

縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブルの
磁界構造の FEM による数値的解析

小田部研究室

高野 智弘

平成 26 年 2 月 13 日

電子情報工学科

目次

第 1 章 序論	1
1.1 超伝導	1
1.2 磁束ピンニング	1
1.3 縦磁界効果	2
1.4 超伝導直流電力ケーブル	4
1.4.1 超伝導電力ケーブル	4
1.4.2 縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブル	5
1.5 繰り返し近似計算による臨界電流 I_c の導出	7
1.6 有限要素法	12
1.7 PHOTO-Series	13
1.8 本研究の目的	13
第 2 章 数値解析	14
2.1 直流四端子法	14
2.2 希土類系高温超伝導コート線材の考慮すべき点	15
2.3 FEM による数値解析	16
2.3.1 解析モデルの作製	16
2.3.2 計算式の正確性の確認	17
2.3.3 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮しないときの磁界の大きさの比較	17
2.3.4 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮するときの磁界の大きさの比較	18
第 3 章 結果及び考察	19
3.1 計算式の正確性の確認	19
3.2 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮しないときの縦磁界と横磁界の大きさの比較	23
3.3 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮するときの縦磁界と横磁界の大きさの比較	25
第 4 章 まとめ	28
参考文献	30

表目次

表 2.1	試料諸元	15
表 2.2	θ_{\max} を変化させたときの、各層に印加する電流値	18

図目次

図 1.1 超伝導体に磁界に対して平行に電流を流した状態	3
図 1.2 Ti-Nb 円柱型超伝導体の臨界電流密度特性	3
図 1.3 Nb ₃ Sn 薄膜試料に中性子を照射した時の臨界電流特性	4
図 1.4 縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブルの構造	6
図 1.5 縦磁界効果を利用した超伝導直流電力ケーブルと従来型ケーブルの 電流容量の比較	7
図 1.6 らせん状に巻かれた導線に電流を流したとき	8
図 1.7 角度 θ がついたときの巻きつける線材の本数	9
図 1.8 有限要素法 の概念	12
図 2.1 四端子法の回路図	14
図 2.2 市販コート線材の縦磁界下および横磁界下の臨界電流密度	16
図 2.3 FEM による解析モデルの全体図	17
図 3.1 中心部からの距離 $R = 20$ mm、印加する電流 2000 A の条件での 角度に対する縦磁界	19
図 3.2 中心部からの距離 $R = 20$ mm、印加する電流 2000 A の条件での 角度に対する横磁界	19
図 3.3 FEM による縦磁界 B_{\parallel} の様子	20
図 3.4 FEM による横磁界 B_{\perp} の様子	20
図 3.5 中心部からの距離 $R = 10$ mm、印加する電流 2000 A の条件での 角度に対する縦磁界	21
図 3.6 中心部からの距離 $R = 10$ mm、印加する電流 2000 A の条件での 角度に対する横磁界	21
図 3.7 中心部からの距離 $R = 10$ mm、印加する電流 4000 A の条件での 角度に対する縦磁界	22
図 3.8 中心部からの距離 $R = 10$ mm、印加する電流 4000 A の条件での 角度に対する横磁界	23
図 3.9 角度 θ_{\max} に対する縦磁界の大きさ	24
図 3.10 角度 θ_{\max} に対する横磁界の大きさ	24
図 3.11 θ_{\max} に対する第 1 層に加えられる磁界の大きさ	25
図 3.12 θ_{\max} に対する第 2 層に加えられる磁界の大きさ	26

図 3.13 第 2 層の θ_{\max} に対する電流と磁界のなす角度	26
図 3.14 θ_{\max} に対する第 3 層に加えられる磁界の大きさ	27

第 1 章 序論

1.1 超伝導

1908 年、オランダの物理学者ヘイケ・カメルリング・オンネス (Heike Kamerlingh Onnes) が世界で初めてヘリウムを液化することに成功した。さらに 1911 年、液化したヘリウムを用いた極低温下における水銀の電気抵抗を調べる過程で、4.2 K 以下で電気抵抗が突然ゼロになることを発見した。この現象を超伝導現象といい、ある温度以下で超伝導現象を示す物質を超伝導体と呼ぶ。その後多くの研究者によって研究され実験面では多くの成果が得られたが、超伝導現象が発現するメカニズムなどの理論的な面での解明は全く進んでいなかった。1957 年、バーディーン (Bardeen)、クーパー (Cooper)、シュリーファー (Schrieffer) の三人によって提唱された BCS 理論によって超伝導現象の発現機構が説明された。この理論では、超伝導体が超伝導状態から常伝導状態へと転移する温度である臨界温度 T_c は上限が 30 K 程度であると予想されていた。しかし 1986 年、ドイツの物理学者ヨハネス・ゲオルク・ベドノルツ (Johannes Georg Bednorz) とカール・アレクサンダー・ミュラー (Karl Alexander Muller) によって、 T_c が 30 K を超える La-Ba-Cu-O 系超伝導体が発見された。その後 T_c が液体窒素の沸点の 77.3 K 以上である高温超伝導体も発見された。高温超伝導体はその T_c の高さから応用が期待されており、また今後さらに高い T_c を持つ超伝導体の発見が期待されている。

1.2 磁束ピンニング

超伝導体には第一種超伝導体と第二種超伝導体がある。第一種超伝導体はある磁界以上になると、超伝導状態が壊れてすぐに常伝導状態に遷移する。超伝導状態が壊れる磁界を臨界磁界 B_c という。 B_c 以下の時はマイスナー効果により完全反磁性を示す。第二種超伝導体には下部臨界磁界 B_{c1} 、上部臨界磁界 B_{c2} があり、 B_{c1} 以下では超伝導状態になっている。しかし、磁界を B_{c1} 以上かけてもすぐには常伝導状態にはならず、超伝導状態と常伝導状態が混ざった混合状態となる。第二種超伝導体は混合状態でさらに磁界をかけると、 B_{c2} 以上で常伝導状態になる。第二種超伝導体の B_{c2} は第一種超伝導体 B_c よりもかなり大きいため、工学

的にも第二種超伝導体が有用である。このように超伝導体は磁界と温度によって抵抗がゼロになるが、流せる電流量は制限なしという訳ではない。ここで電気抵抗なしで流せる最大の電流を臨界電流 J_c 、電気抵抗なしで流せる最大の電流密度を臨界電流密度 J_c と呼ぶ。超伝導体は、超伝導状態でも過剰な電流を流すと電気抵抗が発生する。 J_c は超伝導線材を評価するに当たって重要なパラメータであり、これを決定しているのが磁束ピンニングである。超伝導体内に流れる電流を J 、超伝導体内に侵入している磁束密度を B とすると、磁束線には

$$F_L = J \times B \quad (1.1)$$

でローレンツ力が働いている。ローレンツ力により磁束線が動かないように、ローレンツ力と逆方向に磁束を止めようとするピン力密度 F_p が働く。この作用を磁束ピンニングと呼ぶ。 $J=J_c$ の下では、磁束線には単位体積当たり $J_c B$ のローレンツ力が働いており、これがピン力密度は釣り合うので、

$$J_c = \frac{F_p}{B} \quad (1.2)$$

の関係となる。 J_c を増加させるには、 F_p を増加させればよい[1]。

1.3 縦磁界効果

超伝導体に電流を磁界に対して垂直に流した状態を横磁界という。これに対して図 1.1 に示すように磁界と平行に電流を流した状態を縦磁界といい、様々な奇異な現象が起こることが知られている。これらの現象を縦磁界効果という。

まず、縦磁界下では臨界電流密度が横磁界下と比べて増加する。図 1.2 に Ti-Nb の円柱型超伝導体の臨界電流密度の磁界依存性の特性を示す。下の線が通常の横磁界の場合で、上の線が縦磁界の状態を表す。図から分かるように、縦磁界は横磁界と比べて大幅な臨界電流密度の増加が観測されている。図 1.3 に Nb₃Sn 薄膜試料に中性子を照射した時の臨界電流特性を示す。白丸の部分が横磁界、黒丸の部分が縦磁界の状態を示す。それぞれ 3 本の線は中性子照射欠陥の導入によりピンニングが強くなったときの値である。中性子の照射量を増加させると、横磁界と縦磁界の両方の場合において臨界電流が増加しているため、臨界電流はピンニングの強さに依存していることがわかる。横磁界は $J=J_c$ のとき、磁束線に働くローレンツ力とピン力密度が釣り合っている。しかし、縦磁界は磁束線に対してローレンツ力が働かないので、大電流を流すことができる[2]。

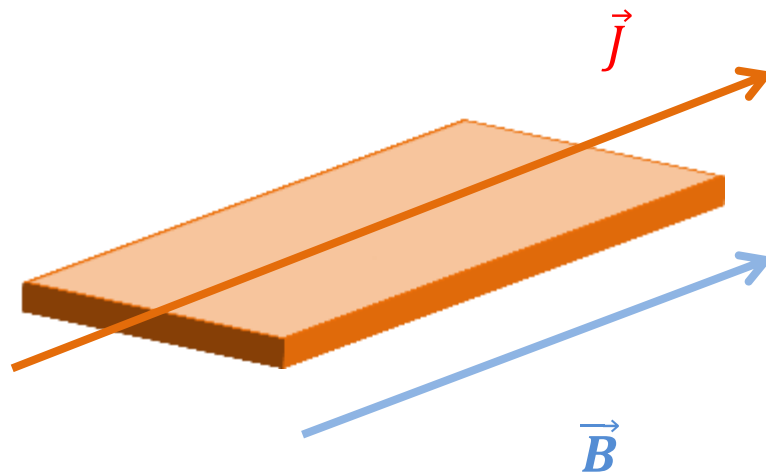


図 1.1: 超伝導体に磁界に対して平行に電流を流した状態

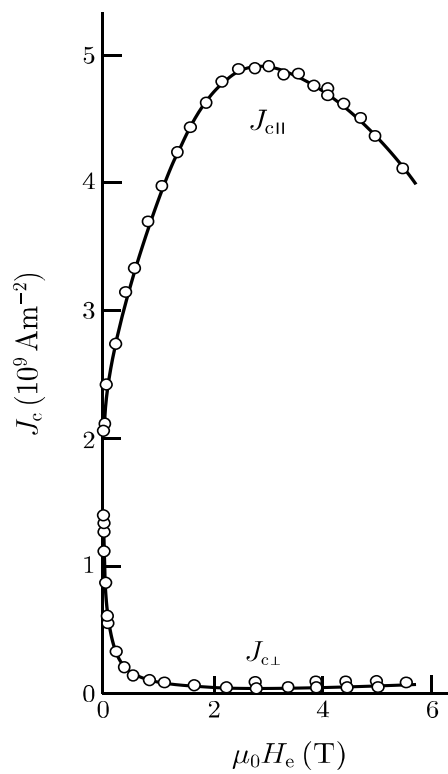


図 1.2: Ti-Nb 円柱型超伝導体の臨界電流密度特性[2]

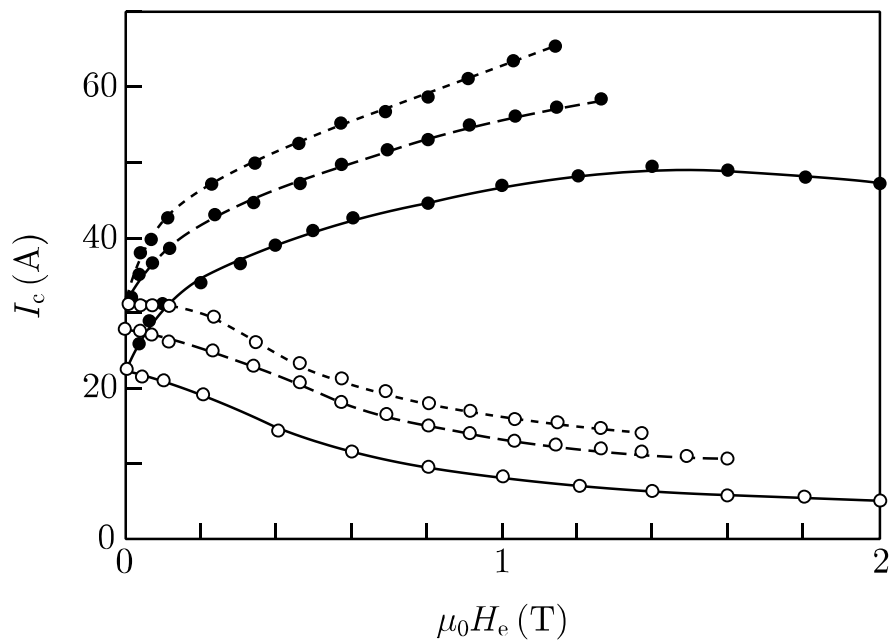


図 1.3: Nb₃Sn 薄膜試料に中性子を照射した時の臨界電流特性[3]

1.4 超伝導直流電力ケーブル

1.4.1 超伝導電力ケーブル

超伝導電力ケーブルには交流送電と直流送電があり、それぞれにメリットとデメリットがある。交流送電の場合、変圧が容易であるというメリットがある反面、交流損失が発生してしまうという大きなデメリットを持っている。直流送電の場合は現在の火力、原子力発電が交流で発電されるため直流に整流する必要があり、その整流器にコストがかかってしまうというデメリットがある。しかし、無損失であるという大きなメリットがあり、また交流送電に比べて小型化、大電流送電が可能であることから、直流送電による超伝導電力ケーブルの研究が期待されている。

1.4.2 縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブル

通常の超伝導電力機器の特性は、用いる超伝導線材の臨界電流密度特性によって決まる。しかし、縦磁界効果を利用することで超伝導線材の特性を改善することなく、機器の特性を改善できる可能性があるとして、縦磁界効果を超伝導直流電力ケーブルに応用することが考案された。

ケーブルの形状は、内側導体の最内層の中心からの距離を R_0 、内側から i 番目の超伝導層の中心からの距離を R_i 、超伝導層の厚さを d 、巻き角度を θ_i とし、内側導体の最も外側の層に流す電流の角度を θ_{\max} とするとそれぞれ

$$R_i = R_0 + id \quad (1.3)$$

となる。また、巻き角度を θ_i とし、内側導体の最も外側の層に流す電流の角度を θ_{\max} とすると、

$$\theta_i = \theta_{\max} \times \frac{i-1}{n-1} \quad (1.4)$$

の関係となる。図 1.4 に縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブルの構造と θ_i の関係を示す。

臨界電流密度が大幅に増える縦磁界下では超伝導体内で

$$\mathbf{J} \times \mathbf{B} = 0 \quad (1.5)$$

となり、ローレンツ力が磁束に働かない状態となる。まず、この状態を実現するために重要なのはケーブルの内側導体に縦磁界を加えることであるが、別途コイルをケーブルに巻く必要はない。図 1.4 のように外側導体の超伝導線材を 1 方向にツイストすることによって、内側導体に縦磁界を加えることができる。

ここで超伝導層の厚みが $1.0 \mu\text{m}$ で、線材の厚みが $100 \mu\text{m}$ のコート線材を想定し、その縦磁界下及び横磁界下での臨界電流密度がそれぞれ

$$J_{\text{cll}} = (5.0 + 6.0B) \times 10^{10} \text{ A/m}^2 \quad (1.6)$$

$$J_{\text{c}\perp} = (5.0 - 4.0B) \times 10^{10} \text{ A/m}^2 \quad (1.7)$$

であると仮定する。最も外側表面における磁界の角度 $\theta_{\max} = 60^\circ$ とし、フォーマーの半径を $a = 30 \text{ mm}$ とした場合に、層数 n を4から10まで変えたときのケーブルの電流容量を求める。縦磁界効果を利用した超伝導直流電力ケーブルと従来型ケーブルの電流容量をそれぞれ I_t 、 I_0 とする。求めた結果を比較したものを図 1.5 に示す。

図 1.5 より縦磁界効果を利用した超伝導直流電力ケーブルは従来型ケーブルに比べて特性が優れていることが分かる。特に層数が増え、電流容量が大きくなるにつれてケーブル効率が上がっている。これは縦磁界が増えることによって臨

界電流密度が増えるためである[4]。

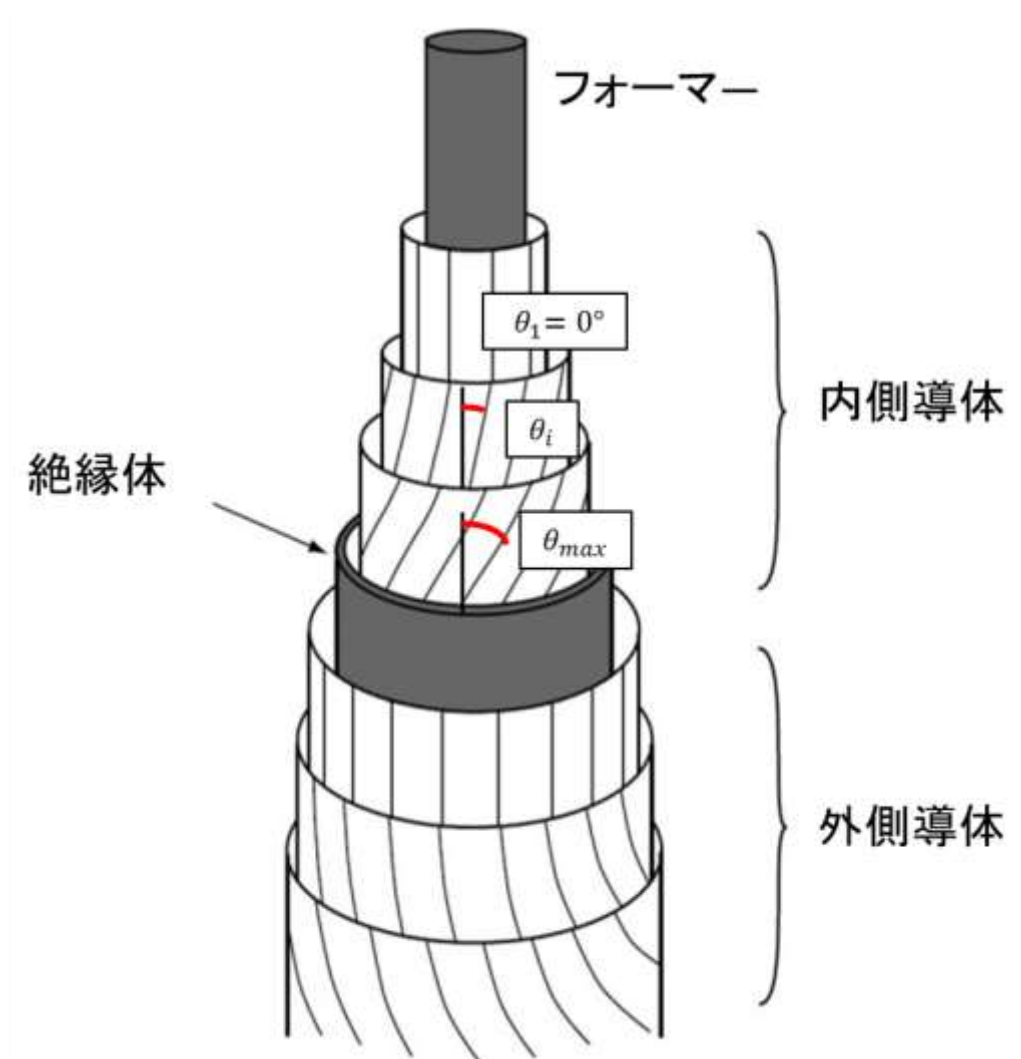


図 1.4:縦磁界効果を利用した高温超伝導直流電力ケーブルの構造

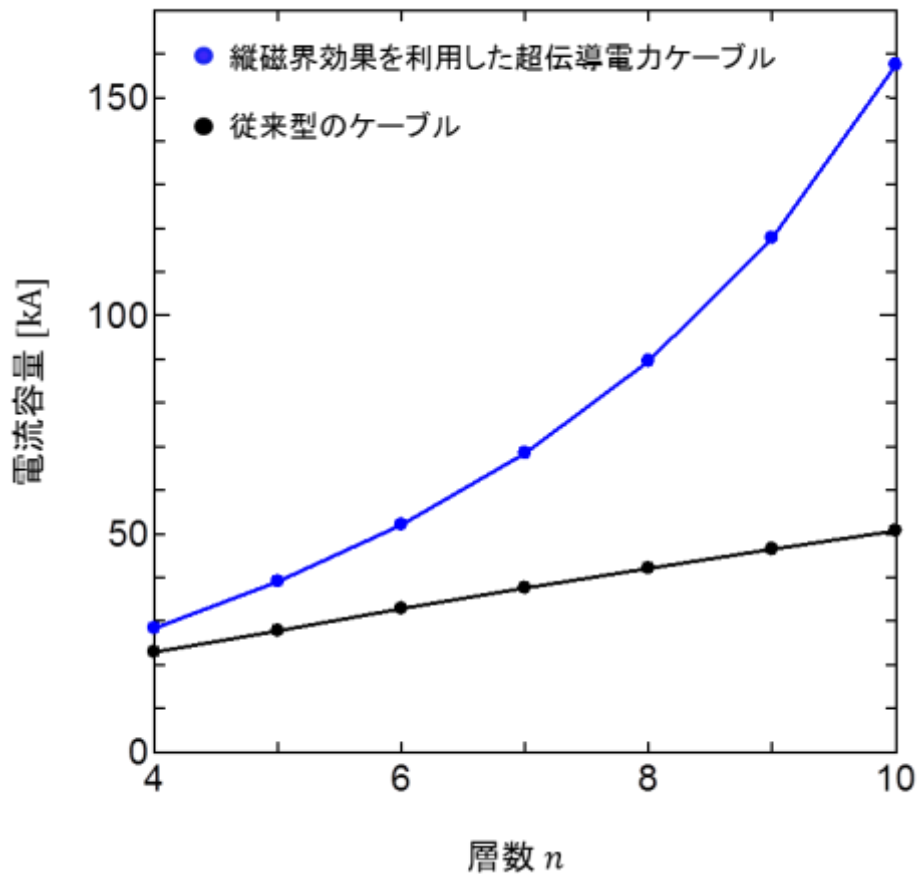


図 1.5: 縦磁界効果を利用した超伝導直流電力ケーブルと従来型ケーブルの電流容量の比較

1.5 繰り返し近似計算による臨界電流 I_c の導出

半径 R の円筒上に、円筒軸に対する角度 α で層数 N 回らせんに巻かれた導線に電流 I が流れるとき、中心軸上中央から s の距離の点での磁界の強さの軸方向の成分 H_z の大きさは、以下のようなになる。中心軸上の点 A を原点とし、軸方向に z 軸、それに垂直に x 、 y 軸をとる。導線上の一点 B の xy 面への射影点を C 、 AC が x 軸となす角を β とする。 B 点のところの線要素ベクトルを $d\mathbf{s}$ 、 $\overline{BA} = \mathbf{r}$ とする。図 1.6 にらせん状に巻かれた導線に電流を流したときの図を示す。それらの成分は、 $r_x = -R \cos \beta$ 、 $r_y = -R \sin \beta$ 、 $r_z = -R\beta \tan \alpha$ と表せる。そして $ds_x = -R \sin \beta d\beta$ 、 $ds_y = R \cos \beta d\beta$ 、 $ds_z = R \tan \alpha d\beta$ より、

(1.8)

$$H_z = \frac{I}{4\pi} \int \frac{(\mathbf{ds} \times \mathbf{r})_z}{r^3} = \frac{I}{4\pi} \int \frac{r_y ds_x - r_x ds_y}{\bar{r}^3} = \frac{I}{4\pi R} \int_{\beta_1}^{\beta_2} \frac{d\beta}{(1 + \beta^2 \tan^2 \alpha)^{3/2}}$$

となる。 β_1 、 β_2 は両端で $\beta_1 = -N\pi + s/R \tan \alpha$ 、 $\beta_2 = N\pi + s/R \tan \alpha$ なので、積分の結果

$$H_z = \frac{I}{4\pi R \tan \alpha} \left\{ \frac{N\pi R \tan \alpha + s}{\sqrt{R^2 + (N\pi R \tan \alpha + s)^2}} + \frac{N\pi R \tan \alpha - s}{\sqrt{R^2 + (N\pi R \tan \alpha - s)^2}} \right\} \quad (1.9)$$

中心では $s = 0$ として

$$H_z = \frac{IN}{2R\sqrt{1 + N^2\pi^2 \tan^2 \alpha}} \quad (1.10)$$

となり、軸方向の磁界を求めることができる[5]。

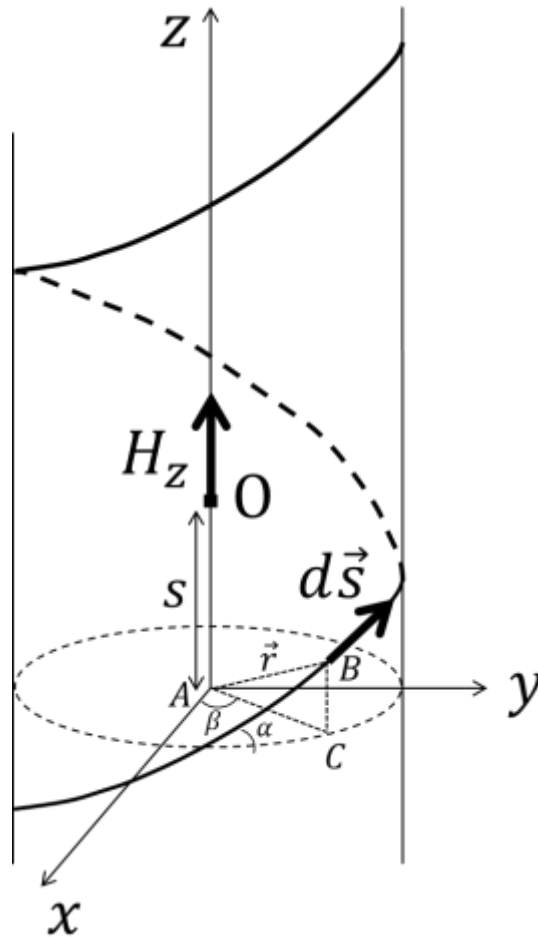


図 1.6: らせん状に巻かれた導線に電流を流したとき

ここで、 N が十分に大きいとき式(1.10)の分母は、 $2R\sqrt{N^2\pi^2 \tan^2 \alpha}$ と近似でき、 $\alpha = 90^\circ - \theta$ であるため、式(1.10)は、

$$H_z = \frac{I}{2\pi R} \tan \theta \quad (1.11)$$

と表すことができる。上記より同様に超伝導電力ケーブルにおいて、 i 番目の超伝導層に加わる縦磁界は

$$B_{i\parallel} = \sum_{k=i+1}^n \frac{\mu_0 I_k}{2\pi R_k} \tan \theta_k + B_{\text{ext}} \quad (1.12)$$

となり、また i 番目の超伝導層に加わる横磁界は z

$$B_{i\perp} = \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\mu_0 I_k}{2\pi R_i} \quad (1.13)$$

と表すことができる。

また、図 1.7 に角度 θ がついたときの巻きつける線材の本数に関する図を示す。図より同じ円周の長さにおいて巻きつける線材の本数が $\theta = 0^\circ$ のとき 8 本であるのに対して、 θ に角度がついたときの本数は 6 本と減っていることがわかる。 $\theta = 0^\circ$ のときの巻きつける線材の数を N_{num} とし、 θ に角度がついたときの巻きつける線材の数 N'_{num} とすると、

$$N'_{\text{num}} = N_{\text{num}} \cos \theta \quad (1.14)$$

と表せる。

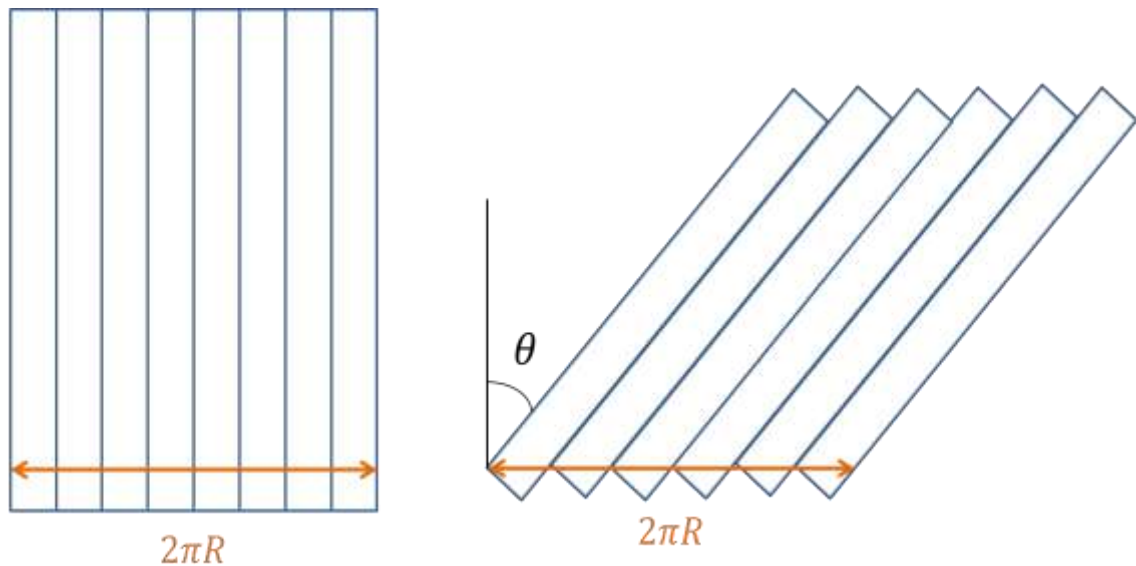


図 1.7: 角度 θ がついたときの巻きつける線材の本数

式(1.8)において角度 θ を大きくすると、 $B_{i\parallel}$ は $\tan \theta_k$ によって発散するように考えられる。しかし、式(1.14)のように角度 θ が大きくなるほど巻きつける線材の本数が減り、流すことのできる電流量が小さくなる。 $B_{i\parallel}$ において式(1.14)より、式(1.12)の I_k を $I_k \cos \theta$ とすると、

$$B_{i\parallel} = \sum_{k=i+1}^n \frac{\mu_0 I_k \sin \theta_k}{2\pi R_k} + B_{\text{ext}} \quad (1.15)$$

へ書き換えることができるため $B_{i\parallel}$ は $\tan \theta_k$ によって発散することはない。また、磁界の強さおよび線材方向からの角度は

$$B_i = (B_{i\parallel}^2 + B_{i\perp}^2)^{1/2} \quad (1.16)$$

$$\varphi_i = \theta_i - \tan^{-1} \frac{B_{i\perp}}{B_{i\parallel}} \quad (1.17)$$

となる。これらの方程式群より i 番目の層の臨界電流密度を J_i とするとき、臨界電流 I_i が求まる。

$$I_i = 2\pi J_i R_i d \cos \theta_i \quad (1.18)$$

ただしここでは、各層での超伝導線材内部の磁束分布の様子を考慮しない。しかし、超伝導線材内部の磁束分布に関して考慮した方が良いという考えもある。その理由について、超伝導線材は形状効果も考えなければならないため、超伝導線材内部の磁束分布の様子を考慮する必要があるとの考えである。超伝導線材の場合、超伝導層の厚さに比べて幅が非常に大きいため高い断面アスペクト比を持つ。また J_c が磁界の角度依存性を持つことが知られており、一般的に線材の面に垂直方向(c 軸方向)の磁界中の J_c は、面に平行方向(ab 面方向)の磁界中の J_c よりも小さい。このことを線材の形状効果という。一方、線材内部の磁束分布を考慮しなくても良いという考えもある。線材内への磁束の侵入方向は線材の面に対して平行であり、面に対して垂直磁界成分がないことから、形状効果を考慮しなくても良いためである。本研究では、内部の磁束分布を考慮せずに計算を行う。

縦磁界下の J_c を

$$J_{cM}(B) = J_c(B, \varphi = 0) \quad (1.19)$$

とし、横磁界下の J_c を

$$J_{cm}(B) = J_c(B, \varphi = \pi/2) \quad (1.20)$$

とすると、 J_c の角度依存性を

$$(1.21)$$

$$J_c(\varphi) = \frac{1}{2}(J_{cM} + J_{cm}) + \frac{1}{2}(J_{cM} - J_{cm}) \cos 2\varphi$$

のように近似することができる。

式(1.15)の J_i は B_i 、 φ_i 、 φ と一緒に式(1.21)によって決定される。また I_i は i 番目の層の臨界電流 I_{ci} のことなので、式(1.21)は

$$J_c(\varphi_i) = \frac{1}{2}(J_{cM}(B_i) + J_{cm}(B_i)) + \frac{1}{2}(J_{cM}(B_i) - J_{cm}(B_i)) \cos 2\varphi \quad (1.22)$$

とおける。 $N + 1$ 個の方程式群は、

$$J_{ci} = f(J_{c0}, \dots, J_{cN}) \quad (1.23)$$

によって繰り返し計算を用い数値的に計算することができる。初期条件として、各層での電流密度は

$$J_{c0}^{\{0\}} = J_{c1}^{\{0\}} = \dots = J_{cN}^{\{0\}} = J_{cM}(B = 0) \quad (1.24)$$

で示すように全ての同じ値をもつ。次の繰り返しで、新しい臨界電流密度の値は一つ前の値群を式(1.23)へ代入し得られ、

$$J_{ci}^{\{1\}} = f(J_{c0}^{\{0\}}, \dots, J_{cN}^{\{0\}}) \quad (1.25)$$

に示す。この方法を用いることで、 k 番目の繰り返しでは

$$J_{ci}^{\{k\}} = f(J_{c0}^{\{k-1\}}, \dots, J_{cN}^{\{k-1\}}) \quad (1.26)$$

によって臨界電流密度が得られる。このようにして、全ての層に用いる超伝導線材の臨界電流密度は、繰り返し計算によって数値的に求めることができる。繰り返しの回数は 100 回以下で、臨界電流密度の誤差は 10^{-6} A/m² 以下となる[6]。ケーブルの電流容量は

$$I_c = \sum_{i=1}^n I_i \cos \theta_i \quad (1.27)$$

により求めることができる。

1.6 有限要素法

有限要素法 (FEM : Finite Element Method) は、解析的に解くことが難しい微分方程式の近似解を数値的に得る方法の 1 つである。円柱や無限平板のような単純な形状ではなく、複雑な形状の問題だと解析的に解くことは非常に困難である。そこで複雑な形状の問題の解析を行う場合、まず対象物を単純な形状の要素に分割したものの集合体としてとらえ、各々の要素間で境界条件を満たすように方程式を作製する。そしてそれぞれの要素で作製された方程式を、対象物全体の連立一次方程式として組み立てて計算を行う。またメッシュと呼ばれる分割された要素を細かくすることで、計算精度は増加する。しかし有限要素法は単なる数値解析手法であるため、解析対象物のモデリングが適切でないと間違った解析結果を導く可能性が高い。そのため、解析対象物についてよく理解しておく必要がある。図 1.5 に有限要素法の内容を示す。

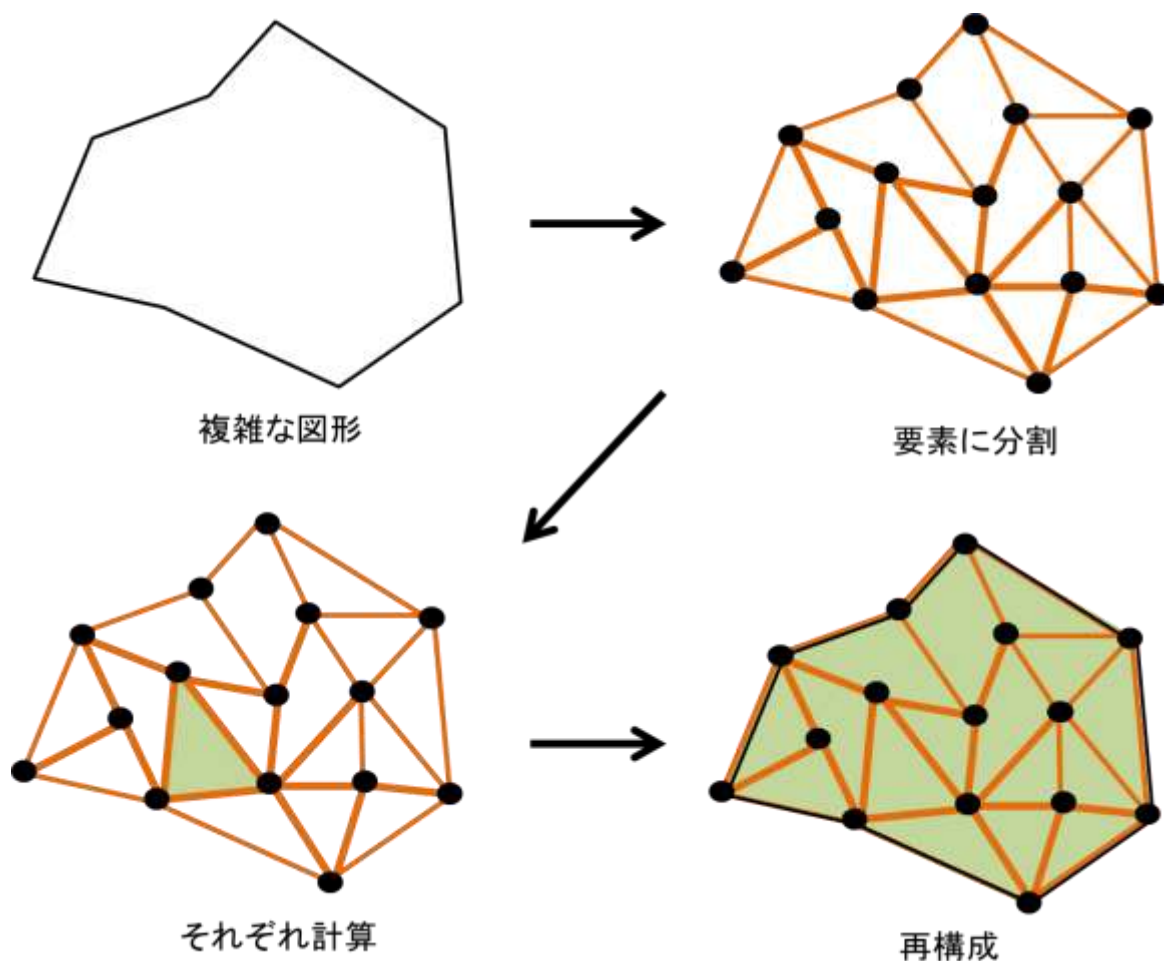


図 1.8: 有限要素法の内容

1.7 PHOTO-Series

PHOTO-Series は株式会社フォトンが開発した解析ソフトウェアであり、電磁現象を利用した製品や部品などをコンピュータ上でモデル化し有限要素法を用いて解析することができる。このソフトウェアはモータや発電機などの分野や、超伝導のようなハイテク分野でよく利用されている。解析の流れとしてはまずモデルを作製し、次に物性値などを与えてから解析する。そして解析結果はコンタ図やベクトル図などの画像で表すことができる。またデモ版（評価体験版）であれば、フリーライセンスなので誰でも気軽に扱うことができる。デモ版と製品版との違いはモデルを作製するときの要素数に制限がある程度で、解析できる内容は製品版と何も変わりはないためデモ版でも十分に解析を行うことができる。

1.8 本研究の目的

超伝導電力ケーブルは伝送効率が高いため、火力発電や原子力発電などによるCO₂排出を削減するのに有効であり、超伝導技術の理想的な応用の一つである。また、超伝導直流送電は無損失である。超伝導交流送電に比べ、ケーブルの断面積が小さいため液体窒素による冷却コストが安い。直流で発電される太陽光発電などの送電ケーブルとして用いるのに適している、などの様々なメリットがある。以上のことから、直流送電を用いた超伝導電力ケーブルの研究が期待されている。

縦磁界効果を利用した超伝導直流電力ケーブルはケーブルの構造が複雑であり、その具体的な設計のために超伝導コート線材を巻き付ける角度が重要な問題点となっている。これまで、巻きつける角度を変えたときのケーブルの電流容量を求めるために、繰り返し近似を用いて計算を行ってきた。しかし、繰り返し近似による近似計算の結果が正しいかどうかを確かめる必要がある。そこで本研究では FEM を用いて数値解析を行う。繰り返し近似による近似計算の結果を FEM による計算結果と比較することで、繰り返し近似による近似計算の正確性を確認する。

第2章 数値解析

2.1 直流四端子法

超伝導線材の $V-I$ 特性を評価するために直流四端子法を用いるため、まず直流四端子法についての説明をする。

材料の $V-I$ 特性を評価するための方法の一つに、試料に電流を直接流すという方法がある。抵抗値が小さいときには、接触抵抗などの影響が小さい四端子法が用いられる。図 2.1 に四端子法の回路図を示す。 R_1 、 R_2 は回路の接触抵抗、 R_m は測定試料の抵抗、 R_v は電圧計の内部抵抗を表す。 R_1 、 R_2 は R_v に比べて十分小さいため無視して考えることができる。そのため R_m が R_1 、 R_2 と比べて十分小さいとき $I_2 \cong 0$ とみなすことができるので、 $V \cong R_m I_1$ となり正確に試料抵抗を測定することができる。今回使用した試料の抵抗値は電圧計の内部抵抗に比べ十分小さいと考えられるため、直流四端子法を用いて測定を行った。

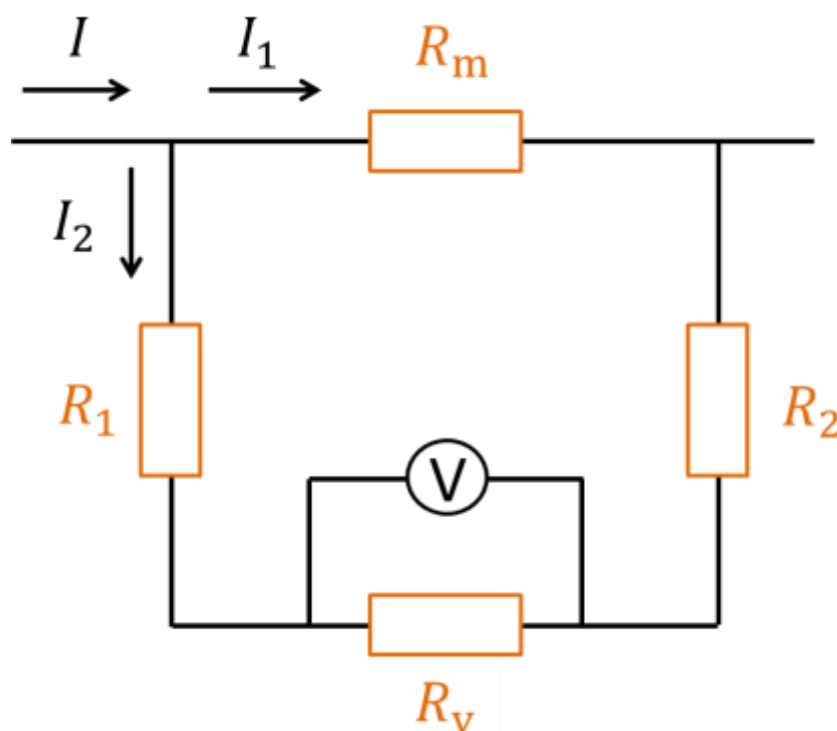


図 2.1: 四端子法の回路図

2.2 希土類系高温超伝導コート線材の考慮すべき点

現在の希土類系高温超伝導コート線材は、縦磁界効果によって J_c が縦磁界が大きくなるにつれて増加する特性とはなっていない。今回用いた試料は、株式会社フジクラから購入したPLD法によって作製された希土類系高温超伝導コート線材である。表 2.1 に試料諸元を示す。 J_c の磁界依存性を評価するために直流四端子法を用いて $V-I$ 特性を測定し、そこから得られた J_c を評価した。また、電界基準は $E_c = 1.0 \times 10^{-4}$ V/mとした。電流を磁界に対して垂直に流した横磁界の場合と、磁界と平行に電流を流した縦磁界の場合について、磁界の大きさを0 ~ 1.0 T の範囲で、磁界に対する電流密度特性をそれぞれ測定した。図 2.2 に実際に測定した図を示す。縦磁界が longitudinal、横磁界が *ab*-plane である。

図 2.2 より縦磁界下での J_c は磁界の増加とともに徐々に減少しているが、横磁界下での J_c と比較すると、減少の幅が小さいことが分かる。しかしながら図 1.2 のように円柱状の超伝導体の場合と比較すると、図 2.2 のような超伝導線材では低磁界において J_c が増加する特性とはなっていない。その理由として、線材内に存在する結晶界面の弱結合によるためであると考えられている。通常のコート線材では基板から0.5 μm ほどのところから a 軸粒子や c 軸傾角粒子が成長し始めるが、こうした粒子と正常な超伝導母相の間は結晶粒界の弱結合部分と呼ばれており、そこでは電流は局所的に磁束と平行ではなくなり、式(1.5)から外れてしまうことになる[7]。したがって、巨視的に縦磁界効果を得ようとしても現実にはそうはならない。そのため、 J_c の増加が限られ、超伝導線材を強くツイストしても角度が大きくなることで巻きつける超伝導線材の数が減少し、結果として輸送電流の割合が減少して得にならなくなってしまうということになる。

表 2.1: 試料諸元

Sample	Thickness d [μm]	J_c [A/m^2]	T_c [K]
Fujikura - GdBCO	1.00	2.84×10^{10}	91.3

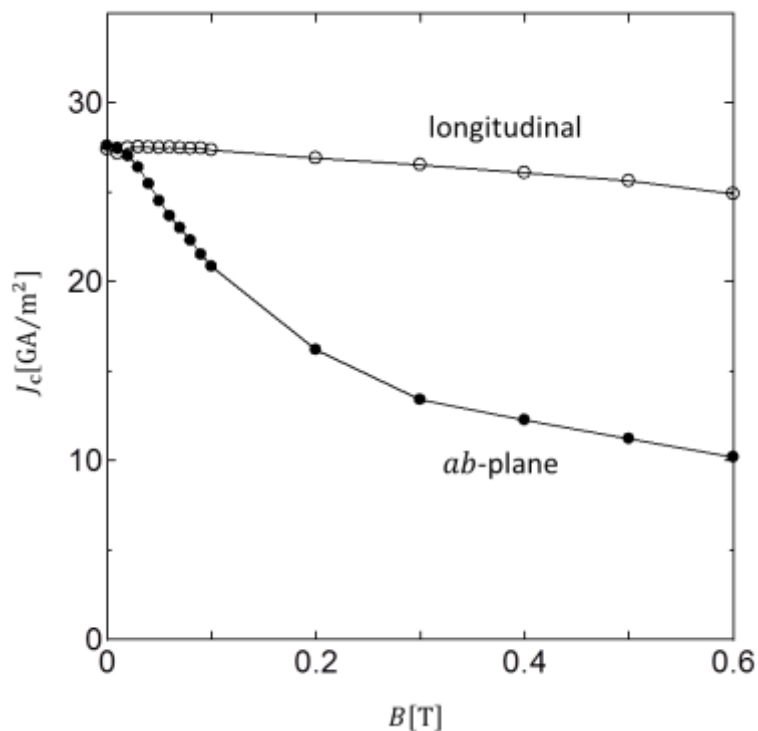


図 2.2: 市販コート線材の縦磁界下および横磁界下の臨界電流密度

2.3 FEM による数値解析

2.3.1 解析モデルの作製

FEM による数値計算を行い、繰り返し近似による近似計算の値と比較をし、近似計算の正確性を確認する。図 2.3 に FEM によって作製した解析モデルを示す。解析モデルは赤の部分の第 1 層、黄色の部分の第 2 層、黄緑の部分の第 3 層が内側導体の 3 層で、青の部分の第 4 層、紫の部分の第 5 層、灰色の部分の第 6 層が外側導体の 3 層である。寸法は中心から内側導体の最内層までの距離 $R_0 = 20$ mm、中心から外側導体の最内層までの距離を 40 mm、超伝導線材の厚さを 140 μm 、超伝導層とみなす導体層の厚さ $d = 40$ μm である。また、今回は導体層を電気伝導率 $\sigma = 1$ の金属導体として設定した。

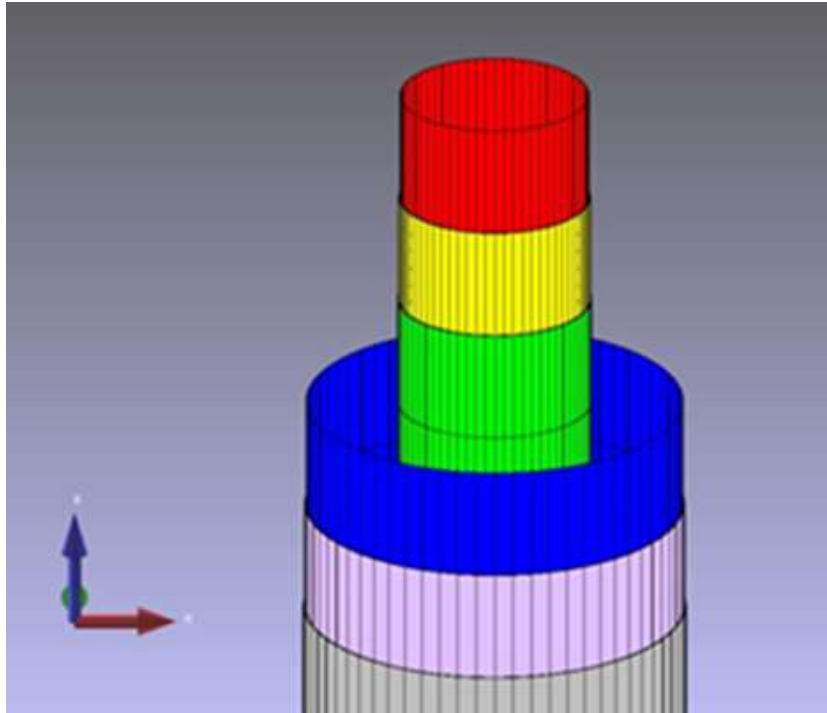


図 2.3: FEM による解析モデルの全体図

2.3.2 計算式の正確性の確認

近似計算が正しいかどうかを確認する前に、式(1.12)、式(1.13)の縦磁界の大きさ B_{\parallel} と横磁界の大きさ B_{\perp} を導出する式の正確性を確認する。ここでは第1層のみに電流を流す。条件を

1. 中心部からの距離 $R = 20 \text{ mm}$ 、印加する任意の電流量 2000 A
2. 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する任意の電流量 2000 A
3. 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する任意の電流量 4000 A

の3つとし、印加する電流の角度 θ_{\max} を変化させたときの縦磁界と横磁界の大きさを計算する。そして式(1.12)、式(1.13)の結果と FEM による数値計算の結果を比較することで、式(1.12)、式(1.13)の正確性を確認する。

2.3.3 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮しないときの磁界の大きさの比較

外側導体から加えられる縦磁界 B_{ext} を考慮せず、内側導体の3層に磁界依存性を考慮しない J_c による電流を流す。このとき J_c は常に任意の臨界電流密度

$J_c = 2.84 \times 10^{10}$ A/m² と仮定する。また式(1.18)において、 $\theta = 0^\circ$ のとき第 i 層の層に印加する電流は $I_i = 2\pi R_i J_c d$ となるので、第 1 層、第 2 層、第 3 層に印加する電流 I_i はそれぞれ、 $I_1 = 3.57 \times 10^3$ A、 $I_2 = 3.59 \times 10^3$ A、 $I_3 = 3.62 \times 10^3$ A となる。このとき、 θ_{\max} を変化させたときの、計算式で導出した縦磁界、横磁界の大きさと、FEM による数値計算での縦磁界、横磁界の大きさの結果を比較する。

2.3.4 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮するときの磁界の大きさの比較

外側導体から加えられる縦磁界 B_{ext} を考慮せず、内側導体の 3 層に磁界依存性を考慮した J_c による電流を流す。このとき、 θ_{\max} を変化させたとき第 1 層、第 2 層、第 3 層にそれぞれ加えられる磁界の大きさを比較する。繰り返し近似による近似計算と FEM の結果を比較することで、繰り返し近似による近似計算の正確性を確認する。表 2.2 に θ_{\max} を変化させたときの、各層に印加する電流値を示す。各層に流す電流値 I_1 、 I_2 、 I_3 は繰り返し計算によって求められ、 I_t は I_1 、 I_2 、 I_3 を足し合わせた値を示している。

表 2.2: θ_{\max} を変化させたときの、各層に印加する電流値

θ_{\max} [degree]	I_1 [A]	I_2 [A]	I_3 [A]	I_t [A]
5	4818.5	4169.3	3703.1	12690.9
10	4820.2	4176.8	3688.3	12685.3
20	4822.9	4205.1	3619.1	12647.1
30	4824.7	4237.7	3478.9	12541.3
40	4825.6	4251.0	3239.1	12315.7
50	4825.5	4220.1	2870.8	11916.4
60	4824.7	4126.8	2356.1	11307.6
70	4823.4	3965.0	1698.1	10486.5
80	4822.0	3740.3	924.75	9487.05

第3章 結果及び考察

3.1 計算式の正確性の確認

図 3.1、図 3.2 に中心部からの距離 $R = 20 \text{ mm}$ 、電流 2000 A を 1 層のみに流したときの縦磁界 B_{\parallel} 、横磁界 B_{\perp} の大きさを比較したグラフをそれぞれ示す。

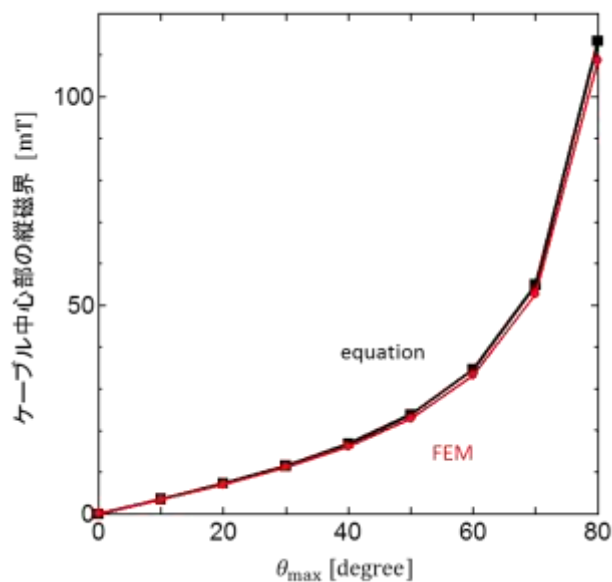


図 3.1: 中心部からの距離 $R = 20 \text{ mm}$ 、印加する電流 2000 A の条件での角度に対する縦磁界

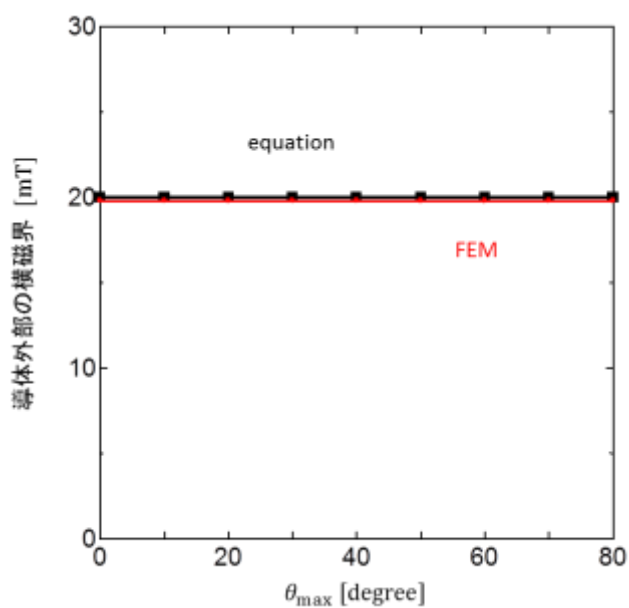


図 3.2: 中心部からの距離 $R = 20 \text{ mm}$ 、印加する電流 2000 A の条件での角度に対する横磁界

図 3.1、図 3.2 はともにほぼ一致していることがわかる。式(1.12)より、縦磁界 B_{\parallel} は $\tan \theta$ が掛けられているため印加する電流が一定のとき、 θ が大きくなるに従い縦磁界 B_{\parallel} は無限大に大きくなっている。また式(1.13)より、横磁界 B_{\perp} は一定となっている。

また、図 3.3、図 3.4 に中心部からの距離 $R = 20 \text{ mm}$ 、電流 2000 A 、 $\theta_{\max} = 60^\circ$ の場合の FEM による縦磁界 B_{\parallel} と横磁界 B_{\perp} の様子をそれぞれ示す。

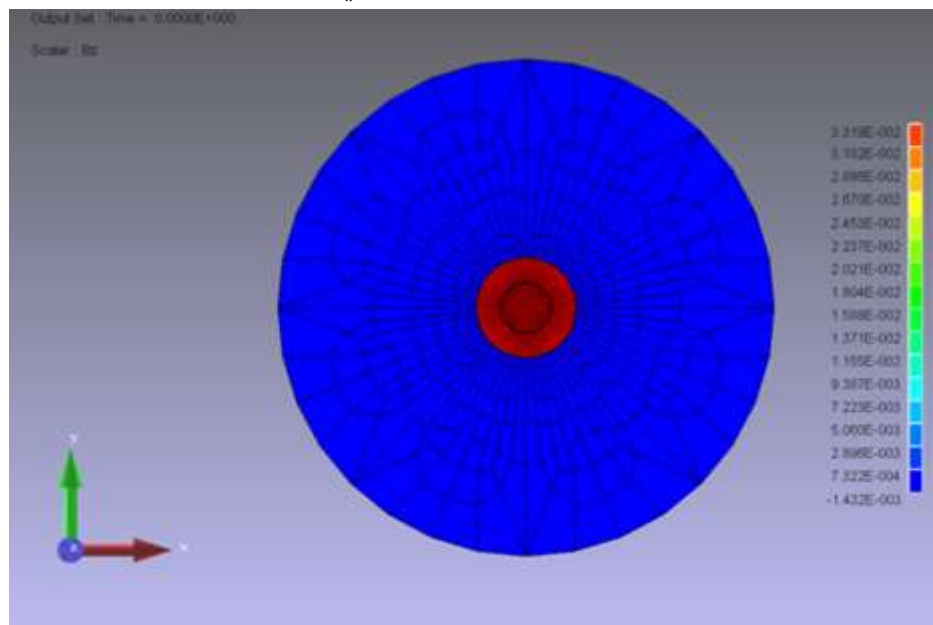


図 3.3: FEM による縦磁界 B_{\parallel} の様子

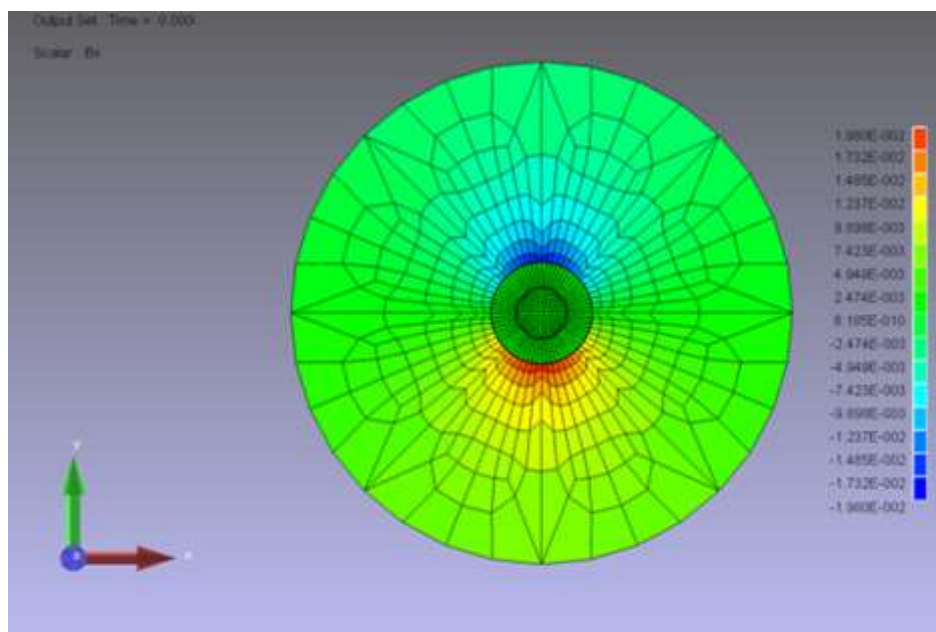


図 3.4: FEM による横磁界 B_{\perp} の様子

図 3.5、図 3.6 に中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、電流 2000 A を 1 層のみに流したときの縦磁界 B_{\parallel} 、横磁界 B_{\perp} の大きさの計算結果を比較したグラフをそれぞれ示す。

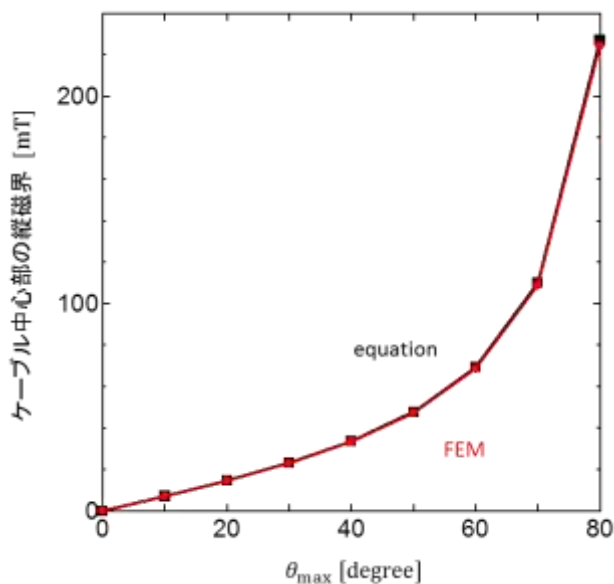


図 3.5: 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する電流 2000 A の条件での角度に対する縦磁界

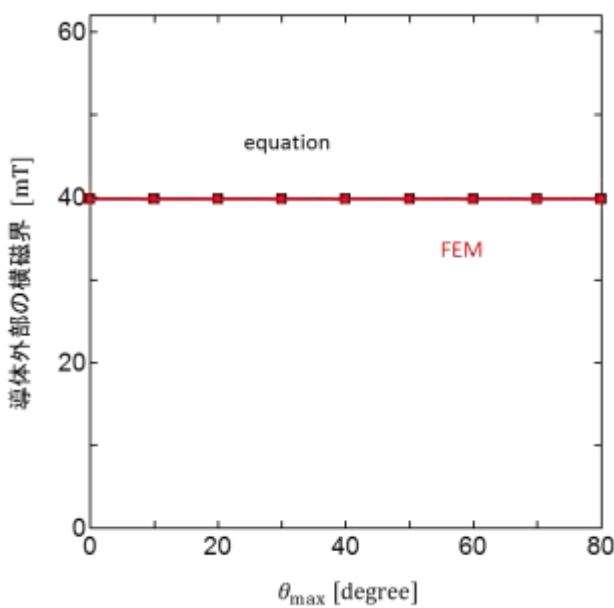


図 3.6: 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する電流 2000 A の条件での角度に対する横磁界

図 3.5、図 3.6 はともにほぼ一致していることがわかる。また、図 3.1、図 3.2 と比べるとグラフは同じような線だが、値がどちらも約 2 倍になっている。これは式(1.12)、式(1.13)より、 R を1/2倍とすると縦磁界、横磁界の大きさは 2 倍となるためである。

図 3.7、図 3.8 に中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、電流 4000 A を 1 層のみに流したときの縦磁界 B_{\parallel} 、横磁界 B_{\perp} の大きさの計算結果を比較したグラフをそれぞれ示す。

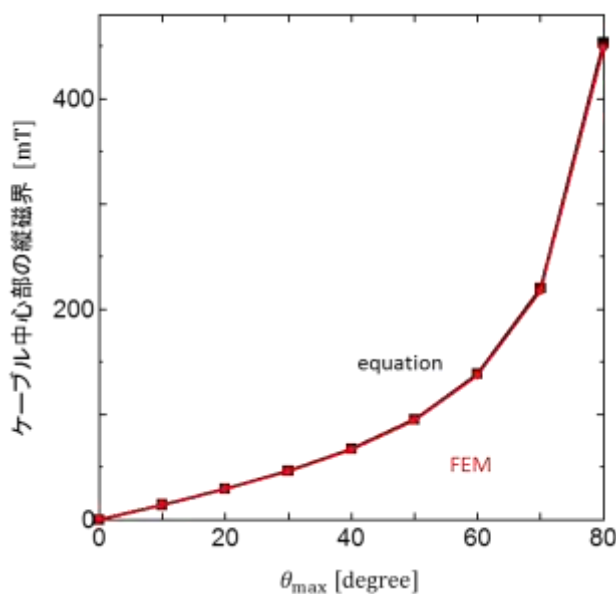


図 3.7: 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する電流 4000 A の条件での角度に対する縦磁界

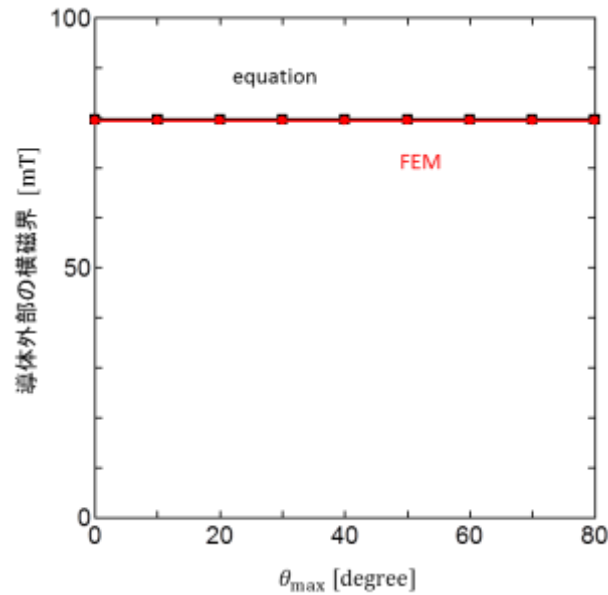


図 3.8: 中心部からの距離 $R = 10 \text{ mm}$ 、印加する電流 4000 A の条件での角度に対する横磁界

図 3.7、図 3.8 はともにほぼ一致していることがわかる。また、図 3.1、図 3.2 と比べるとグラフは同じような線だが、値がどちらも約 4 倍になっている。これは式(1.12)、式(1.13)より、 R を $1/2$ 倍、電流量を 2 倍とすると縦磁界、横磁界の大きさは 4 倍となるためである。

図 3.1、図 3.2 と、図 3.5 から図 3.8 より式(1.12)、式(1.13)の結果と FEM による数値計算の結果はすべてほぼ一致しているということがわかる。よって中心部からの距離 R 、印加する電流の値を変えても一致したことから、式(1.12)、式(1.13)による縦磁界、横磁界の大きさの導出は正確である。

3.2 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮しないときの縦磁界と横磁界の大きさの比較

図 3.9、図 3.10 に臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮しないときのそれぞれ縦磁界と横磁界の大きさを比較したグラフを示す。

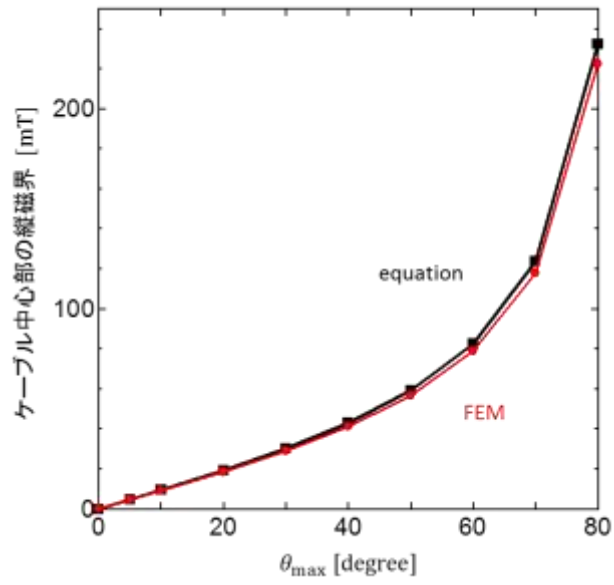


図 3.9: 角度 θ_{\max} に対する縦磁界の大きさ

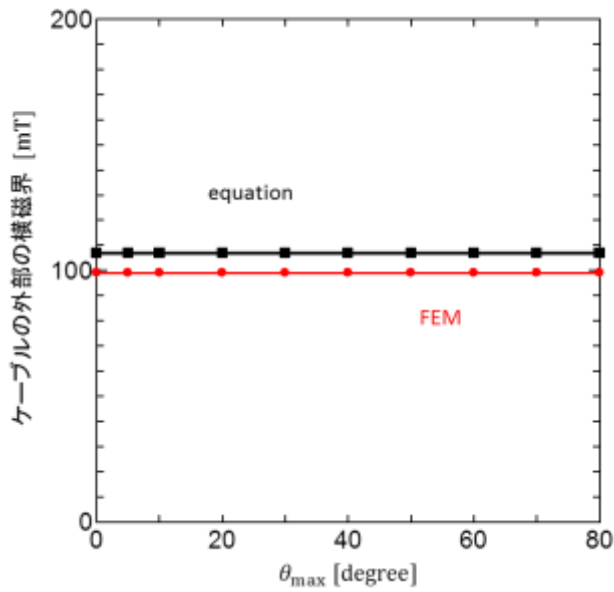


図 3.10: 角度 θ_{\max} に対する横磁界の大きさ

図 3.9 より臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮せずに θ_{\max} を変化させたときのケーブル中心部の縦磁界の大きさは、計算結果と FEM の結果を比較するとほぼ一致することが確認できる。図 3.10 で横磁界の大きさは計算結果と FEM の結果に差があるように見える。これはケーブル外部の横磁界の大きさが第 1 層から第 3 層が加える横磁界の足し合わせであるため、各層の結果の差も足し合わされたためであると考えられる。しかし、今回の結果では約 5% の差であるため、ほぼ一致しているといえる。よって縦磁界、横磁界ともに、式(1.12)、式(1.13)により導出した各層が加える磁界の足し合わせで求めることができるということがわかった。今回は 3 層に電流を流し計算を行ったが、さらに層を増やした場合でもほぼ一致すると考えられる。

3.3 臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮するときの縦磁界と横磁界の大きさの比較

図 3.11、図 3.12、図 3.13 に臨界電流密度 J_c の磁界依存性を考慮するときの、第 1 層から第 3 層の角度 θ_{\max} に対する磁界の大きさの結果をそれぞれ示す。

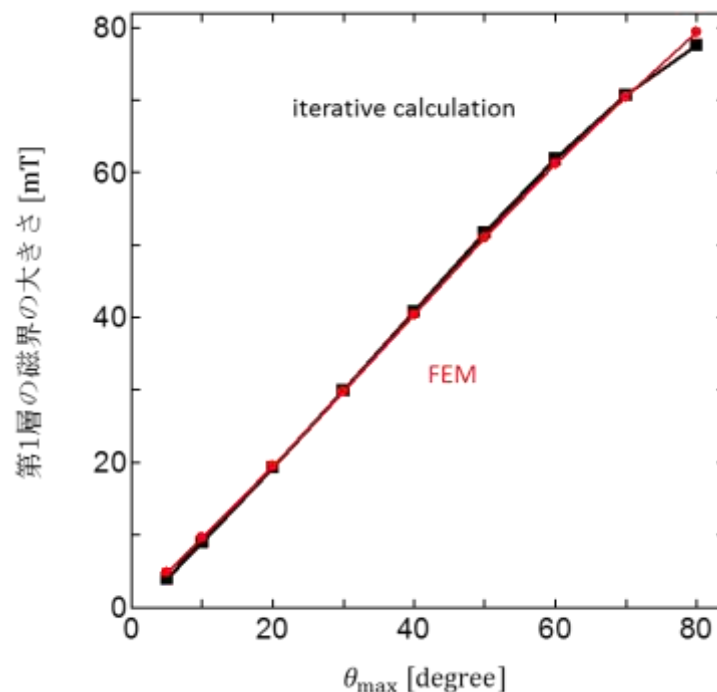


図 3.11: θ_{\max} に対する第 1 層に加えられる磁界の大きさ

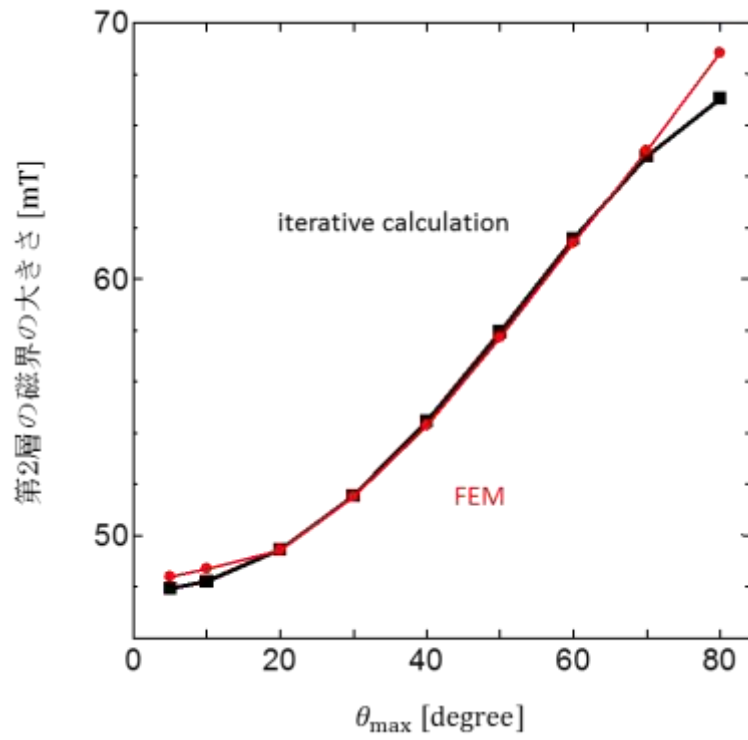


図 3.12: θ_{\max} に対する第 2 層に加えらるる磁界の大きさ

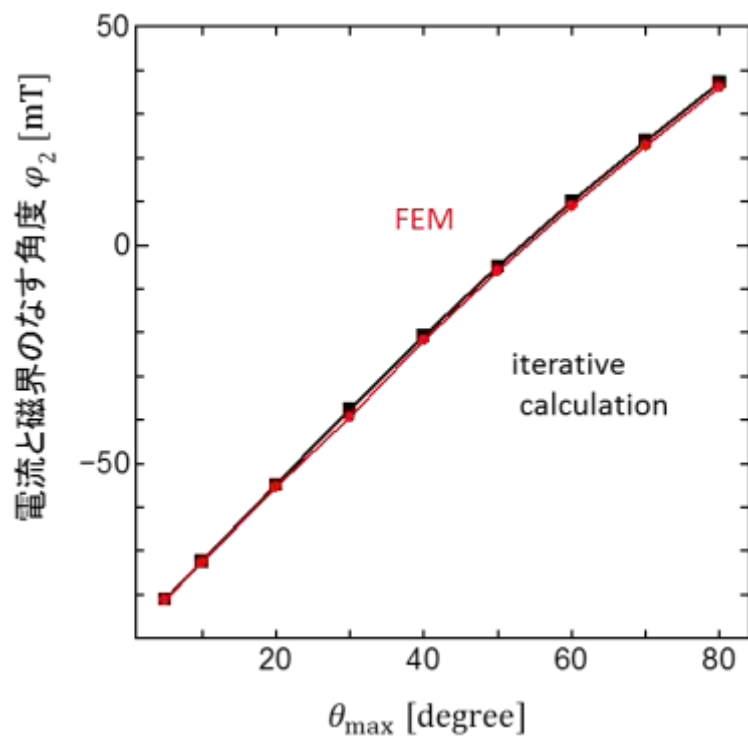


図 3.13: 第 2 層の θ_{\max} に対する電流と磁界のなす角度

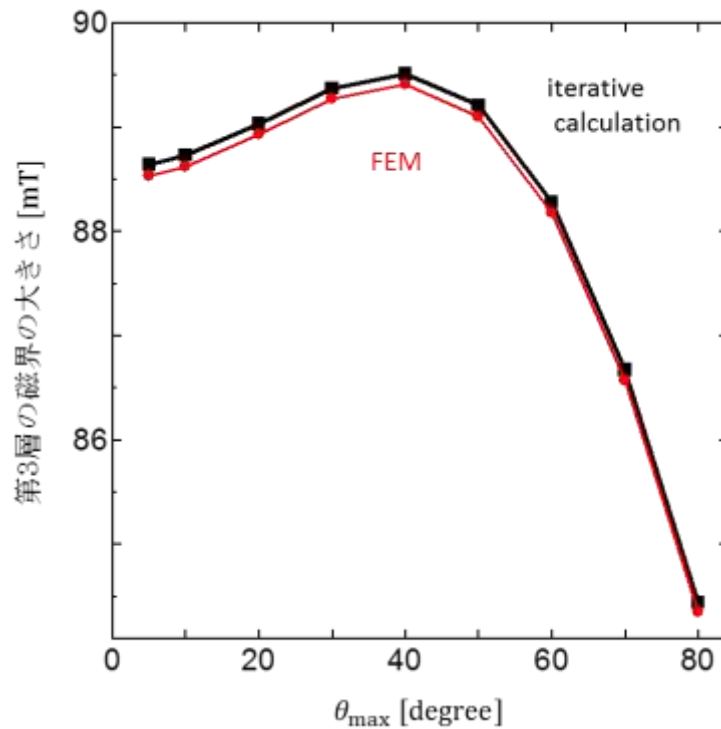


図 3.14: θ_{\max} に対する第 3 層に加えられる磁界の大きさ

第 1 層に加えられる磁界は第 2 層と第 3 層が加える縦磁界のみとなり、横磁界は加えられない。そのため、第 1 層に流れる電流と加えられる磁界は同方向となるので、電流と磁界のなす角度は $\varphi_1 = 0^\circ$ となる。

第 2 層には縦磁界、横磁界の両方が加えられる。そのため、電流と磁界のなす角度 φ_2 は FEM により縦磁界と横磁界をそれぞれ求め、式(1.17)より導出している。また、縦磁界効果を利用するためには、 $\varphi = 0^\circ$ の場合が最も好ましい。しかし、今回は外側導体によって加えられる縦方向の外部磁界を考慮していないため、図 3.13 において θ_{\max} が小さいところで φ_2 は -90° 近辺にまで大きくなっている。

第 3 層に加えられる磁界は第 1 層と第 2 層が加える横磁界のみとなり、縦磁界は加えられない。そのため、電流と磁界のなす角度は $\varphi_3 = \theta_{\max} - 90^\circ$ となる。

図 3.11、図 3.12、図 3.14 より、 J_c の磁界依存性を考慮した電流を流し、 θ_{\max} を変化させた場合、各層に与えられる磁界の大きさは繰り返し近似による近似計算と FEM の結果を比較するとほぼ一致することが確認できる。また図 3.13 より、第 2 層において電流と磁界のなす角度 φ もほぼ一致する。以上のことから、繰り返し近似による近似計算は正確である。

第4章 まとめ

繰り返し近似による近似計算によって得られる結果を、FEMによる結果と比較して、近似計算によって得られる結果の正確性を確認した。

- ・ 導体を1層のみとしたとき、縦磁界 B_{\parallel} と横磁界 B_{\perp} を求める計算式は正確である。
- ・ 導体を3層とし、 J_c の磁界依存性を考慮しないとき、縦磁界 B_{\parallel} と横磁界 B_{\perp} を求める計算式は正確である。
- ・ 導体を3層とし、 J_c の磁界依存性を考慮したとき、繰り返し近似による近似計算は正確である。

今回比較を行った条件において、結果は全ての条件においてほぼ一致したことから、上記のことを確認することができた。

このことから、縦磁界効果を利用した直流超伝導電力ケーブルの構造は複雑ではあるが、電磁気の基本的な式で計算が可能であり、またその設計においてさらに多層にした場合でも、繰り返し近似による近似計算によって求めたい値を短時間で計算し導き出すことができるということが分かった。

謝辞

本研究を行うにあたり、小田部荘司教授に多大なるご指導、助言を頂き、深く感謝いたします。また、様々な助言やご指導、ご協力をして頂いた松下照男教授、木内勝准教授に深く感謝いたします。そして、研究の解析を手伝っていただくなど、様々なご指導を頂いた小松伸二郎さんをはじめ、研究室内でお世話になりました小田部研究室、木内研究室所属の皆様にも深く感謝いたします。

参考文献

- [1] 松下照男: 磁束ピンニングと電磁現象 産業図書
- [2] Yu. F. Bychkov, V. G. Vereshchagin, M. T. Zuev, V. R. Karasik, G. B. Kurganow and V. A. Mal'tsev: JETP Lett. 9 (1969) 404.
- [3] G. W. Cullen, R. L. Novak : Appl. Phys. Lett. 4(1964)147
- [4] T. Matsushita, M. Kiuchi, E. S. Otabe, V. S. Vyatkin : Appl. Supercond. Conf. (2013)032.
- [5] 山崎修一郎, 後藤憲一: 詳解 電磁気学演習 共立出版, 1970 年
- [6] V. S. Vyatkin, K. Tanabe, J. Wada, M. Kiuchi, E. S. Otabe, T. Matsushita : Physica C 494 (2013) 135
- [7] T. Kato, R. Yoshida, N. Chikumoto, S. Lee, K. Tanabe, T. Izumi, T. Hirayama, Y. Shiohara : Physica C 471 (2011) 1012