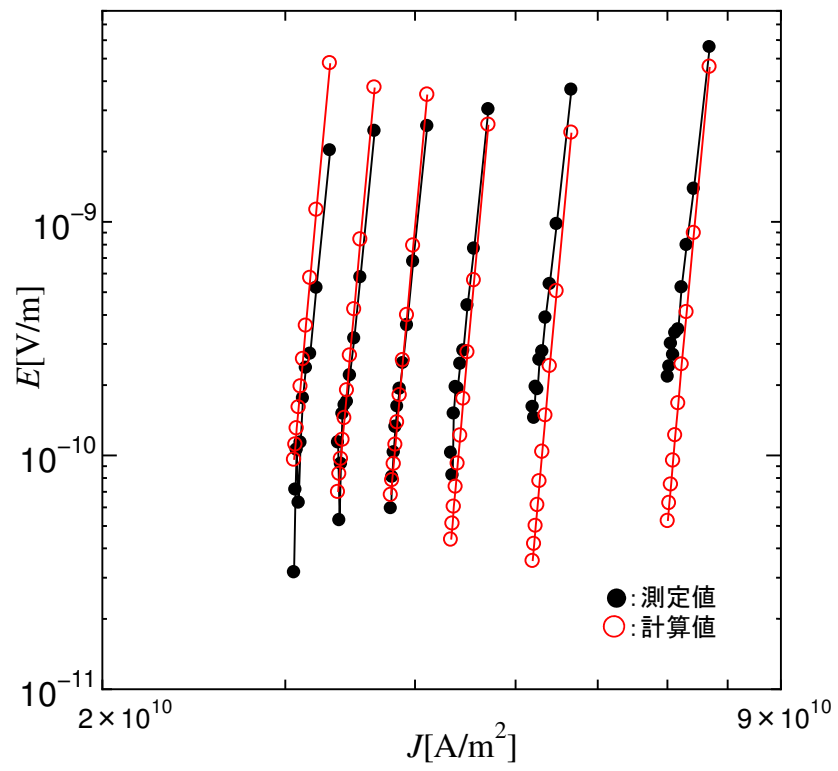


図 3.6: 実験データを用いた解析における最良解

3.3 改良を行ったモデルを用いた解析

収束度のさらなる向上を目指すために、評価関数の見直し及び島モデルの導入を行う。評価関数は(3.1)式を用いることとした。 P は評価値、 X_n は実験値、 Y_n は解析値、 n はデータ数である。

$$P = 1 / \sum_{a=1}^n (X_n - Y_n)^2 \quad (3.1)$$

島数は10、各島ごとの個体数は20、移住間隔は10世代、移住率は0.25と設定した。また、解析を行った世代数は100世代である。移住先の決定はランダムリングを用いている。これはFisher-Yates法を用いて実装している。表3.3、3.4、3.5のように、移住世代が来るごとに移住先を変更している。この結果が図3.7である。また、表3.2は最適解と解析解の分散をとったものである。これらより収束度の更なる向上を見ることができる。この解析における最悪解が図3.8、最良解が図3.9である。3.2節の解析と比べ、最良、最悪の両ケースで実験値に近づいているのが見て取れる。特に最良解のデータは E が低い領域でも実験値に近づいている。

また、解析に必要な世代数、個体数の変更により解析完了までの必要時間も変化した。3.2節の解析では1世代あたり約4秒、1回の解析完了まで約4000秒であった。本解析では1世代あたりの所要時間は約8秒と増加しているが、解析完了までには約800秒である。これは個体数及び世代数の増減が1次関数的に影響するからである。なおこの所要時間はcore2duo E6600(2.4Ghz)のCPUの片コアのみを用いて動作させた際の時間である。

表 3.3: 移住先設定前

島番号	移住先
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	10

表 3.4: 1 回目移住先設定後

島番号	移住先
1	3
2	5
3	6
4	4
5	2
6	8
7	10
8	9
9	7
10	1

表 3.5: 2 回目移住先設定後

島番号	移住先
1	4
2	8
3	3
4	9
5	10
6	2
7	5
8	7
9	3
10	1

表 3.6: 改良を行ったモデルにおける各パラメータの分散

	A_m	σ^2	γ	g^2
最適解からの分散	1.4×10^{22}	1.89×10^{-6}	3.20×10^{-5}	0.77

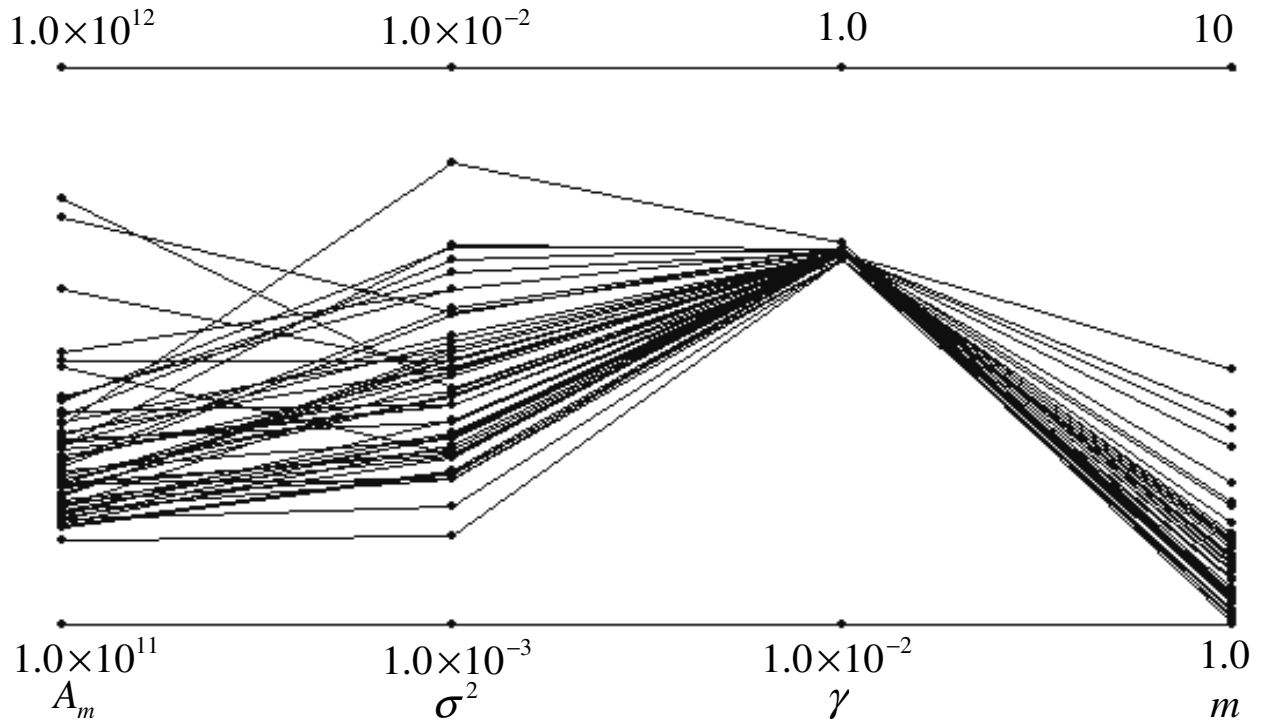


図 3.7: 改良を行ったモデルを用いた解析結果

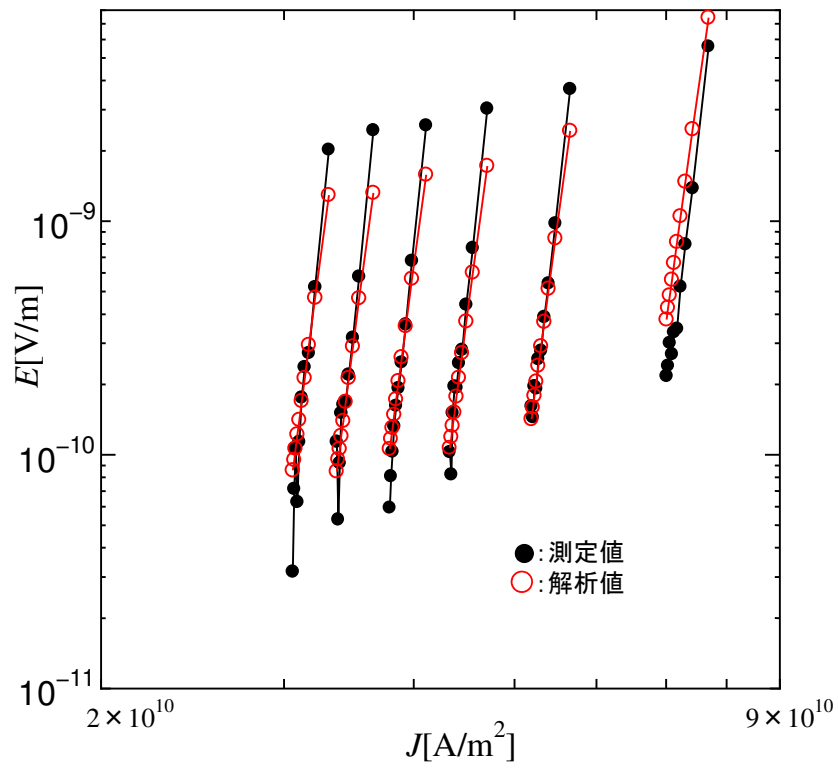


図 3.8: 改良を行ったモデルを用いた解析における最悪解

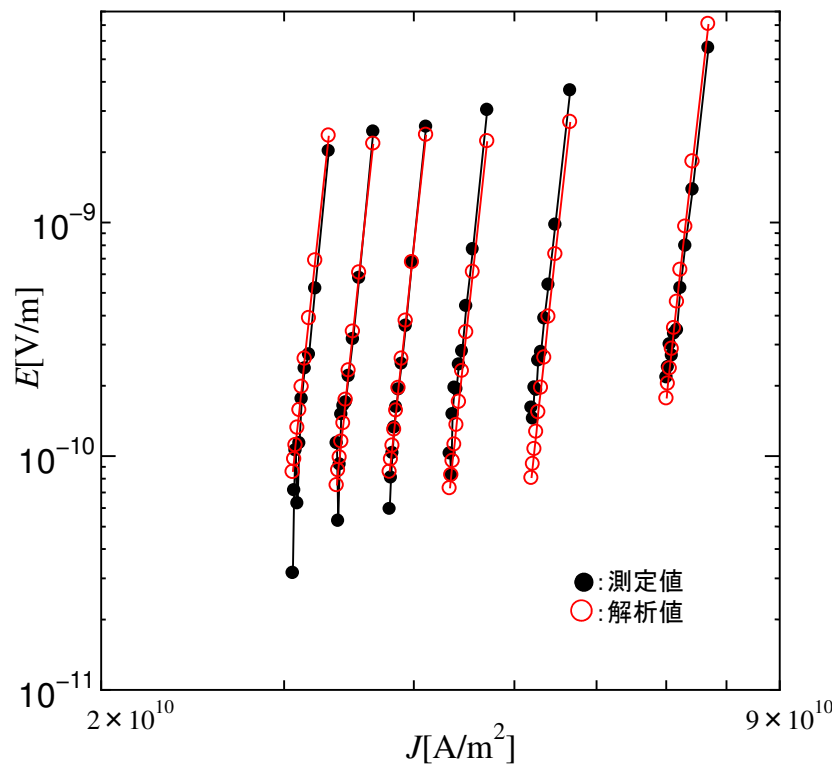


図 3.9: 改良を行ったモデルを用いた解析における最良解

3.4 考察

これらの解析結果より、人間の手によって求めた解の近辺への収束能力を持っていることがわかる。しかし γ や m^2 と比較すると A_m や σ^2 の収束度が低いことが見て取れる。これはこの2つのパラメータは E 及び J への影響が逆になっている為、バランスよく調整することが困難であることが原因となっている。解析2の結果と解析3の結果を比較するとわかるが、評価関数の変更や島モデルの利用が収束度の向上に大きな効果を上げている。解析2では収束方向に強い重みをもった評価関数を使うことができなかった。これは遺伝子の多様性が失われやすい、言い換えれば初期収束が発生しやすくなることが原因である。それに対して解析3では島モデルを利用することにより、一部で初期収束が発生しても遺伝子の多様性を保つことが可能となった。そのため評価関数の自由度が増し、収束方向に強い重みをかけることが可能となり、結果として収束度が向上したと思われる。また収束速度が速くなったために、探索に必要な世代数も短くなっている。ただし総個体数は解析2に比べ2倍となっている。これは1島あたりの個体数をある程度確保する必要があることと、遺伝子の多様性を維持するためある程度の島数が必要であるからである。さらに収束方向に強い重みを持たせた評価関数を利用する場合は、島の数を増やす必要が出てくることが想定される。また、各島の個体をバランスよく別の島に移住させる方法も必要になってくると思われる。今回の方法では1移住世代につき25%の個体が次の島に移住すると設定しているが、1移住世代の中で2つ先の島に個体に移住する確率は6.25%と低いものとなっている。このため、島の数が増えるにつれ1移住世代ごとの遺伝子の分散率が低下するという欠点がある。これへの対策例としては図1.7の移住方向を双方向化し、2重のランダムリングを形成するという方法や、Fisher-Yates法用の配列を複数用意して多重化する方法、ランダムに複数の島を抽出し、その島との双方向個体移住を行う操作を島の数だけ行う方法などが考えられる。これらを実装し、島数や移住率などを最適化することにより、収束度の上昇が期待できる。

今後に改良すべきと思われる点は、評価関数の見直し、島モデルの最適化及び J_c - B 特性を用いたパラメータ設定の導入の3点である。評価関数の見直し、島モデルの最適化については前述のとおりである。 J_c - B 特性を用いたパラメータ設定の導入についてだが、 E - J 特性と J_c - B 特性をともに用いて評価を行うことが、磁束クリープ・フロー理論を用いた解析では望ましく、これを行うことによって真のパラメータの最適解に近づくと考えられる。最後にGA自身を持つ問題点として、解の精度の保証がないというものがある。これは複数回の解析を行い、最良解を用いるという方法で対処できるが、このためには解析速度も重要となってくる。今回用いた島モデルは並列処理による高速化を行いやすいモデルとなっているので、並列化を試みると利用しやすいプログラムとなる。

第4章 結論

今回の解析プログラムでは、ある程度のパラメータ収束傾向を見ることができた。この結果は図3.1、3.4、3.7及び表3.1、3.2、3.6である。しかし現在の精度では最良解が出た場合は最適解に近い結果を得られるという程度の精度でしかない。これは図3.9、3.8から明らかである。全体的な収束度をさらに向上することが可能となれば、磁束クリープ・フローモデルを用いた評価を楽に行うことができる。これを実現するための今後の課題として、評価関数の見直し、島モデルにおける移住アルゴリズムの変更、 J_c - B 特性を用いたパラメータ設定を導入することの3点を挙げるができる。評価関数の見直しでは、最適解への収束速度の上昇及び収束率の向上を見込むことができる。島モデルにおける移住アルゴリズムの変更では、初期収束の回避や探索効率の上昇につながる。 J_c - B 特性を用いたパラメータ設定を導入すれば、解の信頼性の上昇や収束率の向上を期待できる。このプログラムの収束度を向上させることができれば、未知の超伝導体が発見された際や、超伝導体に改良を加えた際の特性格解析に大いに役立つものであると思われる。そのためには第3章に記述したものなどを含む改良を加えていく必要があると考えられる。

参考文献

- [1] 東海旅客鉄道株式会社：自己負担を前提とした東海道新幹線バイパス、即ち中央新幹線の推進について， http://jr-central.co.jp/news/release/_pdf/000001078.pdf， 2010年2月17日アクセス
- [2] 住友電気工業株式会社、東京電力株式会社： 「高温超電導ケーブル」を電力系統に連系する日本初の実証試験の実施について， <http://www.tepco.co.jp/cc/press/08021301-j.html>， 2010年2月17日アクセス
- [3] 田中靖三：超電導 Web21 2002年12月号 p.26
- [4] 塩原融：低温工学 第39巻第11号(2004) p.511
- [5] 松下照男著：磁束ピンニングと電磁現象(産業図書) p.133
- [6] 福永隆宏：実数値遺伝的アルゴリズムの計算モデルの検討，2001年度同志社大学工学部知識工学科卒業論文

謝辞

本研究を行うにあたり、多大な御指導、助言を賜りました小田部荘司教授、松下照男教授、木内勝准教授に深く感謝を致します。

様々な支援を頂いた小田部研究室、松下研究室、木内研究室の皆様にも感謝の意を表します。

その他お世話になった大勢の方々、本当にありがとうございました。