

リップル電流を印加した場合の
超伝導体に生じる交流損失の
FEM による評価

小田部研究室

09232013

江藤航介

電子情報工学科

目次

第1章 序章.....	1
1.1 はじめに.....	1
1.2 電力の送電.....	2
1.3 リップル電流.....	3
1.4 有限要素法(FEM).....	3
1.5 ガラーキン法.....	4
1.5.1 近似解.....	4
1.5.2 重み付き残差法.....	5
1.5.3 ガラーキン法.....	6
1.6 $A\phi$ 法.....	6
1.7 交流損失.....	8
1.7.1 Norris による理論式.....	11
1.7.2 Irie-Yamafuji モデルでの自己磁場下の交流損失の理論式.....	11
1.7.3 ポインティングベクトルによる交流損失の理論式.....	12
1.7.4 磁化による損失評価.....	13
1.8 本研究の目的.....	14
第2章 実験.....	15
2.1 測定方法.....	15
2.2 部分モデル.....	17
2.3 交流損失を求めるプログラム.....	17
第3章 結果と考察.....	18
3.1 磁束密度 B の分布.....	18
3.2 交流損失 W の計算結果.....	19
第4章 まとめ.....	23
謝辞.....	24
参考文献.....	25

図目次

1.1	直流超電導ケーブルの構造.....	3
1.2	有限要素法の概要	4
1.3	円筒超伝導体モデルの全体図.....	9
1.4	円筒超伝導体の 5° モデル.....	10
1.5	円筒超伝導体モデルのリップル電流の交流損失.....	10
2.1	ストリップ超伝導体モデルの全体図.....	15
2.2	ストリップ超伝導体の $\frac{1}{4}$ モデル.....	16
2.3	メッシュ分割されたモデル.....	16
3.1	ストリップ超伝導体内部の磁束分布.....	18
3.2	FEM の要素数 76380 で $\gamma = 1$ における様々な I_{DC} の正規化された交流損失の交流振幅依存.....	20
3.3	FEM の要素数約 28000 で $\gamma = 1$ における様々な I_{DC} の正規化された交流損失の交流振幅依存.....	21
3.4	$\gamma = 0.5$ における様々な I_{DC} の交流損失の交流振幅依存	22

第 1 章 序章

1.1 はじめに

超伝導とは特定の金属や化合物などの物質が温度を下げていく過程である温度（臨界温度 T_c ）以下で、電気抵抗が急激に低下し、それまでと変わった電氣的、磁氣的性質を示す現象のことである。この現象は 1911 年にオランダのヘイケ・カメルリング・オンネス(Heike Kamerlingh Onnes)により水銀で発見された。その当時金属の抵抗は温度の低下で減少することは知られていたが、水銀は 4 K で突然電気抵抗が 0Ω になったのである。それ以降様々な金属や合金、化合物で超伝導現象が確認された。超伝導状態においては電気抵抗が無いことから大電流を通電できることを期待されている。超伝導現象に関する研究が進められ、1957 年にバーディーン(John Bardeen)、クーパー(Leon Neil Cooper)、シュリーファー(John Robert Schrieffer)らが超伝導現象に関する研究を解く理論である BCS 理論を提出し、これにより超伝導の発現機構が明らかにされた。BCS 理論によると臨界温度は 30 K を超えないと考えられていたが 1986 年、ベドノルツ(Johannes G. Bednorz)とミュラー(Karl Alex Müller)によって酸化物系物質 $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ (La-Ba-Cu-O) で 30 K 級超伝導体の可能性が示された。その後、液体窒素の沸点(77.3 K)を超える臨界温度を持つ $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-8}$ (Y-Ba-Cu-O) や $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ (Bi-Sr-Ca-Cu-O) などの高温酸化物超伝導体が発見された。これらのように比較的高い臨界温度の超伝導体は高温超伝導体とも呼ばれ、冷却コストの削減に役立つと考えられ応用化が期待されている。

超伝導体は磁氣的性質により第一種超伝導体と第二種超伝導体に分類される。第一種超伝導体はマイスナー効果と呼ばれる外部磁場が臨界磁場 H_c まで超伝導体を持つ性質の 1 つで遮蔽電流（永久電流）の磁場が外部磁場に重なり合って超伝導体内部の磁束密度を 0 にする現象を示すマイスナー状態となり、それより高い磁場で導体が超伝導になっていない状態である常伝導状態となる。マイスナー効果は、また完全反磁性とも呼ばれる。第二種超伝導体は外部磁場が下部臨界磁場 H_{c1} より低い磁場ではマイスナー状態を維持し、それより上の磁場では内部に磁束が入りこみマイスナー状態と常伝導状態が混在する混合状態と呼ばれる状態になる。そして上部臨界磁場 H_{c2} を超える外部磁場で常伝導状態となる。 H_{c2} は第一種超伝導体の H_c よりはるかに大きいため、工学的応用において第二種超伝導体が使用、研究される場合が多い。

1.2 電力の送電

現在、電力の送電は常伝導でほとんどの区間では交流送電により行われている。しかし、長距離の送電になると送電ケーブルのコストの差から直流送電の方が安くなる場合もあり、直流送電も僅かではあるが行われている。送電ケーブルには主に銅や銀、アルミニウムが使用されている。常伝導の送電ケーブルにおいて、直流電流では送電ケーブルを流れるとき表皮効果を生じないため交流電流と比べると導体の利用効率が良い。表皮効果とは高周波電流が導体を流れるとき、電流密度が導体の表面で高く、表面から離れると低くなる現象のことである。周波数が高くなるほど電流が表面へ集中するので、導体の交流抵抗は高くなる。直流電流は電力あたりの電流が小さいため電圧降下、電力損失が小さい。また、送電ケーブルの単位長さあたりのコストも直流用のものが安い。しかし直流送電はあまり行われていない。なぜなら常伝導での直流送電は超高電圧によって行う必要があり、変電設備が非常に高価なため、通常運用する際はシステム全体から見た場合に交流送電の方がコストは安いからである。

超伝導体は送電ケーブルとして期待されており開発が進められている。図 1.1 に開発されている直流用超伝導ケーブルの構造を示す。超伝導体によって送電の損失が小さくすることが出来れば、より大きな送電網の構築が期待できる。超伝導体を利用した送電では交流送電だけでなく交流損失の生じない直流送電も検討されている。超伝導を利用した送電では、抵抗がないため低電圧で送電できることから直流送電のネックである直交変換の設備のコストの低下が期待できる。しかし超伝導体は臨界温度以下に冷やすことが必要なので冷却システムが必要となる。

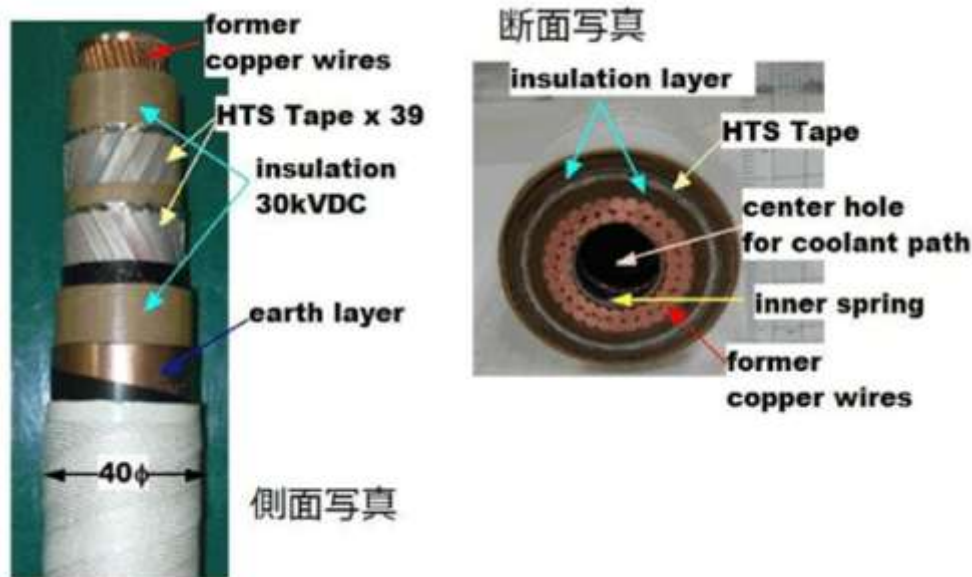


図 1.1 : 直流超電導ケーブルの構造 出典:[1]

1.3 リップル電流

交流電源を整流回路などによって単一方向に流れる電流へ変換した場合、電流は直流のような線形となるのではなく、正か負のどちらか片方で波形を描く。整流回路とは交流電力を直流電力に変換する電力変換装置である整流器を実現する電気回路を示す。この波形は脈流と呼ばれる。脈流は平滑回路によってある程度平坦にされるが、完全な直線にはならない。このとき、脈流に含まれる脈動の成分をリップル(ripple)という。平滑回路は電気回路の一種で、コンデンサを利用した平滑回路では、電圧がある値を超えるまではコンデンサが充電され、逆に電圧が一定値を下回ると放電するというコンデンサの性質によって平滑化を行っている。リップルの成分が超伝導体送電のときに後に述べる交流損失となり、熱となる。

1.4 有限要素法(FEM)

円柱や無限平板のような単純な形状ではなく、複雑な形状の問題だと解析的に解くことは非常に困難である。有限要素法(Finite Element Method)とは、複雑な形状や性質を持つ物体をメッシュと呼ばれる単純な形状または性質の要素に分割し、その1つ1つの要素の特性を数学的な方程式を用いて近似的に表現した後、この単純な方程式の組み合わせ、すべての方程式が成立する解を求めることによって、全体の挙動を予測しようとする方法である。図 1.2 に有限要素

法の概要を示す。

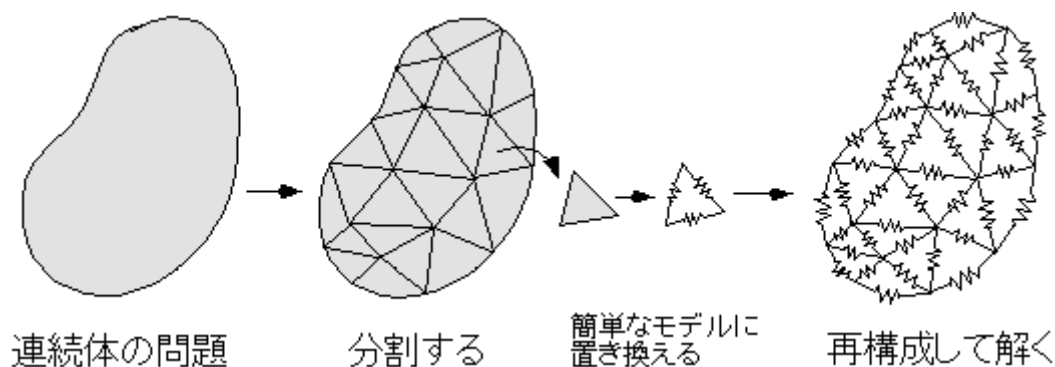


図 1.2 : 有限要素法の概要

分割された要素であるメッシュを細かくするほど、元の連続体に近づくため計算精度は上昇する。また、**FEM**における適切な計算のポイントは要素の幅と厚さと奥行きのアスペクト比である。アスペクト比は超伝導体と空気領域の両方で 1000 以下になるようにすべきである。

1.5 ガラーキン法

ガラーキン法とは、有限要素法を行う際に微分方程式の近似解を導出するための方法である。微分方程式の近似解を導出する方法の一つである重み付き残差法を発展した形となるため、近似解、重み付き残差法、最後にガラーキン法と順番に説明する。

1.5.1 近似解

近似解は解析解であるための条件のうちいくつかを弱くした条件を満たすものである。解析解であるための必要条件は、境界条件を満たす、必要な階数だけ微分が可能である、支配方程式をいたるところで満たすという 3 つである。

近似解の原形について未知関数を $u(x)$ 、力を $f(x)$ とした微分方程式を

$$\frac{d^2u(x)}{dx^2} + f(x) = 0 \quad (1.1)$$

とし、境界条件を斉次ディレクレ境界条件

$$u(x=0) = 0, u(x=l) = 0 \quad (1.2)$$

とした問題の近似解を導出することで説明する。

まず、未知関数 $u(x)$ の近似関数を有限個の異なる既知関数 $g_i(x)$ の線形和で表す。

$$\tilde{u}(x) = \sum_{i=1}^N a_i g_i(x) \quad (1.3)$$

ここで、 $g_i(x)$ ($i = 1, 2, \dots, N$)は、解 $u(x)$ と同じ斉次境界条件

$$g_i(0) = g_i(l) = 0 \quad (1.4)$$

を満たす N 個の既知のなめらかな関数である。なお、ここでは $g_i(x)$ のことを基底関数と呼ぶ。

1.5.2 重み付き残差法

方程式の誤差を重み付きの意味で 0 にしようとする方法を重み付き残差法という。式(1.3) の $\tilde{u}(x)$ が厳密解であると仮定すると、このとき任意の関数 $v(x)$ に対して、

$$\int_0^1 \left(\frac{d^2 \tilde{u}(x)}{dx^2} + f(x) \right) v(x) dx = 0 \quad (1.5)$$

$$\int_0^1 \left(\sum_{i=1}^N a_i \frac{d^2 g_i(x)}{dx^2} + f(x) \right) v(x) dx = 0 \quad (1.6)$$

という式が成り立つ。できるだけ多くの $v(x)$ について上式を満たすとするとより精度の良い近似解といえる。また、このような意味で関数 $v(x)$ のことを試験

関数または重み関数と呼ぶ。

1.5.3 ガラーキン法

重み付き残差法の式(1.5)、(1.6)において $v_i(x) = g_i(x)$ とする方法をガラーキン法という。解 $u(x)$ を近似するために用いた基底関数 $g_i(x)$ そのものを試験関数とする重み付き残差法である。

1.6 $A\text{-}\phi$ 法

PHOTO-Series で使用する計算方法として、磁気ポテンシャル \mathbf{A} と電気スカラーポテンシャル ϕ を未知数として解くベクトルポテンシャル法($A\text{-}\phi$ 法)について説明する。磁束密度 \mathbf{B} は磁気ポテンシャル \mathbf{A} を用いると

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.7)$$

となる。これを Maxwell 方程式 $\nabla \times \mathbf{E} + \mathbf{B} = \mathbf{0}$ に代入すると、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{A} \quad (1.8)$$

$$\nabla \times (\mathbf{E} + \mathbf{A}) = \mathbf{0} \quad (1.9)$$

となる。ここで \mathbf{E} は電場の強度である。ベクトル公式 $\nabla \times \nabla \phi = \mathbf{0}$ より

$$\mathbf{E} = -\mathbf{A} - \nabla \phi \quad (1.10)$$

となる。また、 \mathbf{H} を磁場の強度、 \mathbf{J} を電流密度、 μ を透磁率、 σ を電気伝導率とすると、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.11)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1.12)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \quad (1.13)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.14)$$

と表せるため、

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) = -\sigma (\mathbf{A} + \nabla \phi) \quad (1.15)$$

$$\nabla \cdot \{ \sigma (-\nabla \phi - \mathbf{A}) \} = 0 \quad (1.16)$$

となる。この連立方程式は本質的に4元3連立方程式であり、もう1つ方程式がないと一意に解が決まらないため、もう1つ条件を導入し解を一意に決定する必要がある。ベクトル公式より

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.17)$$

クーロンゲージ条件 $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$ を式(1.17)に代入すると

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.18)$$

となる。式(1.18)を式(1.15)に代入すると

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma (\mathbf{A} + \nabla \phi) \quad (1.19)$$

$\phi = \Phi$ と定義して、式(1.16)と式(1.19)に代入すると、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma (\mathbf{A} + \nabla \Phi) \quad (1.20)$$

$$\nabla \cdot \sigma (\mathbf{A} + \nabla \Phi) = 0 \quad (1.21)$$

となり、導体中の支配方程式が求められる。一方、空気領域では、Maxwell 方程式より

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ex}} \quad (1.22)$$

J_{ex} は外部電流密度とする。式(1.7)と式(1.13)より

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.23)$$

μ_0 は空気中の透磁率である。式(1.23)と Maxwell 方程式より

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = J_{\text{ex}} \quad (1.24)$$

となる。ベクトル公式より

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.25)$$

式(1.24)と式(1.25)より空気中の支配方程式は

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} = -J_{\text{ex}} \quad (1.26)$$

となる。

1.7 交流損失

超伝導体は直流電流なら臨界電流以下の電流をほとんど損失なく流すことができる。しかし、交流電流を印加する、または外部から変動磁界を印加すると、超伝導体内部の磁束分布が変化し磁束侵入の不可逆性に起因する損失が発生する。交流損失は便宜上二つに分けることができる。一つは通電損失と呼ばれ、交流輸送電流が通電されたときに生じる自己磁界による損失である。また、もう一つは交流外部磁界に晒された場合に生じる損失で磁化損失と呼ばれる。これらを合わせたものが交流損失となる。交流損失は後述の Norris による理論式で計算することができる。交流損失の大きさは通常わずかであるが、液化機や冷凍機の冷却効率を考慮すると無視できず、超伝導機器を実用化するためにはその低減が不可欠となる。

超伝導体で発生する交流損失に影響を与える要因として、他にも次のようなものがある。

- 電流電圧特性の強い非線形性
- 巻線内の複雑な電磁環境（輸送電流と外部磁界の同時掃引、巻線構造と局所磁界の向きの相対関係、巻線間の磁氣的相互作用）

次に、以前の研究で円筒超伝導体に印加するリップル電流による損失を求め
るためにフォトン社製の PHOTO-Series で作成された円筒超伝導体のモデルに
ついて説明する。円筒超伝導体の全体図を図 1.3 に示す。円筒超伝導体のモデル
は、計算において要素の数を減らすために半径が 1.3 mm の 5°モデルとし、作
成されたモデルを図 1.4 に示す。磁束は円筒超伝導体の表面からのみ侵入するの
で、超伝導体の厚さは 0.3 mm とする。超伝導体の領域は、交流振幅の最大値
に従って 2~6 μm ごとに分割した。総要素数は 2400 で総節点数は 5061 とする。
求められた円柱超伝導体の場合におけるリップル電流の損失をノリスの理論式
によって求めた値と FEM によって求めた値を比較したグラフを図 1.5 に示す。
黒点の部分は $I_{DC}=432\text{ A}$ における FEM により求めた値を示す。この計算での
臨界電流は 2200 A である。FEM と理論の間的一致は満たされる。 I_{DC} にお
ける交流損失は $I_m < I_{DC}$ では理論によって予測されているように I_{DC} が
ない場合より大きい。

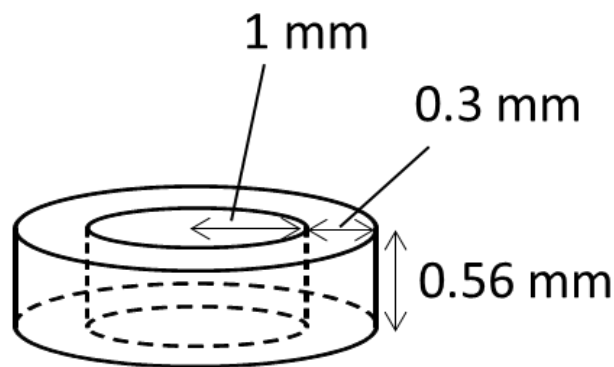


図 1.3 : 円柱超伝導体モデルの全体図

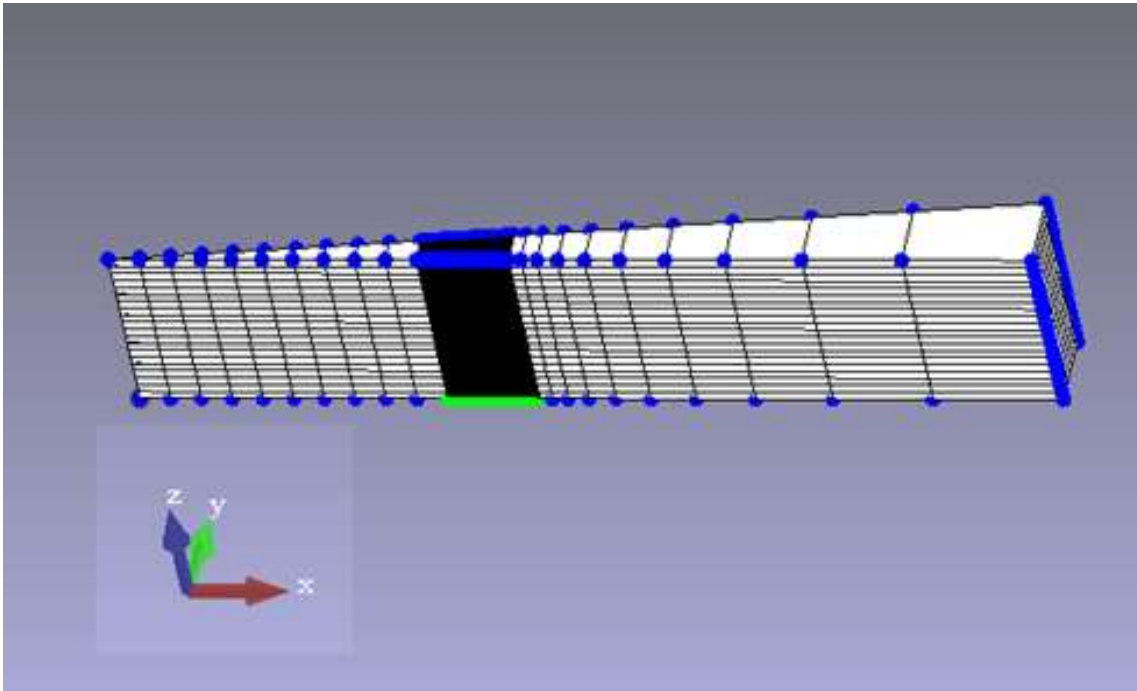


図 1.4 : 円筒超伝導体の 5°モデル

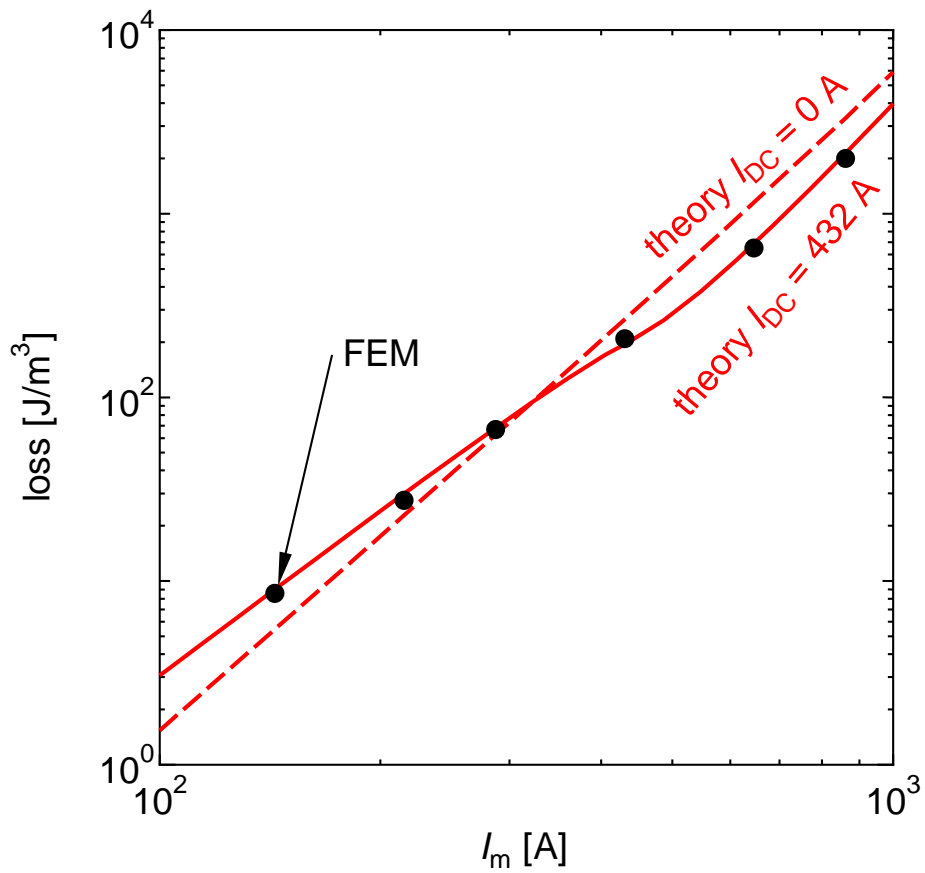


図 1.5 : 円筒超伝導体モデルのリップル電流の交流損失 出典:[3]

交流損失を評価する際の基礎的表式は一般に、次のように大別できる。

- 局所的な電界と電流密度の内積で積算する方法
- 電磁エネルギーの流れを表す Poynting ベクトルについて試料を取り囲む閉曲面上で積算する方法
- 外部交流磁界を印加した際の磁化曲線の面積を計算する方法

ただし、直線状試料に交流電流が流れる場合や臨界電流密度が一定の Bean-London モデルが成り立つ場合は、より表式を簡略化できる。

1.7.1 Norris による理論式

Norris により臨界電流密度が磁場によって変わらない Bean-London モデルを適用したときの自己磁場による交流損失が求められる。単位長さ、交流電流の 1 周期あたりの損失 Q J/m/cycle について求められた式を以下に示す。

$$Q = Q_0 \left[(1 - i_m) \ln(1 - i_m) + \left(1 - \frac{i_m}{2}\right) i_m \right] \quad (1.27)$$

$$Q = Q_0 \left[(1 - i_m) \ln(1 - i_m) + (1 + i_m) \ln(1 + i_m) - i_m^2 \right] \quad (1.28)$$

ただし $Q_0 = \frac{\mu_0 I_c^2}{\pi}$ (1.29)

$$i_m = \frac{I_m}{I_c} \quad (1.30)$$

I_c を臨界電流、 I_m を電流振幅、 μ_0 を真空中の透磁率とする。式(1.27)は超伝導体が円柱または断面が楕円の場合の理論式であり、式(1.28)は超伝導体が矩形ストリップの場合の理論式である。

1.7.2 Irie-Yamafuji モデルでの自己磁場下の交流損失の理論式

Norris によって求められた式は臨界電流密度が磁場によって変わらない Bean-London モデルを仮定しているが、実際には臨界電流密度は磁場により

変化する。そこで磁場での臨界電流密度の変化を仮定するモデルとして Irie-Yamafuji モデルを仮定する。Irie-Yamafuji モデルは $J_c(B) = \alpha B^{\gamma-1}$ を仮定する。 α はピン力密度の大きさ、 γ は磁場依存性を表すパラメータである。 $\gamma = 1$ のとき Bean-London モデルと一致する。交流電流での自己磁場での損失は次のようになる。

$$Q = Q_0 \int_0^{h_m} dh_1 h_1^{2-\gamma} \left[- \int_{x_1}^1 \frac{1}{x} (1 + h_1^{2-\gamma} - x^{3-\gamma})^{\frac{\gamma-1}{2-\gamma}} dx + \int_{x_2}^{x_0} \frac{1}{x} (1 - h_1^{2-\gamma} - x^{3-\gamma})^{\frac{\gamma-1}{2-\gamma}} dx + \int_{x_0}^1 \frac{1}{x} (x^{3-\gamma} - 1 + h_1^{2-\gamma})^{\frac{\gamma-1}{2-\gamma}} dx \right] \quad (1.31)$$

となる。ここで

$$x_1 = \left(1 - \frac{1}{2} (h_m^{2-\gamma} - h_1^{2-\gamma}) \right)^{\frac{1}{3-\gamma}}, x_2 = \left(1 - \frac{1}{2} (h_m^{2-\gamma} + h_1^{2-\gamma}) \right)^{\frac{1}{3-\gamma}} \quad (1.32)$$

$$h_m = i_m \quad (1.33)$$

である。

1.7.3 ポインティングベクトルによる損失評価

超伝導体表面におけるポインティングベクトル $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}$ は電場の持つエネルギーの流れの密度を表す物理量である。ポインティングベクトルを空間内の任意の領域 v を取り囲む閉曲面 S 上で面積分し、交流一周期に関して時間積分すると Maxwell 方程式とベクトル公式を用いて、強磁性体や強誘電体を内包しない場合に次式のように表せる。

$$\oint dt \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} = - \oint dt \oint_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dv \quad (1.34)$$

超伝導体に電流が流れる際に、発生する電圧によって電流×電圧で計算される電力が損失として生じる。そこで、交流一周期あたりの損失を局所的電界 \mathbf{E} と

電流密度 \mathbf{J} の内積 $\mathbf{E} \cdot \mathbf{J}$ を空間と時間に関して積分したものと定義すると、単位体積当たりの損失 W_0 J/m³ · cycleは

$$W_0 = \frac{1}{V} \oint dt \oint_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{J} dV \quad (1.35)$$

$$= -\frac{1}{V} \oint dt \oint_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{S} \quad (1.36)$$

となる。ここで V は考慮対象の体積である。

1.7.4 磁化による損失評価

外部交流磁界 \mathbf{B}_e を印加する場合、その磁化 \mathbf{M} が描く曲線（磁化曲線）の面積を求めることで発生する損失を次のように評価できる。

$$W = -\oint \mathbf{M} \cdot d\mathbf{B}_e \quad (1.37)$$

なお、単位はJ/m³ · cycleである。式(1.37)から分かるように、損失は磁化ベクトル \mathbf{M} と外部交流磁界 \mathbf{B}_e の微小変化の内積で与えられるため、両者の向きが一致しない場合に、損失に寄与するのは磁化の外部磁界変化方向成分のみである。

磁化 \mathbf{M} A/mは、内部の平均磁界 $\langle \mathbf{B} \rangle$ を用いて、

$$\mathbf{M} = \frac{\langle \mathbf{B} \rangle - \mathbf{B}_e}{\mu_0} \quad (1.38)$$

と表される。ここで、 \mathbf{B}_s は表面磁界である。無限平板に平行に外部磁界を印加する場合に $\mathbf{B}_s = \mathbf{B}_e$ となるが、一般的には $\mathbf{B}_s \neq \mathbf{B}_e$ である。

また、磁気モーメント \mathbf{m} A · m²を用いて次のように磁化を計算することもできる。

$$\mathbf{M} = \frac{\mathbf{m}}{v} \quad (1.39)$$

つまり、磁化は単位体積当たりの磁気モーメントである。

1.8 本研究の目的

超伝導体にリップル電流を印加すると交流損失が生じる。冷却システムの効率化や超伝導状態が壊れてしまうクエンチのためにどれだけ損失が生じるか把握する必要がある。円柱超伝導体の場合の交流損失は以前の研究により **FEM** による計算は理論とよく一致することが確認され、**FEM** での計算は有用であるとされている。そのため、今回の研究ではストリップの形状の超伝導体モデルをプログラム上で作成し、脈流成分を正弦波の交流電流と見立て、直流電流に交流電流を重畳した電流を流した場合の計算を行い、交流損失を求め理論との比較を行う。

第2章 実験

2.1 測定方法

フォトン社製の PHOTO-Series を使用して、有限要素法(FEM) に基づく解析により交流損失を求める。PHOTO-Series とは電磁場解析ソフトのモジュール群の総称であり、解析機能に応じたモジュールが用意される。数値解析対象のモデリングは、ベクトルポテンシャル \mathbf{A} と、スカラポテンシャル ϕ を用いた $\mathbf{A}\text{-}\phi$ 法に基づいて行う。解析するモデルの全体図を図 2.1 に示す。全体図を計算する場合は時間がかかるので計算時間を短くするためにモデルを縮小した。今回は断面図が $3\text{mm} \times 2\mu\text{m}$ のストリップ超伝導体を4分の1に分割した図 2.2 のようにモデルを作成し解析を行う。総要素数は 76380 で総節点数は 103140 とする。PHOTO-Series で作成したメッシュ分割を行ったものを図 2.3 に示す。赤の部分がストリップ超伝導体である。PHOTO-Series によりメッシュ 1 つ 1 つの電界と電流密度を求め、それらの値から Perl のプログラムを使用して交流損失を計算する。解析条件はそれぞれ、パラメータ： $\gamma = 1$ 、臨界電流密度： $J_c = 1.0 \times 10^{10} \text{ A/m}^2$ 、臨界電流： $I_c = 60 \text{ A}$ 、周波数： $f = 1 \text{ Hz}$ と設定した。また、パラメータを $\gamma = 0.5$ 、臨界電流を $I_c = 340 \text{ A}$ に変更した場合の交流損失も計算する。FEM と Perl のプログラムによって求めた値を Norris による理論式による値および以前の研究で求められた総要素数は約 28000 で総節点数は約 39000 の場合の実験結果と比較する。

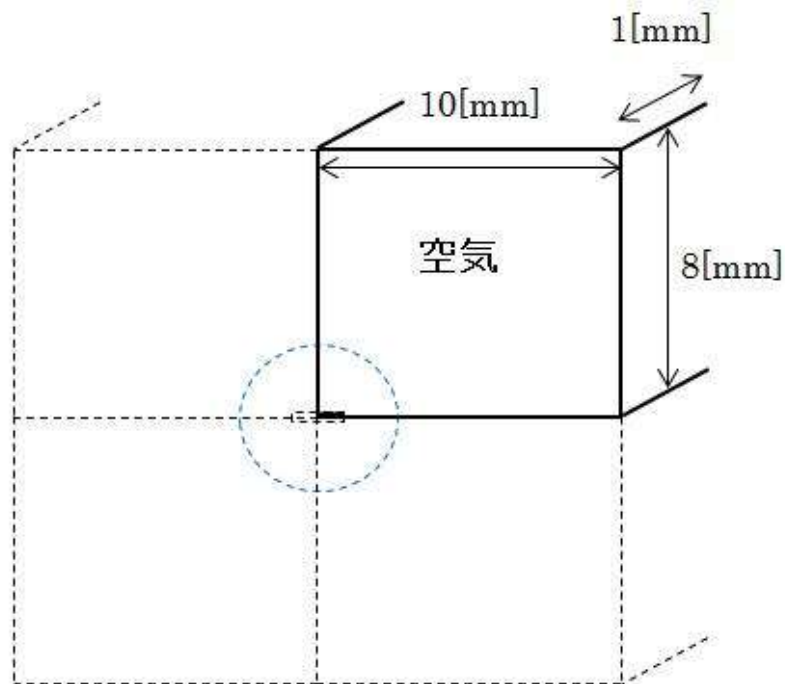


図 2.1 : ストリップ超伝導体モデルの全体図

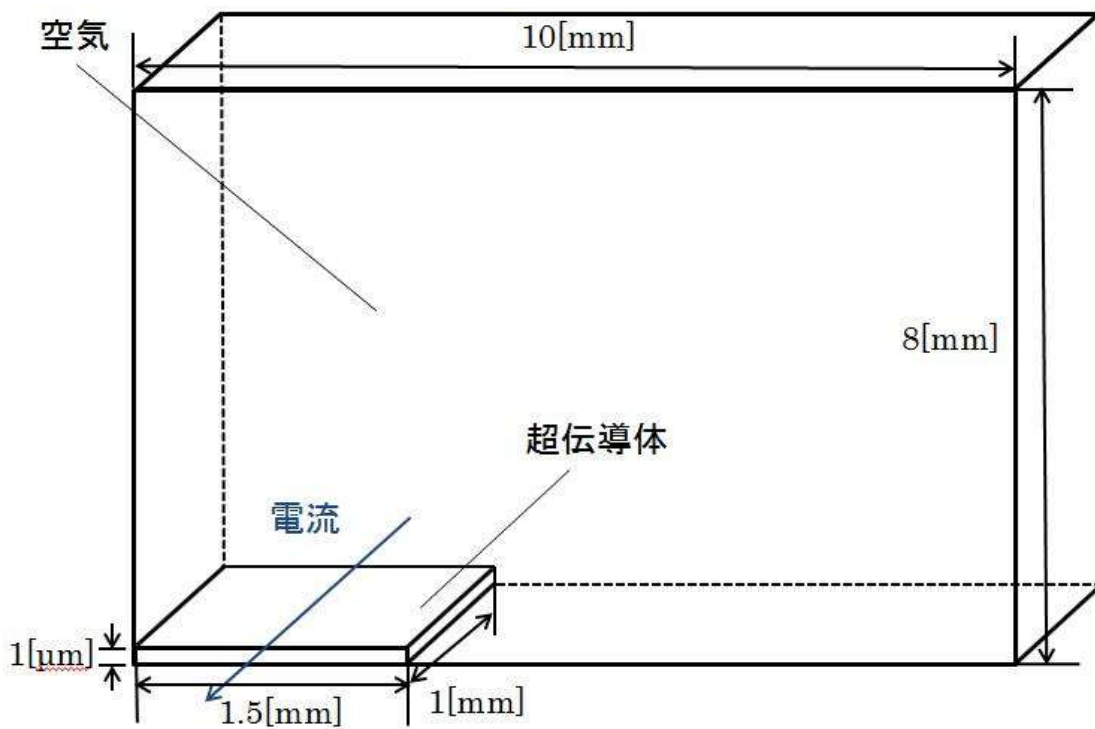


図 2.2 : ストリップ超伝導体の 4 分の 1 モデル

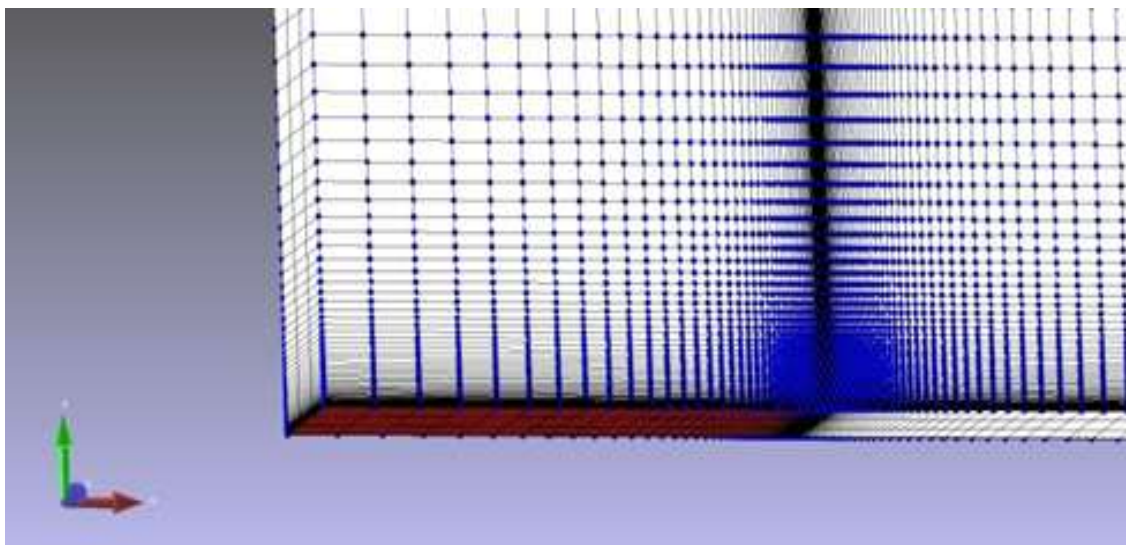


図 2.3 : メッシュ分割されたモデル

2.2 部分モデル

本研究で使用するモデルは上下左右において対称性を持つため、4分の1モデルを使用している。このことにより、データ作成、解析に必要な時間、コンピュータへの負荷がフルモデルに比べ小さくなり、全く精度を落とさずに効率的な解析を行うことができる。対称性を持つ部分において、磁束が平行に流れる面を対称境界とみなす。

2.3 交流損失を求めるプログラム

PHOTO-SeriesによるFEM解析ではメッシュ1つ1つの電界 E と電流密度 J を計算したファイルが作成されるが、直接交流損失は求められないため、Perlのプログラムで計算結果ファイルからデータを読み込み、値を計算することでリップル電流の交流損失を求める。交流一周あたりでのリップル電流の交流損失 W J/cycleを求めるプログラムは式(1.35)より導かれる次式を参考に作成された。

$$W = \oint dt \oint_V E \cdot J dv \quad (2.1)$$

また、プログラム内で時間積分を行う際にシンプソン法を用いた。

第3章 結果と考察

3.1 磁束密度 B の分布

図 3.1 に $I_m = 12$, $\gamma = 1$ のときの $I_{DC}/I_c = 0, 0.4$ でのストリップ超伝導体内部の磁束分布を示す。この図は超伝導体にどのように B が侵入しているかを示す。交流電流では超伝導体の端の部分のみ磁束が侵入する。磁束の侵入は交流電流よりリップル電流の場合の方が大きくなることを確認でき、これによりリップル電流を流した場合の損失も交流電流を流した場合よりも大きくなると考えられる。交流電流とリップル電流の両方で中心からの距離 x が大きくなると磁束の侵入も大きくなることを確認できる。

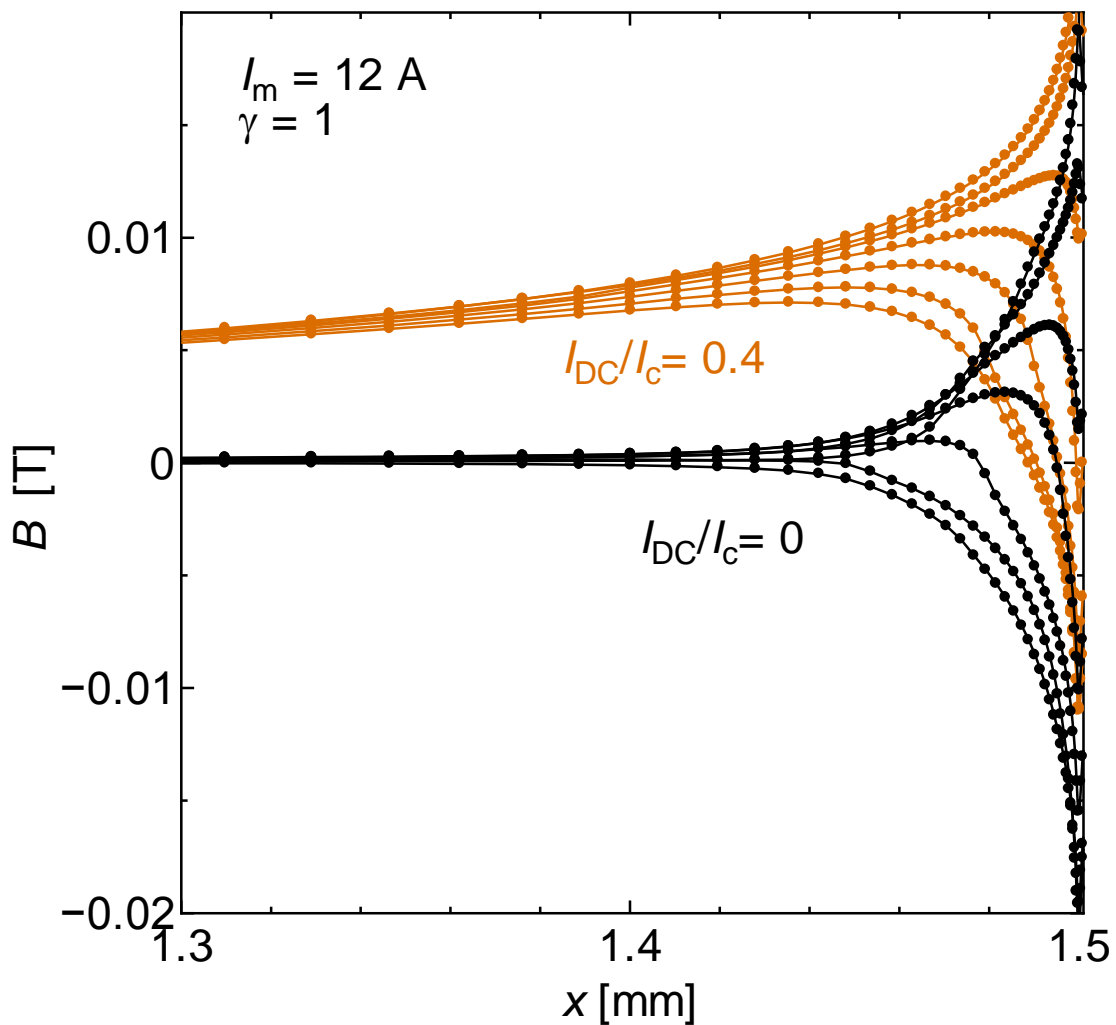


図 3.1 : ストリップ超伝導体内部の磁束分布

3.2 交流損失 W の計算結果

図 3.2 に $\gamma = 1$ における様々な I_{DC} の正規化された交流損失の交流振幅依存を示す。また、以前の研究の実験結果を図 3.3 に示す。図 3.2 と図 3.3 の赤線は $I_{DC} = 0$ A の矩形ストリップでの Norris の理論値であり、黒線は I_{DC} の時の FEM による値である。交流損失 W は I_c のときの損失の理論値 W_c で正規化し、振幅 I_m は I_c で正規化した。

磁束の侵入の深さはとても小さくなり要素において十分なアスペクト比のモデルを作ることが難しいことから、FEM においては小さな交流振幅の計算は困難であることが分かる。よって、現在の研究では計算は $I_m/I_c > 0.05$ においておこなった。 $I_{DC} = 0$ A のときの FEM による値は Norris の理論値より大きな値となるが、FEM のモデルの要素数に関しては、要素数がより多いほど $I_{DC} = 0$ A の時の値と Norris の理論値が近づくと考えられる。

リップル電流の交流損失は図 3.2 と図 3.3 に示すように $I_{DC} = 0$ A の時より大きくなることが分かる。磁束は広い面からだけでなく主にストリップの端から侵入するので、磁束の侵入は端において磁場の大きさに依存する。そのため、交流損失は I_{DC} が増加するにつれて大きくなる。

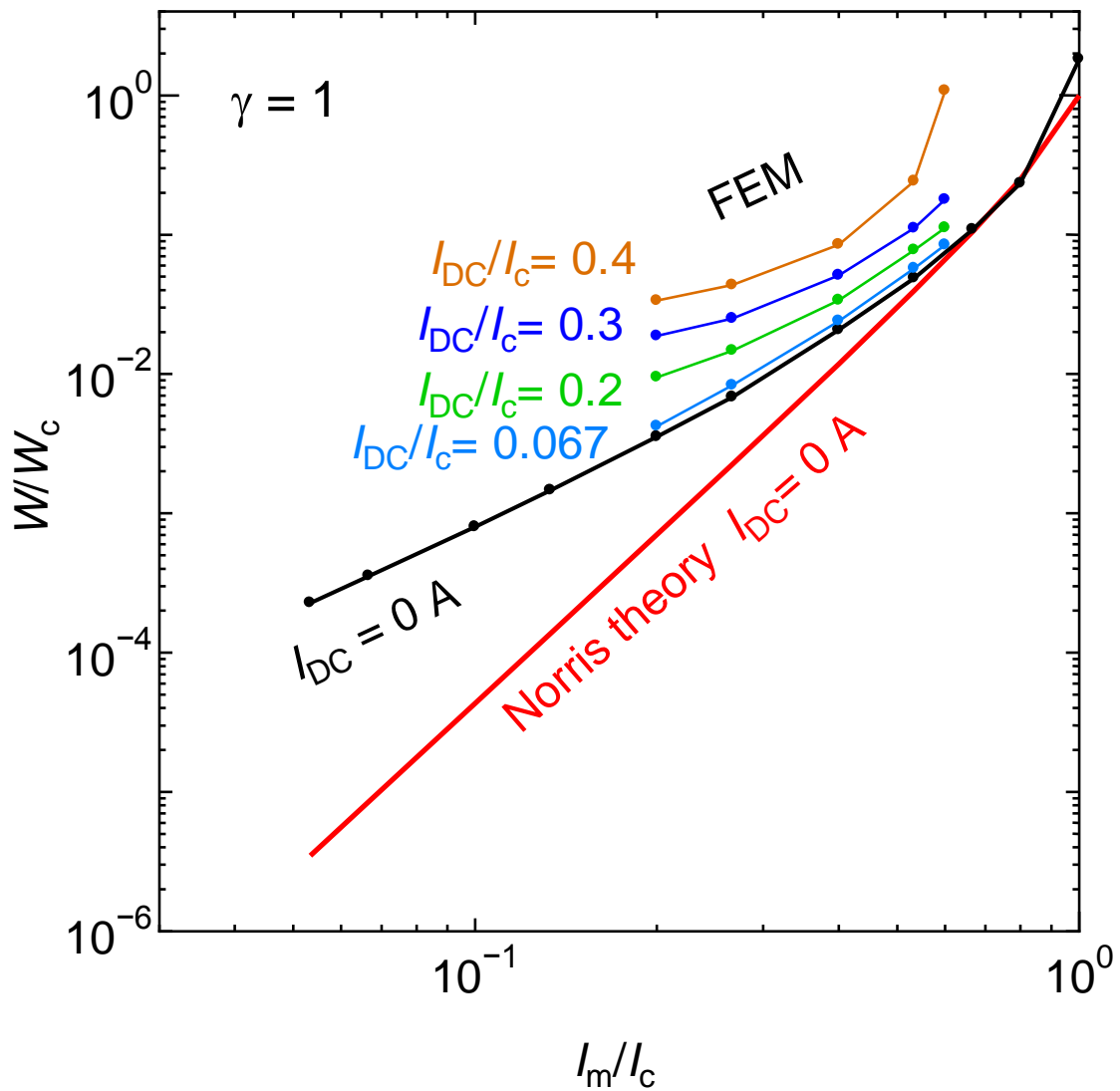


図 3.2 : FEM の要素数 76380 で $\gamma = 1$ における様々な I_{DC} の正規化された交流損失の交流振幅依存 (赤の実線は Norris の理論による予測を示す)

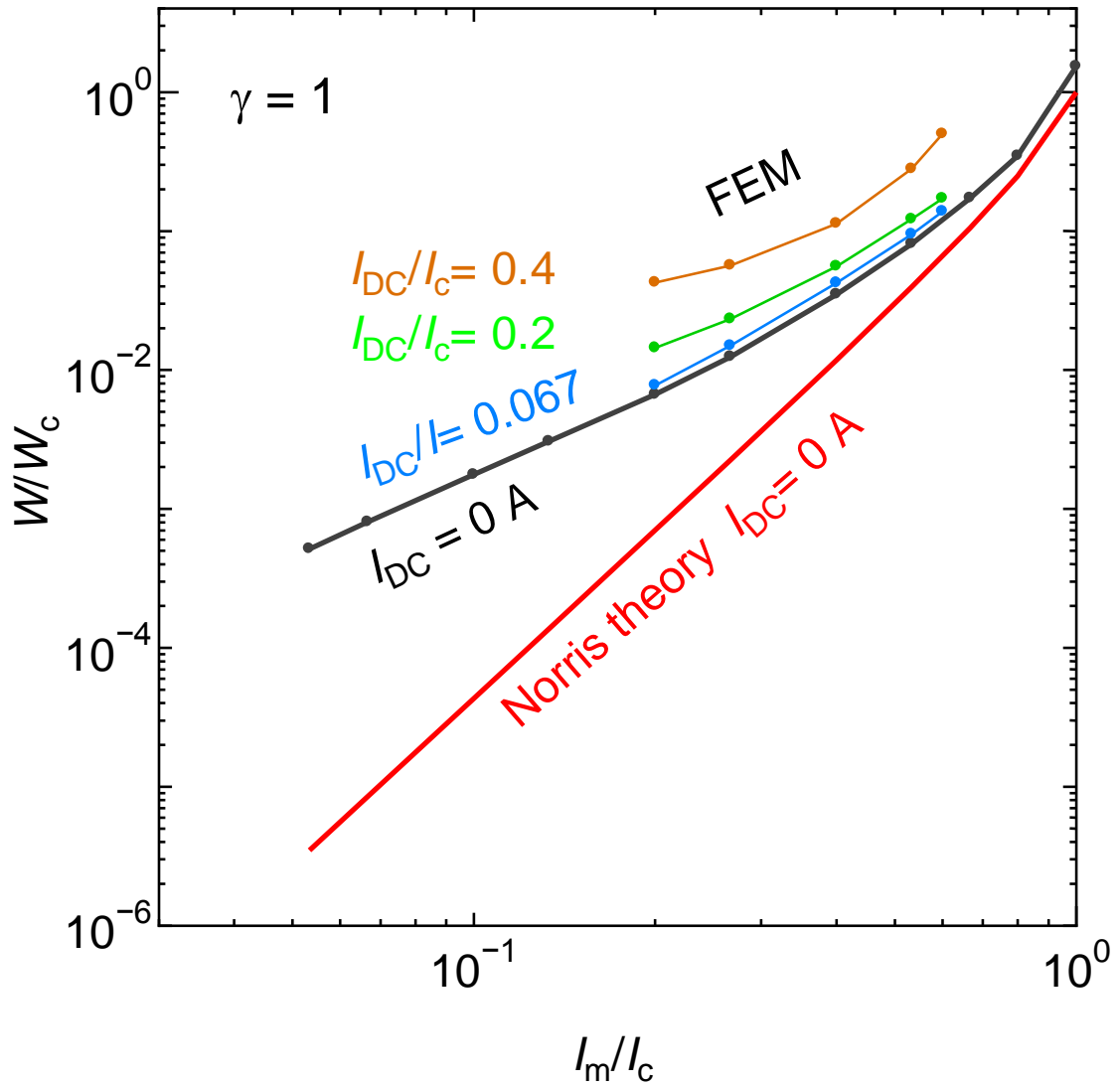


図 3.3 : FEM の要素数約 28000 で $\gamma = 1$ における様々な I_{DC} の正規化された交流損失の交流振幅依存 (赤の実線は Norris の理論による予測を示す)

図 3.4 にストリップ超伝導体で $\gamma = 0.5$ における様々な I_{DC} 値をとるときの交流損失を示す。交流損失がより大きな理由は、Irie-Yamafuji モデルより求めた磁場が増加することによって J_c が低下することによる、ストリップ超伝導体への磁束の大きな侵入に起因する。また、リップル電流の場合では I_m が I_{DC} に比べてあまり大きくないときは交流損失に I_m が影響しないことが分かる。

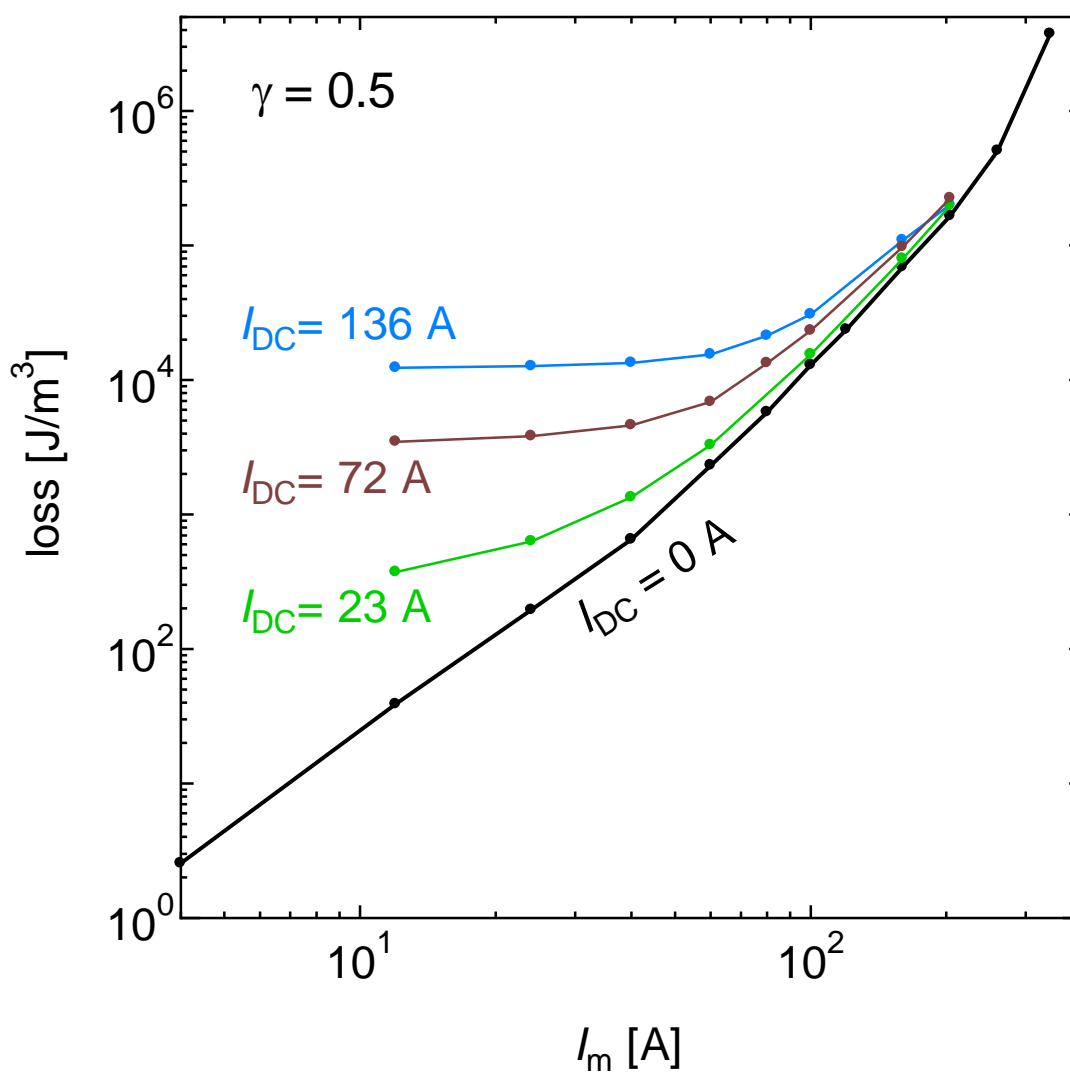


図 3.4 : $\gamma = 0.5$ における様々な I_{DC} の交流損失の交流振幅依存

第4章 まとめ

本研究では、PHOTO-Seriesにおいてリップル電流または交流電流を流した状態のストリップ超伝導体モデルを作成し、FEM解析で得られた値から超伝導体内の磁束密度の分布を求め、それを基にストリップの超伝導体のリップル電流および交流電流の交流損失を数値的に評価した。

ストリップ超伝導体内部の磁束分布を調べると、主に超伝導体の端の部分から磁束が侵入していることが確認できる。磁界を印加すると、超伝導体内部の磁束分布が変化し磁束侵入の不可逆性に起因する損失が発生するため、侵入する磁束によって損失が発生していることが分かった。交流電流よりリップル電流の方が侵入する磁束が大きいことからより損失を大きくなっていることも分かった。

FEMにより求められた交流損失の値と Norris の理論値を比較すると、 $I_{DC} = 0 \text{ A}$ のときの FEM による値は Norris の理論値より大きな値となるが総要素数を増やすことで、理論値に近づくことから FEM による計算は有効になる可能性があることが分かった。磁束の侵入の深さが小さい場合、要素において十分なアスペクト比のモデルを作ることが難しいことから、FEM においては小さな交流振幅の計算は困難であることが分かった。

今後の課題として交流振幅が小さい場合に交流損失の解析が FEM によって、正確に計算ができるようにする方法を考える必要がある。

謝辞

本研究を行うにあたり、多大なるご指導、助言を頂いた小田部荘司教授、松下照男教授、木内勝准教授に深く感謝いたします。また、助言や指導、ご協力をして頂いた小松伸二郎さんをはじめ公私共々お世話になりました小田部研究室、木内研究室の皆様に深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 『高温超伝導送電・蓄電技術世界初の直流超伝導送電・蓄電システムの研究開発 [中部大学との共同研究]』,
<http://www.nano-opt.jp/jpn/technology/cable.html>, NanoOptonics Energy
- [2] 柁川一弘:『超伝導体の交流損失の基礎』,低温工学 44 巻 9 号, pp.400-410, 2009 年
- [3] E.S.Otabe, S.Komatsu, V.S.Vyatkin, M.Kiuchi, T.Kawahara, S.Yamaguchi, International Symposium on Superconductivity 2012, TOKYO
- [4] 柁川一弘、船木和夫、小田部荘司、松下照男:『矩形断面超伝導線材における交流損失のアスペクト比依存性』,
<http://www.sc.kyushu-u.ac.jp/publication/vol1/kajikawa2.pdf>, 超伝導システム科学研究センター, 2003 年
- [5] 大橋潔人:『直流電流に交流電流を重畳したときの超伝導体円柱に生じる交流損失』,九州工業大学情報工学部電子情報工学科 2009 年度卒業論文
- [6] 梅林洋:『FreeFem++による超伝導体内の電磁現象の有限要素法を用いた数値解析』,九州工業大学情報工学部電子情報工学科 2010 年度卒業論文