差分進化法を用いた

磁束クリープ・フローモデルのパラメータ推定

小田部研究室

田口 拓人

平成 29 年 2 月 22 日

電子情報工学科

目次

目次 ii

第 1 章　序論 1

1.1　はじめに 1

1.2　磁束ピンニング 2

1.3　磁束クリープ・フローモデル 3

1.4　不可逆磁界 10

1.5　差分進化法 11

1.6　シンプソン法 14

1.7　本研究の目的 15

第 2 章　推定手法 17

2.1　推定方法 17

2.2　計算環境 18

2.3　実験データ 19

第 3 章　結果及び考察 22

3.1　計算精度 22

3.2　ピンニングパラメータ$g2$ 25

3.3　パラメータ収束度 26

3.4　差分進化の制御パラメータ 28

第 4 章　まとめ 34

参考文献 36

謝辞 37

図目次

Fig. 1.1 磁束クリープにおける磁束バンドルの変位とエネルギーの関係 3
Fig. 1.2 磁束フローにおける磁束バンドルの変位とエネルギーの関係 6
Fig. 1.3 磁束線と平行方向の相関距離と超伝導層の厚さの関係 8
Fig. 1.4 不可逆曲線 10
Fig 1.5 DE の概略図 12
Fig 1.6 DE の探索初期 13
Fig 1.7 DE の探索中盤 13
Fig. 1.8 シンプソン法 15
Fig. 2.1 実験値と理論値の$\boldsymbol{E}$-$\boldsymbol{J}$特性における精度評価の模式図 17
Fig. 2.2 住友電気工業製の$\mathbf{GdBa2Cu3O7-}\boldsymbol{\delta}$コート線材の$\boldsymbol{E}$-$\boldsymbol{J}$特性 20
Fig. 2.3 SpuperPower 製の市販のコート線材(SCS2050)の$\boldsymbol{E}$-$\boldsymbol{J}$特性 21
Fig. 3.1 推定したピンニングパラメータの$\boldsymbol{E}$-$\boldsymbol{J}$特性#1 23
Fig. 3.2 推定したピンニングパラメータの$\boldsymbol{E}$-$\boldsymbol{J}$特性#2 24
Fig 3.3 DE で求めた場合のピンニングパラメータの分散 27
Fig 3.4 DE で求めた場合のピンニングパラメータの分散 27
Fig. 3.5 様々な個体数$\boldsymbol{N}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 29
Fig. 3.6 様々なスケーリングファクタ$\boldsymbol{F}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 29
Fig 3.7 様々な交叉率$\boldsymbol{CR}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 30
Fig 3.8 様々な個体数$\boldsymbol{N}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 31
Fig 3.9 様々なスケーリングファクタ$\boldsymbol{F}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 32
Fig 3.10 様々な交叉率$\boldsymbol{CR}$における世代数と評価値$\boldsymbol{d}$との関係 33

表目次

Table 2.1 探索点の範囲#1 18

Table 2.2 探索点の範囲#2 18

Table 2.3 計算環境 18

Table 2.4 住友電気工業製の$\mathbf{GdBa2Cu3O7-\delta}$コート線材 20

Table 2.5 SpuperPower 製のコート線材(SCS2050) 21

Table 3.1 ピンニングパラメータと評価値$\boldsymbol{d}$及び推定時間#1 23

Table 3.2 ピンニングパラメータと評価値$\boldsymbol{d}$及び推定時間#2 24

Table 3.3 ピンニングパラメータと評価値$\boldsymbol{d}$及び推定時間#3 25

第1章　序論

1.1　はじめに

1911 年にオランダの Kamerlingh Onnes は、水銀の電気抵抗測定実験において、極低温下で電気抵抗が突然ゼロに限りなく近くなる超伝導現象を発見した。超伝導現象は、電気抵抗がない状態で大量の電気を通電させることが期待され、コイル状の超伝導対を用いて強力な電磁石の作成が試みられたが、ある磁界を境目に超伝導状態は保たれなかった。このように超伝導体はある温度、磁界の範囲内でのみその特性を示し、これらの超伝導現象を示さなくなる磁界、温度をそれぞれ臨界磁界B_c、臨界温度T_cと呼ぶ[1]。その後、超伝導現象の発現機構や性質に関する研究が進められてきたが、大きな進展や具体的な理論は現れないままであった。しかし 1933 年に W. Meissner と R. Ochsenfeld によって、超伝導体は完全反磁性(マイスナー効果)を持つことが示された[2]。さらに 1957 年には J. Bardeen と L. N. Cooper および J. R. Shrieffer の BCS 理論により、超伝導現象の特徴である完全反磁性やエネルギーギャップなどについて説明され、超伝導現象の発現機構が明らかになってきた。BCS 理論によるとT_cは 30 K を超えないと予想されていたが、1986 年に J. G. Bednorz, K. A. Müller らによって La-Ba-Cu-O 系の超伝導体が発見され、30 K を超える温度で超伝導が発現する可能性が示された。この発表以降、世界各国で高温超伝導の探索が続けられ、翌年には液体窒素の沸点である77.3 Kを超える$T_c = 93$ KのY$Ba_2Cu_3O_y$が C. W. Chu らにより発見された。さらに、1988年には、H. Maeda らによって$T_c = 100$ K を超える Bi-Sr-Ca-Cu-O 系の超伝導体が発見されている[3]。

現在、超伝導体は、主に線材としての応用が期待されている。超伝導体には電気抵抗 0 Ωという特徴があり、エネルギーの損失なく大電流を流すことが可能なためである。また、医療現場で使用されている MRI(Magnetic Resonance Imaging)やリニアモーターカー、電力・エネルギー分野での運用が検討されている SMES(Superconductive l Magnetic Energy Storage)、SQUID(Superconducting QUantum Interference) といった高感度センサなど様々な分野での応用が期待されている。

1.2 磁束ピンニング

超伝導体は磁気的な振る舞いの違いから第一種超伝導体と第二種超伝導体に分類される。第一種超伝導体は臨界温度 T_c 以下の温度で超伝導状態となり完全反磁性（Meissner 効果）を示す。しかし、外部から磁界を加えていくと、ある磁界を超えたところで超伝導状態が消失する。この超伝導状態と常伝導状態の境目となる磁界を臨界磁界 B_c という。一方で、第二種超伝導体は下部臨界磁場B_{c1}までは第一種超伝導体と同様に完全反磁性を示すが、それ以上の磁界を加えていくと部分的に超伝導状態が常伝導状態となる混合状態となり、上部臨界磁場B_{c2}を超えるとすべての超伝導状態が消失する[4]。

第一種超伝導体のB_cと第二種超伝導体のB_{c1}はB_{c2}より非常に小さい。そのため、工業的な応用に用いられるのは主に混合状態での第二種超伝導体である。混合状態では超伝導体内部に磁束が侵入しているため、磁束線が内部を流れる電流によって Lorentz 力 F_L を受ける。この Lorentz 力 F_L によって磁束線が運動すると、電磁誘導により誘導起電力が生じ、超伝導状態を保てなくなる。この磁束線の運動を妨げるため Lorentz 力と反対向きに働く力をピン力といい、この現象を磁束ピンニングという。また、格子欠陥や常伝導析出物、結晶界面などピン力を左右し、磁束ピンニングに影響するものをピンニングセンターと呼ぶ。直流電流を超伝導状態まで流すことの出来る最大の電流量である臨界電流 I_c と、その時の電流密度である臨界電流密度 J_c は T_c や B_{c2} と並び、超伝導体の性能を示す重要なパラメータの一つである。この値が大きければ超伝導体に流れる最大の電流量が増えるため、様々な機器で利用することが可能となる。単位体積当たりのピン力密度を F_P とすると、誘導起電力が発生し始める臨界電流密度 J_c の下では磁束線に単位体積当たり J_c B の Lorentz 力が働いていて、これが F_P と釣り合いの関係にあることから J_c は、

$$J_c = \frac{F_p}{B} \tag{1.1}$$

表わされる。T_c や B_{c2} は超伝導体の材料固有の値だが、F_P は後天的に決定される。このことより、ピンニングセンターの導入や改善によって F_P を向上させることで、より大きな J_c を得ることが可能である[5,6]。

1.3　磁束クリープ・フローモデル

1.3.1　　磁束クリープ

磁束クリープとは、ピンニングセンターに捕えられた磁束線が熱運動により、ある確率でピンニングセンターから外れてしまう磁束線の運動のことである。この運動の影響により超伝導電流の緩和が起こる。第二種超伝導体では、磁束ピンニングに起因する超伝導電流は外部環境が一定であるにもかわらず時間とともに減衰する。また、高温になると熱運動が活性化するため、超伝導電流の減衰は著しくなり[1]、高温超伝導体の場合には電流密度が 0 $\mathrm{A/m^2}$ となることもある。このため、この現象が高温超伝導体に与える影響は非常に大きい。

外部磁界を超伝導体に加えた時、超伝導体に磁束線が侵入し、磁束線がピンニングセンターによってピン止めされる。そのため、磁束クリープの際には磁束線が相互作用により束になって移動する。この磁束線の束を磁束バンドルという。電流が流れている状態で、一つの磁束バンドルに注目した場合、磁束バンドルの変位によるエネルギーの変化を **Fig. 1.1** のように表わせる。**Fig. 1.1** の縦軸はエネルギー、横軸は位置を表している。Lorentz 力が影響しているため、図が右下がりとなっている。磁束バンドルはエネルギーの壁によってピン止めされている状態であり、磁束バンドルが移動するためには活性化エネルギー U を超える必要がある。

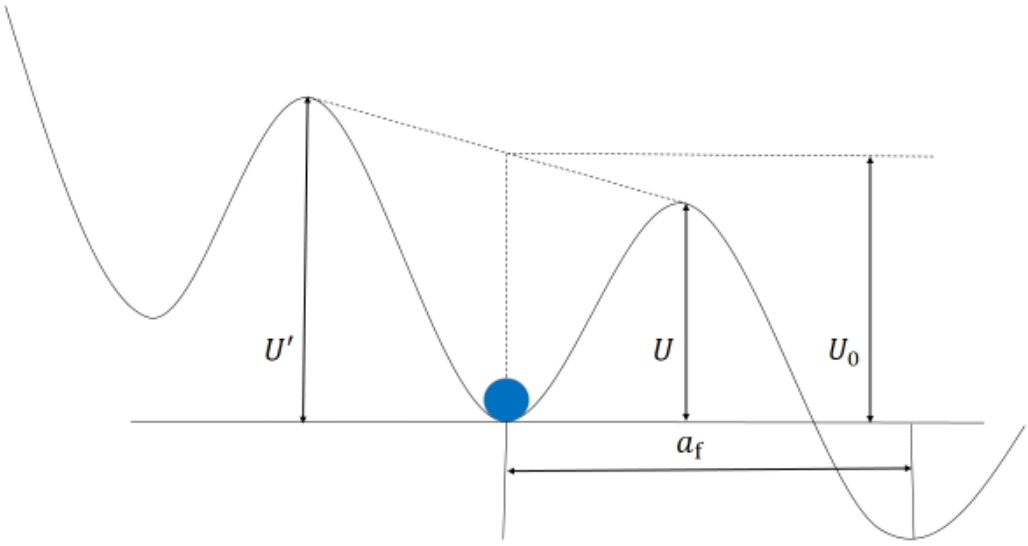

Fig. 1.1 磁束クリープにおける磁束バンドルの変位とエネルギーの関係

磁束バンドルは温度 T において、熱エネルギー $k_{\mathrm{B}}T$（k_{B} は Boltzmann 定数）により、ある確率で活性化エネルギー Uを越える。この確率は Arrhenius の式 $\exp(-U/k_{\mathrm{B}}T)$ で与えられる。また、磁束バンドルが磁束クリープによって Uを越えた時の移距離は磁束線格子間隔 a_{f}であると考えられるため、熱振動周波数を ν_0とすると Lorentz 力と同じ方向への磁束バンドルの平均移動速度 v_+ は

$$v_+ = a_{\mathrm{f}}\nu_0 \exp\left(-\frac{U}{k_{\mathrm{B}}T}\right) \tag{1.2}$$

と表わされる。また、ν_0 と a_{f} はそれぞれ

$$\nu_0 = \frac{\zeta \rho_{\mathrm{f}} J_{\mathrm{c0}}}{2\pi a_{\mathrm{f}} B} \tag{1.3}$$

$$a_{\mathrm{f}} = \left(\frac{2\phi_0}{\sqrt{3}B}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.4}$$

で与えられる。ζ はピンニングセンターの種類によって決定される定数であり、ϕ_0は量子化磁束を表わす。格子間距離が a_{f} を超えるような非超伝導素子の場合は$\zeta = 4$ になり、点状のピンニングセンターの場合は $\zeta \cong 2\pi$程度になることで知られている。また、J_{c0} は磁束クリープが無いと仮定した場合の臨界電流密度である。これは、経験的に、

$$J_{\mathrm{c0}} = A\left[1-\left(\frac{T}{T_{\mathrm{c}}}\right)^2\right]^m B^{\gamma-1}\left(1-\frac{B}{B_{\mathrm{c2}}}\right)^2 \tag{1.5}$$

と表わされる。A はピン力の強さを示し、γ と m はそれぞれ J_{c0} の磁界依存性と温度依存性を示している。したがって、Lorentz 力とは逆方向の磁束バンドルの平均移動速度を考慮した場合の全体での移動速度 v は

$$v = a_{\mathrm{f}}\nu_0\left[\exp\left(-\frac{U}{k_{\mathrm{B}}T}\right)-\exp\left(-\frac{U'}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.6}$$

と表わされる。U' は Lorentz 力とは逆方向の活性化エネルギーである。これによって生じる電界の大きさは $E = B \times v$ であるから

$$E = B\, a_{\mathrm{f}}\nu_0\left[\exp\left(-\frac{U}{k_{\mathrm{B}}T}\right)-\exp\left(-\frac{U'}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\right] \tag{1.7}$$

となる。

Fig. 1.1 より、磁束バンドルの位置に対するエネルギーが正弦波状であると考えると、エネルギーの変化は

$$F(x) = \frac{U_0}{2}\sin(kx) - fx \tag{1.8}$$

と表わされる。ここで、$k = 2\pi/a_{\mathrm{f}}$ 、$f = JBV$ であり、U_0 / 2 はポテンシャルの振幅、k はポテンシャルの周期、f は Lorentz 力による傾き、V は磁束バンドルの体積を表している。磁束バンドルが平衡位置にあるときを $x = -x_0$ としたとき、$x = x_0$ のときにエネルギーが極大値をとる。平衡、極大の位置ではエネルギーの変異は 0 となるた

め、エネルギーの変化量 $F'(x_0)$ 及び $F'(-x_0)$ は 0 となる。これより

$$x_0 = \frac{a_\mathrm{f}}{2\pi}\cos^{-1}\left(\frac{f a_\mathrm{f}}{U_0 \pi}\right) \tag{1.9}$$

が求められる。また、活性化エネルギー U は

$$U = U_0 \sin\left[\cos^{-1}\left(\frac{f a_\mathrm{f}}{U_0 \pi}\right) - \frac{f a_\mathrm{f}}{\pi}\cos^{-1}\left(\frac{f a_\mathrm{f}}{U_0 \pi}\right)\right] \tag{1.10}$$

で表わされる。(1.10) 式は $\sin(\cos^{-1}(x)) = \sqrt{1-x^2}$ を用いることにより

$$U = U_0 \left[\left\{1 - \left(\frac{2f}{U_0 \pi}\right)^2\right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{2f}{U_0 k}\cos^{-1}\left(\frac{2f}{U_0 k}\right)\right] \tag{1.11}$$

となる。なお、(1.11) 式では $k = a_\mathrm{f}/2\pi$ としている。このとき、熱振動が無いと仮定することで、$U = 0$ の理想的な臨界状態となると予測できる。このとき、

$$\frac{2f}{U_0 k} = \frac{J}{J_{\mathrm{c}0}} = j \tag{1.12}$$

という関係式で表わすことが出来る。j は規格化電流密度である。これより、(1.11) 式は

$$U(j) = U_0 \left[\{1 - j^2\}^{\frac{1}{2}} - j\cos^{-1}(j)\right] \tag{1.13}$$

となる。したがって、磁束クリープにより発生する電界は (1.7) 式より

$$E = B\, a_\mathrm{f} \nu_0 \exp\left(-\frac{U(j)}{k_\mathrm{B} T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0 j}{k_\mathrm{B} T}\right)\right] \tag{1.14}$$

となり、磁束クリープにおける電流が求まる[7,8]。

1.3.2　磁束フロー

磁束フローとは、磁束クリープ状態から更にJ_{c0}を超えた大きな電流を流したとき、Lorentz 力がピン力の最大値を超え、磁束線を支えきれなくなり、すべての磁束線が連続的に運動している状態のことを指す。**Fig. 1.2** にエネルギーの状態を示しており、ポテンシャルは変位に対して単調減少となることが分かる。

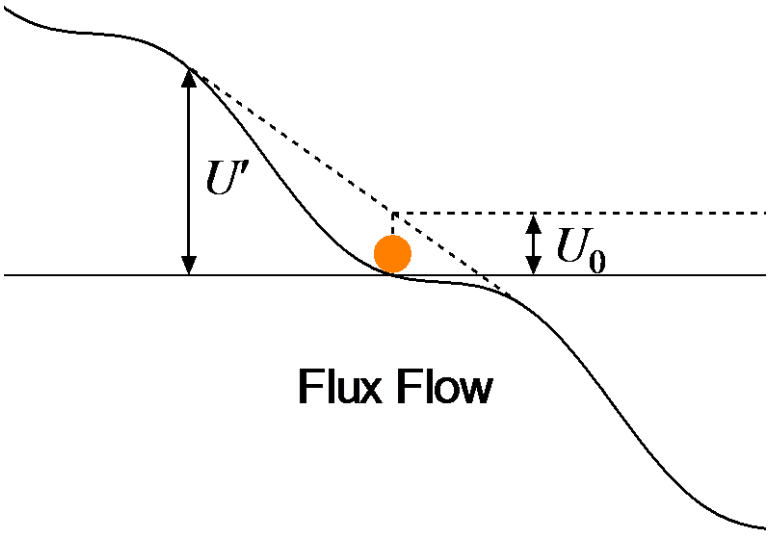

Fig. 1.2 磁束フローにおける磁束バンドルの変位とエネルギーの関係

磁束クリープより、$U = 0$ となるのが臨界状態であると考えられる。そのときの電流密度が仮想的な臨界電流密度 J_{c0} で与えられる。単位体積の磁束線に働く Lorentz 力は $\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}$ で与えられ、Lorentz 力とは逆方向にピン力密度による抵抗を受ける。この Lorentz 力の方向の単位ベクトルを $\delta = v/|v|$ とし、ピン力の強さを F_p とするとつり合いの式は

$$\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} - \boldsymbol{\delta} F_p = 0 \tag{1.15}$$

となる。この時の電流密度はJ_{c0}となることから、$|\boldsymbol{J}| = F_{p0}/B = J_{c0}$の関係が得られる。磁束フローの影響を考慮すると粘性力が働くため、

$$\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B} - \boldsymbol{\delta} F_p - \frac{B}{\phi_0} \eta \boldsymbol{v} = 0 \tag{1.16}$$

となる。ここで、ηは粘性係数である。また、$J_{c0} = F_p/B$及び$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{B} \times \boldsymbol{v}$について解くと、

$$J = J_{c0} + \frac{E}{\rho_f} \tag{1.17}$$

となる。ここで、$\rho_f = B\phi_0/\eta$はフロー比抵抗である。また、ρ_fは常伝導状態における抵抗密度ρ_0を用いて、$\rho_f = \rho_0 TB/T_c B_{c2}$で求まる。(1.17)式を$E$について整理すると、

$$E = \rho_f(J - J_{c0}) \tag{1.18}$$

となり、磁束フローによって発生する電界が求まる。

1.3.3 ピン・ポテンシャル

ピンニングセンターの持つポテンシャルは磁束クリープによる超伝導電流の緩和や不可逆曲線を決定する上で重要である。そのピン・ポテンシャルエネルギーU_0は、単位体積あたりの平均化したピン・ポテンシャル$\widehat{U_0}$と磁束バンドルの体積Vの積で表され、

$$U_0 = \widehat{U_0} \tag{1.19}$$

となる。この$\widehat{U_0}$は Labusch パラメータα_Lと相互作用距離d_iを用いて

$$\widehat{U_0} = \frac{1}{2}\alpha_L d_i^2 \tag{1.20}$$

と表せることから、ピン力密度F_pと

$$\begin{aligned} F_p &= J_{c0}B \\ &= \alpha_L d_i \end{aligned} \tag{1.21}$$

の関係が得られる。ここで、d_iがピンの形状により決定するζ、a_fと

$$d_i = \frac{a_f}{\zeta} \tag{1.22}$$

の関係が有ることから、(1.19)式を用いて

$$U_0 = \frac{1}{2\zeta} J_{c0} B a_f V \tag{1.23}$$

と表される。したがって(1.23)式よりU_0の値の決定にはピン力の強さだけではなく、磁束バンドルの体積が重要であることがわかる。

磁束バンドルはある領域内で秩序が保たれた磁束線の集団であり、集団で一緒に運動する。この秩序は単純には磁束格子のピンニング相互作用で与えられ、磁束バンドルのサイズはピンニング相関距離によって与えられる。磁束線と平行(縦)方向及び垂直(横)方向の相関評価値をそれぞれL, Rとすると、これらによって磁束バンドルの体積が決定される。また、磁束バンドルの体積を求めることで、(1.23)式より理論的なU_0の値を求めることができる。この磁束バンドルの体積を模式的に表したものを **Fig. 1.3** に示す。Rは磁束格子間距離a_fかその数倍であると考えられており、

$$R = g a_f \tag{1.24}$$

で表す。ここで、g^2は磁束バンドル内の磁束線数である。この値は熱力学的な原理から磁束クリープ下での J_c が最大となるように決定すると考えられ、

$$g^2 = g_{\mathrm{e}}^2\left[\frac{5k_{\mathrm{B}}T}{2U_{\mathrm{e}}}\log\left(\frac{Ba_{\mathrm{f}}\nu_0}{E_{\mathrm{c}}}\right)\right] \tag{1.25}$$

が得られる。ここで、g_{e}^2は完全格子を組んだ際の g^2 の値、U_{e}は$g^2 = g_{\mathrm{e}}^2$の時のU_0の値である。また、g_{e}^2は

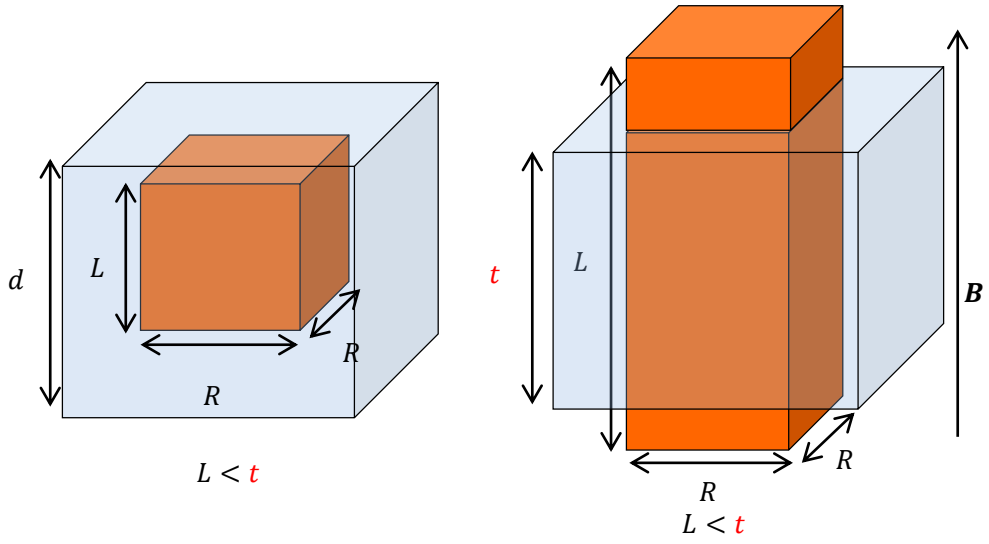

Fig. 1.3 磁束線と平行方向の相関距離と超伝導層の厚さの関係

$$g_{\mathrm{e}}^2 = \frac{C_{66}^0}{2\pi J_{\mathrm{c0}} B a_{\mathrm{f}}} \tag{1.26}$$

で与えられる。このC_{66}^0は完全格子の剪断定数であり、

$$C_{66}^0 = \frac{B_{\mathrm{c}}^2 B}{4\mu B_{\mathrm{c2}}}\left(1 - \frac{B}{B_{\mathrm{c2}}}\right) \tag{1.27}$$

である。ここで、B_{c}は熱力学的臨界磁場である。

一方、Lは弾性理論より

$$L = \left(\frac{C_{44}}{\alpha_{\mathrm{L}}}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{Ba_{\mathrm{f}}}{\zeta\mu_0 J_{\mathrm{c0}}}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{1.28}$$

となる。ここで、$C_{44} = B^2/\mu_0$は磁束線の曲げ歪みに対する弾性定数である。このLは超伝導層が薄い場合には、その厚さt に制限されることがあり、平行方向のバンドルサイズは$L < t$と$L > t$の時でそれぞれ異なる。$L > t$ の場合、ピンニングは 3 次元ピンニングとなり、**Fig. 1.3** に示すように平行方向のバンドルサイズは L となる。したがって、磁束バンドルの体積は$V = R^2 L$で与えられ、この時U_0は

$$U_0 = \frac{0.835 g^2 k_{\mathrm{B}} J_{\mathrm{c0}}^{1/2}}{\zeta^{3/2} B^{1/4}} \tag{1.29}$$

となる。また、$L > t$ の場合は 2 次元ピンニングとなり、平行方向のバンドルサイズはtとなる。したがって、磁束バンドルの体積は$V = R^2 t$となり、U_0 は

$$U_0 = \frac{4.23 g^2 k_{\mathrm{B}} J_{\mathrm{c0}} d}{\zeta B^{1/2}} \tag{1.30}$$

となる。ここで、$(1/2)\left(2/\sqrt{3}\right)^{7/4}(\phi_0^7/\mu_0^2)^{1/4} \approx 0.835 k_{\mathrm{B}}$、$(1/2)\left(2/\sqrt{3}\right)^{3/2}\phi_0^{3/2} \approx 4.23 k_{\mathrm{B}}$の数値的関係を用いた。数値的関係において$k_{\mathrm{B}}$を用いたのは、$U_0$を熱エネルギー$k_{\mathrm{B}}T$と関連付けるためである。

1.3.4 磁束クリープ・フローモデル

これまで述べてきたことから、超伝導体では磁束クリープと磁束フローによる電界が発生する。この二つの電界から、超伝導体に発生する全体の電界の理論値を計算することが可能である。このモデルが磁束クリープ・フローモデルである。

磁束クリープによって生じる電界E_{cr}は、

$$E_{\mathrm{cr}} = B a_{\mathrm{f}} \nu_0 \exp\left(-\frac{U(j)}{k_{\mathrm{B}}T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0 j}{k_{\mathrm{B}}\mathrm{T}}\right)\right] \tag{1.31}$$

$$E_{\mathrm{ff}} = 0 \tag{1.32}$$

となる。また、$j > 1$においては

$$E_{\mathrm{cr}} = B a_{\mathrm{f}} \nu_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0}{k_{\mathrm{B}}\mathrm{T}}\right)\right] \tag{1.33}$$

$$E_{\mathrm{ff}} = \rho_{\mathrm{f}}(J - J_{\mathrm{c0}}) \tag{1.34}$$

となる。但し、(1.33)式はE_{cr}が残留するためこのような式になると仮定されている。これら 2 つによって生じる電界E'を

$$E' = \sqrt{E_{\mathrm{cr}}^2 + E_{\mathrm{ff}}^2} \tag{1.35}$$

とおく。

一般に酸化物超伝導体は超伝導体内が不均一であるため、ピン力が分布していると考えられる。そこで、(1.5)式のAの分布を表す関数を

$$f(A) = K\exp\left[-\frac{(\log A - \log A_{\mathrm{m}})^2}{2\sigma^2}\right] \tag{1.36}$$

で表現する。Kは規格化定数、σ^2はピン力の分散、A_{m}はピン力の最頻値を表す。(1.36)式は対数正規分布に基づいている。このAの分布を考慮して発生する電界は

$$E(J) = \int_0^{\infty} E' f(A)\mathrm{d}A \tag{1.37}$$

となる。この (1.37) 式より、理論的な *E-J* 特性を得ることが出来る。

1.4　不可逆磁界

1.2 節で述べたように第二種超伝導体は第一種超伝導体より高い磁界で超伝導状態を維持することができる。混合状態において上部臨界磁場B_{c2}まで電気抵抗 0 で流せる電流が存在すると考えられていた。しかし、実際にはB_{c2}付近においてピンニングが有効でなくなり、J_cも 0 となる。また、ピンニングによる超伝導体の磁化の不可逆性もなくなり、磁化が可逆となる。この$J_c = 0$と$J_c \neq 0$の境界の磁界を不可逆磁界B_iという。また、温度毎の不可逆磁界の値を連ねた曲線を不可逆磁界といい、これを **Fig. 1.4** に示す。

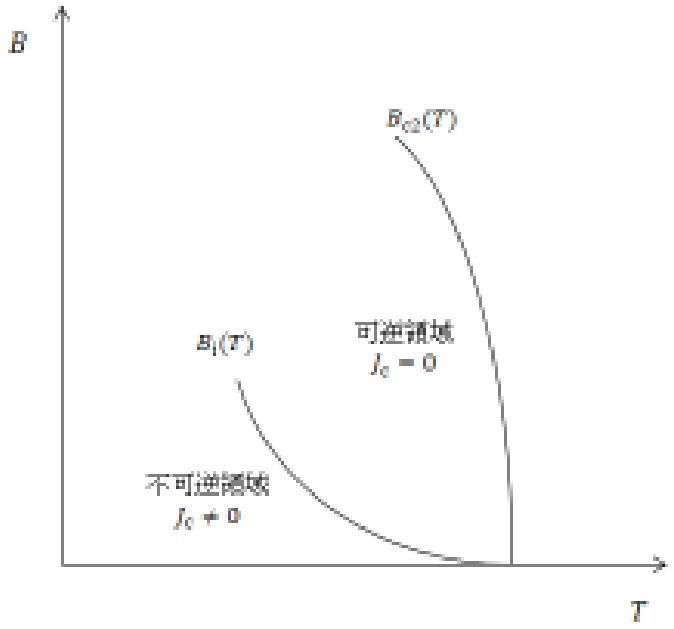

Fig. 1.4 不可逆曲線

1.5　差分進化法

差分進化法(Differential evolution, DE)とは、進化的アルゴリズムの一種であり、確率的な直接探索によって解集団を用いた多点探索を行うアルゴリズムである[9,10,11,12,13]。差分進化法は、非線形問題、微分不可能な問題などの現実的な実行時間では厳密な解を求めることが困難な問題に対して近似解を求めることが可能であり、さまざまな最適化問題に適応されている。以下にアルゴリズムの流れを示す。

1. ベクトル集団の作成
   指定された各次元の最小値と最大値の範囲で一様乱数によってN個の初期個体$\boldsymbol{x_i}$の生成を行うことで、初期集団$\{\boldsymbol{x_i}, \mathrm{i} = 1,2, \dots, \mathrm{N}\}$を構成する。

2. 変異
   各個体$\boldsymbol{x_i}$に対し、4 つの個体$\boldsymbol{x_0}, \boldsymbol{x_1}, \boldsymbol{x_2}, \boldsymbol{x_3}$を重複しないようにランダムに選択する。新しいベクトル$\boldsymbol{x'}$を基本ベクトル$\boldsymbol{x_1}$及び差分ベクトル$\boldsymbol{x_2}-\boldsymbol{x_3}$から以下のように生成する。
   $$\boldsymbol{x'} = \boldsymbol{x_1} + F(\boldsymbol{x_2} - \boldsymbol{x_3})$$
   スケーリングファクタFはユーザが値を設定する変数で[0,1]の区間で定義されるアルゴリズムの制御パラメータである。
3. 交叉
   ベクトル$\boldsymbol{x'}$と親$\boldsymbol{x_0}$の各次元の要素を交叉率CRの確率で$\boldsymbol{x'}$の要素から継承し、$1 - CR$の確率で親$\boldsymbol{x_i}$から継承することで子ベクトル$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}}^{new}$を生成する。
4. 選択
   子ベクトル$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}}^{new}$が親ベクトル$\boldsymbol{x_0}$より評価が良い推定された場合、親ベクトル$\boldsymbol{x_0}$を子ベクトル$\boldsymbol{x}_{\mathrm{i}}^{new}$に置換する。
5. 終了判定
   終了条件を満たしていればアルゴリズは終了する。満たしていない場合、2. から 5. を繰り返す。

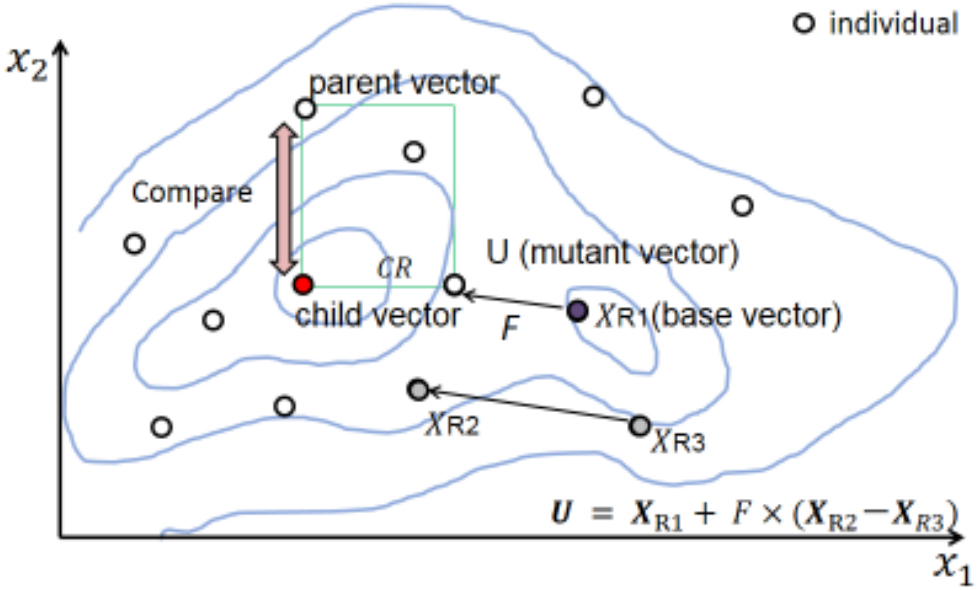

Fig 1.5 DE の概略図

DE の特徴は、ランダムに選択した個体間の差分ベクトルを用いて新たな個体を生成する点である。このような差分ベクトルを用いることで探索初期では、**Fig. 1.6** のように探索点は広く分布しているので差分ベクトルは長くなりやすい。そのため、新しい個体は元の解の候補より遠い位置に生成されるようになることで大域範囲での探索が可能である。また、探索を行なうに連れ、**Fig. 1.7** のように探索点が最適解の周辺に生成され、差分ベクトルは短くなり、局所的な探索を行なうようになる。

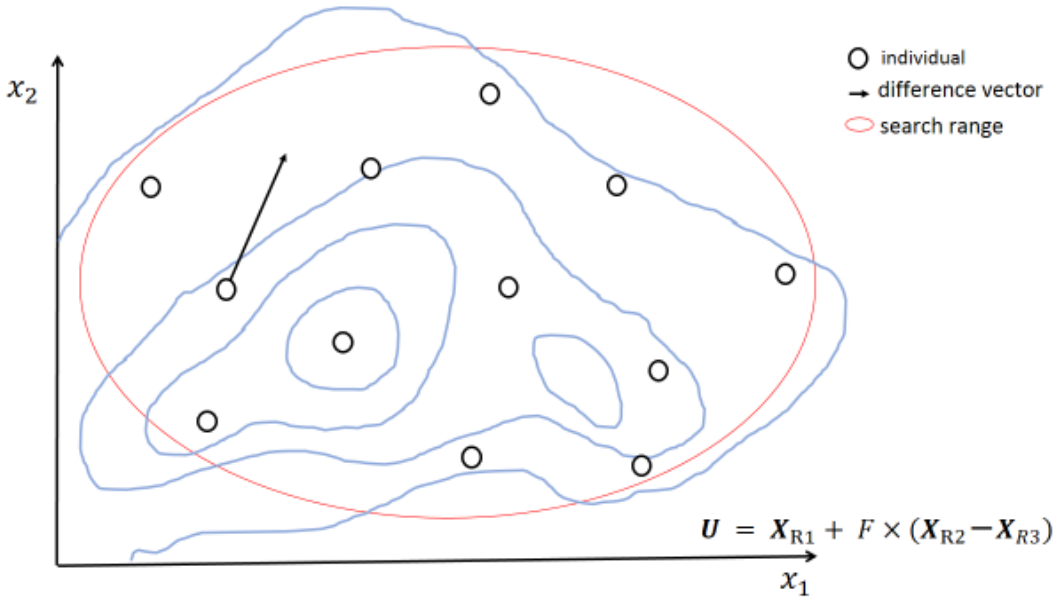

Fig 1.6 DE の探索初期

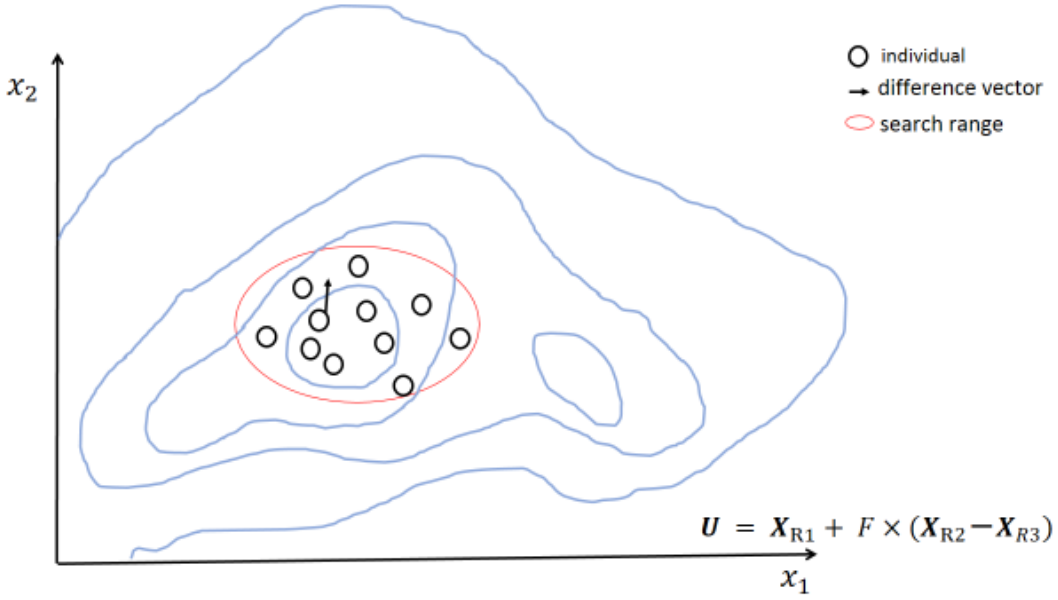

Fig 1.7 DE の探索中盤

1.6　シンプソン法

シンプソン法とは、関数$f(x)$の定積分を、ラグランジュ補間を用いることで簡単に行うものである。ラグランジュ補間とは、$f(x)$上の$(n+1)$点を通るn次多項式$\mathrm{P_n}(x)$を生成するものであり、$P_n(x)$は

$$\mathrm{P_n}(x) = \sum_{j=0}^{n} f(x_j) l_j(x) \tag{1.38}$$

$$l_j(x) = \frac{(x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{j-1})(x-x_{j+1})\dots(x-x_n)}{(x_j-x_0)(x_j-x_1)\dots(x_j-x_{j-1})(x_j-x_{j+1})\dots(x_j-x_n)} \tag{1.39}$$

で表される。今回は$n=3$の場合を説明する。積分範囲を$a \le x \le b$とする。積分範囲を 3 等分にした幅をhとすると、ラグランジュ補間によって$P_3(x)$を求められる。これを用いて積分を行うと、

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \cong \int_a^b P_3(x)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{3h}{8}[f(a) + 3f(a+h) + 3f(a+2h) + f(b)] \tag{1.40}$$

となる。この時の図を **Fig. 1.8** に示す。このままでは誤差が非常に大きくなるため、bをaに近づけ、それを多数連ねることによって誤差を小さくする。積分範囲$x_0 \le x \le x_n$の分割数をsとすると、

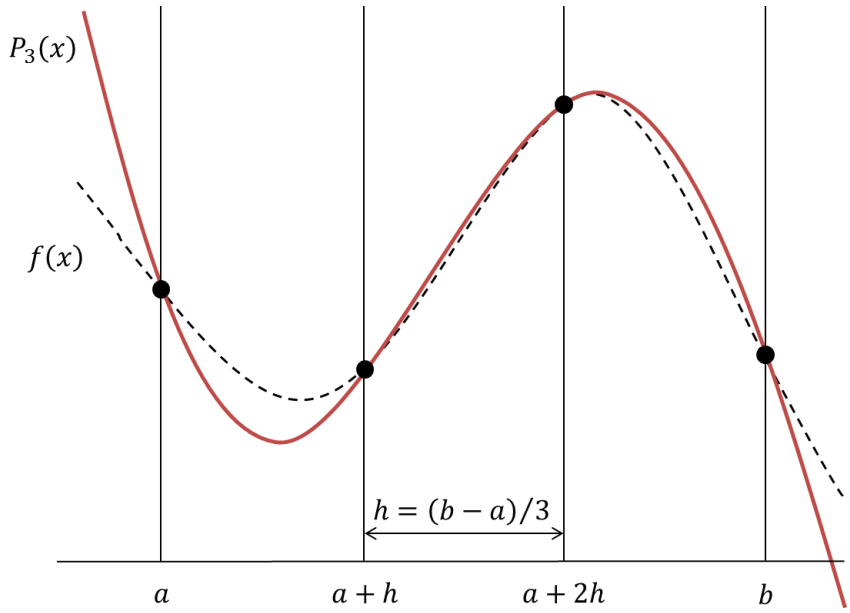

Fig. 1.8 シンプソン法

$$\int_{x_0}^{x_n} f(x)\mathrm{d}x \cong \frac{3(x_0 - x_n)}{8s}[f(x_0) + f(x_n) + \sum(3f(x_{3i+1}) + 3f(x_{3i+2}) + 2f(x_{3i})] \qquad (1.41)$$

となる。(1.41)式は係数が 3/8 となっていることから特にシンプソン 3/8 則と呼ばれる。

1.7　本研究の目的

高温超伝導体は実用化に向けて研究がされており、電界-電流密度特性(E-J特性)を知ることで超伝導機器の設計・開発が行われている。また、E-J特性の特徴は磁束クリープ・フローモデルを利用することで確認することが可能であることがよく知られている。磁束クリープ・フローモデルを用いた計算において、適切なピンニングパラメータを決定する必要がある。ピンニングパラメータは、これまでメッシュ法(mesh)を用いて推定を行なっており、mesh はパラメータの探索範囲を等間隔で分割してそれぞれの計算点の組み合わせを全通り計算することで最適なパラメータを推定している。しかし、mesh はすべての組み合わせを計算しているために推定に時間がかかってしまう点や、組み合わせに漏れた計算点の計算を行なわない点などの問題が挙げられる。これらの問題点を改善するアルゴリズムに DE がある。DE は、非線形問題や微分不可能な問題など様々な最適化問題を高速に解くアルゴリズムであり、差分ベクトルを用いることでステップ幅が自動で調整されるため、mesh の問題点を改善することができる。

本研究では、差分進化法を用いることで磁束クリープ・フローモデルのピンニングパラメータの推定を行い、従来のアルゴリズムであるメッシュ法と比較することによって、差分進化法を用いたパラメータ推定の可能性を検討することを目的とする。

第2章　推定手法

2.1　推定方法

本研究では、DE を用いてE-J特性のピンニングパラメータの推定を行った際の精度と実行時間の 2 つの面から検討・考察を行う。本研究で用いる評価値を

$$d = \frac{1}{N}\sum\left(\log\left(E_{\mathrm{exp}}\right) - \log\left(E_{\mathrm{theo}}\right)\right)^2 \tag{2.1}$$

で表し、dを評価値と呼ぶ。但しE_{exp}は測定値、E_{theo}は理論値、Nはサンプル数である。電界 - 電流密度特性は両対数グラフを用いてプロットを行うことが主流であるため、対数軸上で評価を行う。精度評価を行う際の模式図を **Fig. 2.1** に示す。

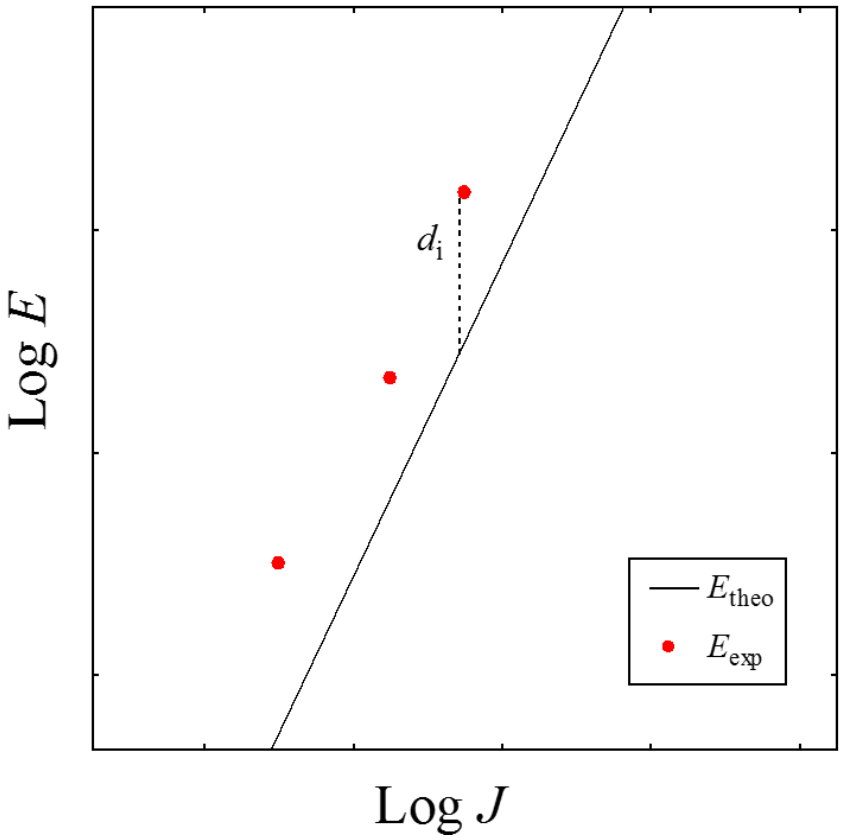

Fig. 2.1 実験値と理論値のE-J特性における精度評価の模式図

今回推定するパラメータは、A_{m}、σ^2、γ、m、g^2の 5 つである。これらのパラメータは、式(1.5)、式(1.35)に含まれる。差分進化法における探索点の個体数を 50 点、スケーリングファクタFを 0.5、交叉率CRを 0.9、世代数を最大 10000 とする。今回、磁束クリープ・フローモデルの積分では、シンプソン 3/8 則を用い、積分する部分のみ CPU の並列処理を利用して計算を行う。初期値は乱数で決めるものとし、今回設定した初期探索点は **Table 2.1** 及び **Table 2.2** の範囲で行なった。

Table 2.1 探索点の範囲#1

	A_{m}	σ^2	γ	m	g^2
最大値	1.0×10^{13}	5.0×10^{-2}	1.0	5.0	1
最小値	1.0×10^{11}	5.0×10^{-3}	0.5	1.0	1

Table 2.2 探索点の範囲#2

	A_{m}	σ^2	γ	m	g^2
最大値	1.0×10^{13}	5.0×10^{-2}	1.0	5.0	1
最小値	1.0×10^{11}	5.0×10^{-3}	0.5	1.0	5

2.2 計算環境

Table 2.2 に計算環境を示す。

Table 2.3 計算環境

OS	Windows 7 Professional(32-bit)
メインメモリ	2 GB
CPU	Intel Core 2 Duo
コア数	2
スレッド数	1
動作周波数	2.13 GHz

2.3 実験データ

パラメータ推定を行なう超電導線材の諸元及び測定条件を **Table. 2.3**、**Table 2.4** に示す。**Table 2.3** は SQUID の磁化緩和測定で実験を行なっている。$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$は、優れた磁界依存性を持ち、高磁界下で高いJ_cを得られることから線材は住友電気工業製の$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$コート線材を用いている。また、**Table 2.4** は四端子法を用いて実験を行なっており、高温下で高いJ_cを得ることができる SupuperPower 製のコート線材を利用している。**Fig. 2.2**、**Fig. 2.3** は、**Table 2.3** と **Table 2.4** の環境下で測定したE-J特性であり、横軸は超電導体における電流密度、縦軸は超電導体に印加された電界を示している。 **Fig. 2.2** は超電導体の温度が 20 K, 40 K、磁界が 1 T, 2 T, 3 T、**Fig. 2.3** は超電導体の温度が 66.6 K, 70.1 K, 77.3 K、磁界が0.1 T, 0.2 T, 0.3 Tで測定を行なっている。

Fig. 2.2、**Fig. 2.3** より電界は電流密度に対して単調に増加しており、各温度で磁界が増加すると電流密度は単調に減少する。また今回測定した SupuperPower 製のコート線材は、$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$コート線材に比べ高温で測定しているため、**Fig. 2.3** は **Fig. 2.2** に比べデータにばらつきが生じている。

Table 2.4 住友電気工業製の$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$コート線材

測定温度 T	20 K, 40 K	材料	$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$
0KにおけるB_{c2} $B_{c2}(0)$	100 T	測定磁場	1 T, 2 T, 3 T
超伝導層の厚さ t	1.56 μm	臨界温度	92.2K
常伝導状態における 抵抗率 ρ_0	1.50×10^{-6}	ピン形状による 定数	6.28

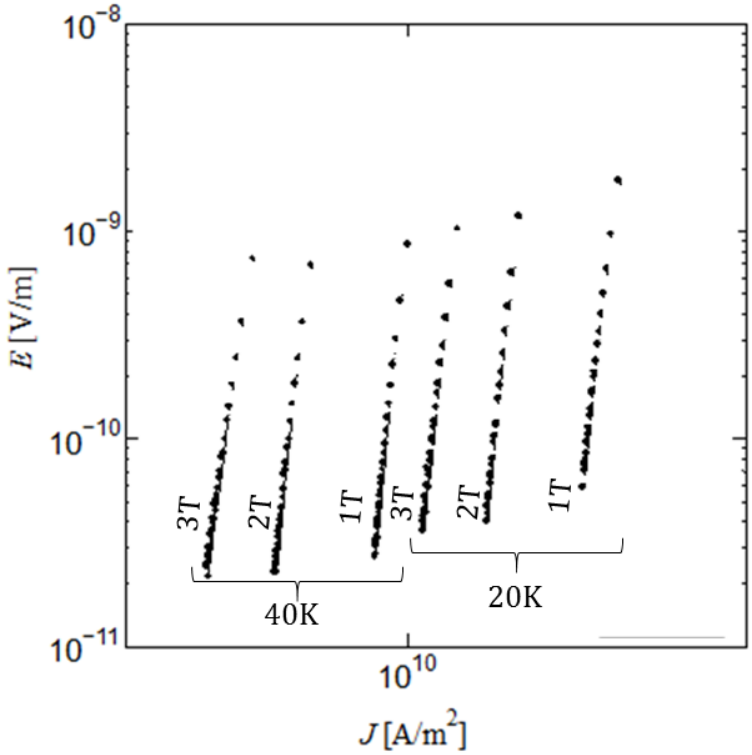

Fig. 2.2 住友電気工業製の$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$コート線材のE-J特性

Table 2.5 SpuperPower 製のコート線材(SCS2050)

測定温度 T K	66.6 ,70.1 ,77.3	材料	$GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$
0KにおけるB_{c2} $B_{c2}(0)$ [T]	200	測定磁場 [T]	1 , 2 , 3
超伝導層の厚さ t [μm]	1.0	臨界温度 [K]	89.0
常伝導状態における抵抗率 ρ_0 [$\Omega \cdot m$]	2.0×10^{-6}	ピン形状による定数	6.28

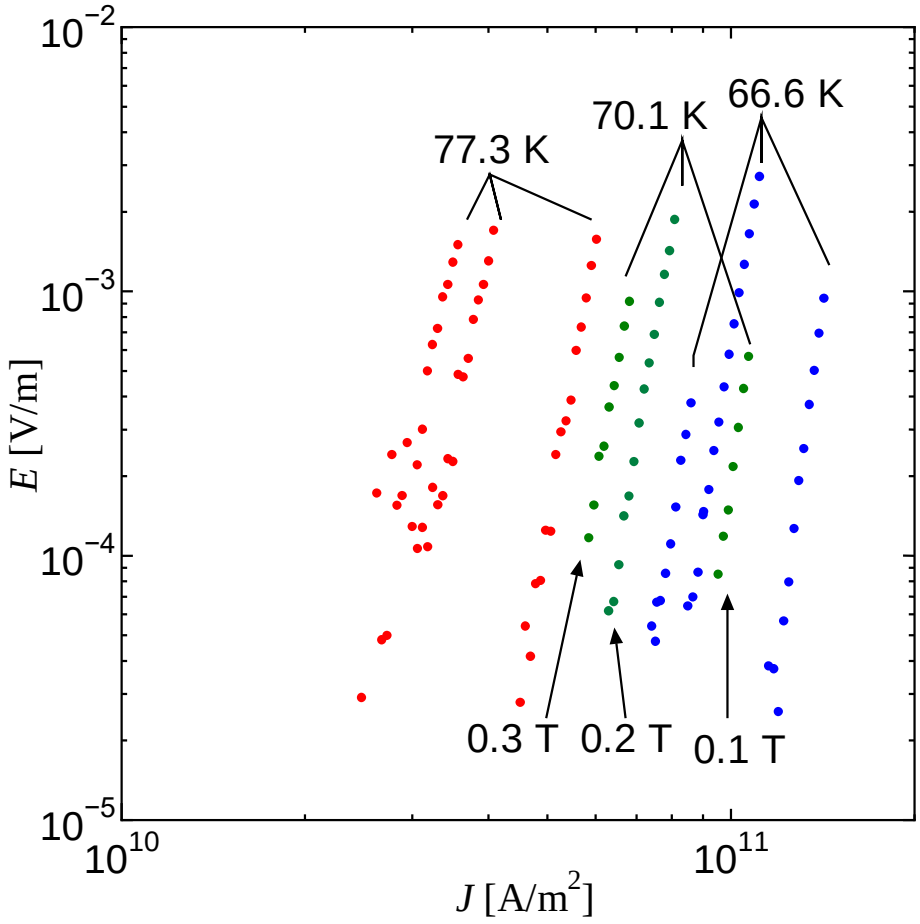

Fig. 2.3 SpuperPower 製の市販のコート線材(SCS2050)のE-J特性

第3章　結果及び考察

3.1　計算精度

Table 2.3 と **Fig. 2.2**、**Table 2.4** と **Fig. 2.3** の線材の実験データをもとに、**Table2.1** の範囲で DE と mesh それぞれのアルゴリズムを用いて推定したピンニングパラメータとその評価値d及びパラメータの推定にかかった時間を **Table 3.1**、**Table 3.2** に示す。DE は世代数 3000、個体数$N = 50$スケーリングファクタ$F = 0.5$、交叉率$CR = 0.9$で行なっており、mesh は分割数$\mathrm{K} = 10$で行なっている。また、**Fig. 3.1**、**Fig. 3.2** に推定したピンニングパラメータを用いて算出したE-J特性を示す。**Fig. 3.1** の黒のシンボルは実験データを、赤の実線は DE でパラメータ推定を行なった際のE-J特性、青の線は mesh でパラメータ推定を行った際のE-J特性を表している。**Fig. 3.2** のシンボルは実験データを表しており、実線は DE でパラメータ推定を行った際のE-J特性を表している。**Fig. 3.1** より、DE と mesh ともに実験値に近いE-J特性となっていることからパラメータの推定が正しく行われている。**Table 3.1** のdを見ると DE が7.56×10^{-3}に対して、mesh は4.18×10^{-2}となっており、実行時間は DE が32秒で mesh が213秒となっていることから、DE の方が mesh よりdの値が小さく、さらに実行時間は短いことが分かる。従って、DE のパラメータ推定は mesh より短時間で正確なピンニングパラメータを推定している。また、**Fig. 3.2** のE-J特性は測定温度が高温であるため **Fig. 3.1** のE-J特性に比べて対数グラフ上で直線に並んでおらず、ピンニングパラメータの推定は困難であると考えられ、実際に **Table 3.2** のdは **Fig. 3.1** の評価値dより DE と mesh ともに大きな値となっている。しかし、測定温度が高温である場合でも dは DE が3.62×10^{-2}、mesh が1.22×10^{-1}となっており、DE の方がより正確にピンニングパラメータの推定が行えている。このことから、どのようなE-J特性を持つ超伝導体でも mesh で行うよりも DE でパラメータ推定を行うことの方が優位であると考えられる。

Table 3.1 ピンニングパラメータと評価値d及び推定時間#1

	A_{m}	σ^2	γ	m	d	Time [s]
DE	1.32×10^{11}	1.39×10^{-2}	6.30×10^{-1}	3.66	7.56×10^{-3}	32
mesh	1.00×10^{11}	1.00×10^{-2}	6.40×10^{-1}	3.60	4.18×10^{-2}	213

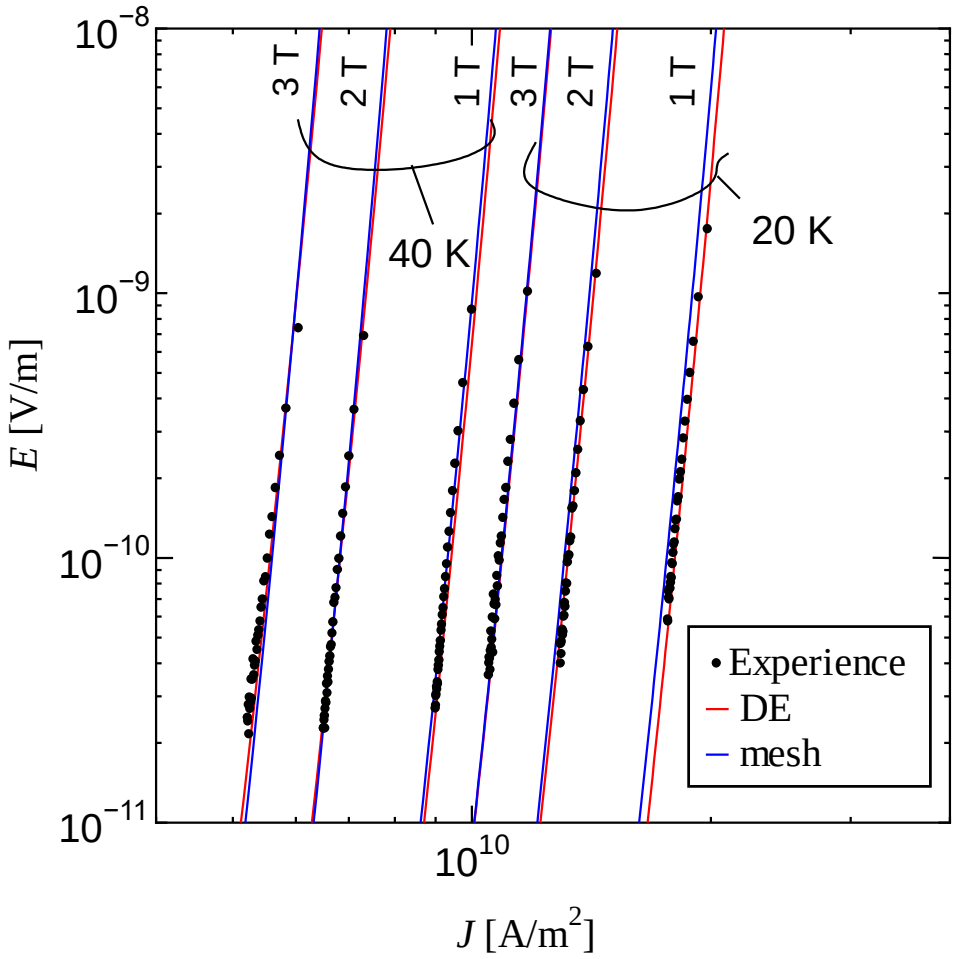

Fig. 3.1 推定したピンニングパラメータのE-J特性#1

Table 3.2 ピンニングパラメータと評価値d及び推定時間#2

	A_{m}	σ^2	γ	m	d	Time [s]
DE	1.33×10^{12}	3.04×10^{-2}	7.11×10^{-1}	1.61	3.62×10^{-2}	41
mesh	1.58×10^{12}	5.00×10^{-2}	7.00×10^{-1}	1.40	1.22×10^{-1}	214

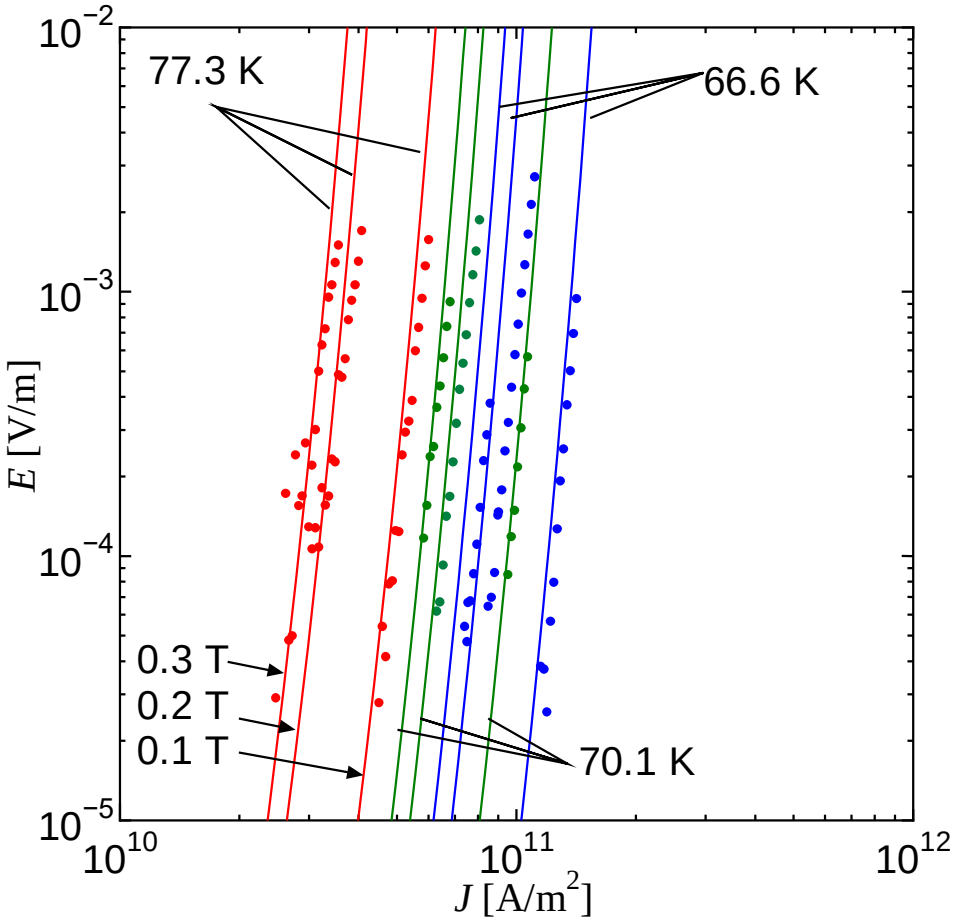

Fig. 3.2 推定したピンニングパラメータのE-J特性#2

3.2 ピンニングパラメータg^2

$g2$は、式(1.25)で示すように磁束バンドル内の磁束線の数であり、3.1 章では$g2 = 1$と固定値にしたため、推定するピンニングパラメータは$A_{\mathrm{m}}, \sigma^2, \gamma, m$の 4 つで行なった。そこで、推定するピンニングパラメータを$A_{\mathrm{m}}, \sigma^2, \gamma, m, g2$の 5 つにした場合、及び実行時間がどのように変化するか DE と mesh の両方でパラメータ推定を行い、調査する。

Table 2.4 と **Fig. 2.2** の実験データを用いて **Table 2.2** の探索範囲でパラメータ推定を行った際の最適なピンニングパラメータと 及び実行時間を **Table 3.3** に示す。**Table 3.3** より、$g2$を固定値にした場合の **Table 3.1** とピンニングパラメータ及び評価値 に変化はなかった。しかし、実行時間は、$g2$を固定値にした場合では DE が41秒、mesh が241秒であるのに対して、$g2$を推定する場合には DE は35秒、mesh は2452秒となった。すなわち、$g2$を推定する場合 DE はほとんど時間に変化がない、mesh の実行時間は10倍になっていることが分かる。DE はP個のピンニングパラメータを推定する場合、各次元の要素がピンニングパラメータとなるP次元のベクトルで表される探索点を交叉させることで最適なパラメータを推定している。交叉は各要素が独立して行うので推定するパラメータが増加しても 及び実行時間に変化はない。対して、本研究では mesh は 個のピンニングパラメータそれぞれの探索範囲を 10 分割にして、10^P通りのピンニングパラメータで最も が小さい組み合わせを最適なパラメータを推定している。そのため、推定するパラメータが 1 つ増えると を計算する回数は10倍になり、実行時間も10倍になると考えられる。以上の点より、推定するピンニングパラメータの数を増加させると実行時間は DE の場合には変化がほとんどなく、mesh の場合には指数関数的に増加する。

Table 3.3 ピンニングパラメータと評価値d及び推定時間#3

	A_{m}	σ^2	γ	m	g^2	d	Time [s]
DE	1.33×10^{12}	3.04×10^{-2}	7.11×10^{-1}	1.61	1.00	3.62 $\times 10^{-2}$	35
mesh	1.58×10^{12}	5.00×10^{-2}	7.00×10^{-1}	1.40	1.00	1.22 $\times 10^{-1}$	2452

3.3　パラメータ収束度

DE 及び mesh を用いて 3.1 章で推定したピンニングパラメータの中で が小さい 30 組のパラメータの分散を **Fig 3.3**、**Fig 3.4** に示す。横軸は、左からA_{m}, σ^2, γ, mを表しており、縦軸はパラメータごとに範囲が異なり、グラフ上の数字、グラフ下の数字がそれぞれのパラメータごとの範囲の最大値、最小値を示している。**Fig 3.4** では、パラメータの分散は小さく 1 ヶ所に集中するように分布しているが、**Fig 3.4** では、パラメータの分散が大きく、広い範囲で分布している。これは、DE は探索初期では広い範囲で探索を行い、探索終盤には狭い範囲で推定を行なう特徴を持っているため最終的なパラメータの分散は小さくなっている。対して、mesh は、探索範囲を等間隔で分割しているため、常に同じ探索範囲で探索を行なっているのでパラメータの分散は大きい。DE のように探索が進むにつれて、パラメータの分散が小さくなる利点は、 が大きくなると予想される範囲の探索を行なわないようになるため、パラメータ推定の高速化が図れる点である。mesh のようにパラメータの分散が大きい利点は、常に広い範囲で探索を行なうために局所解に陥りにくい点である。

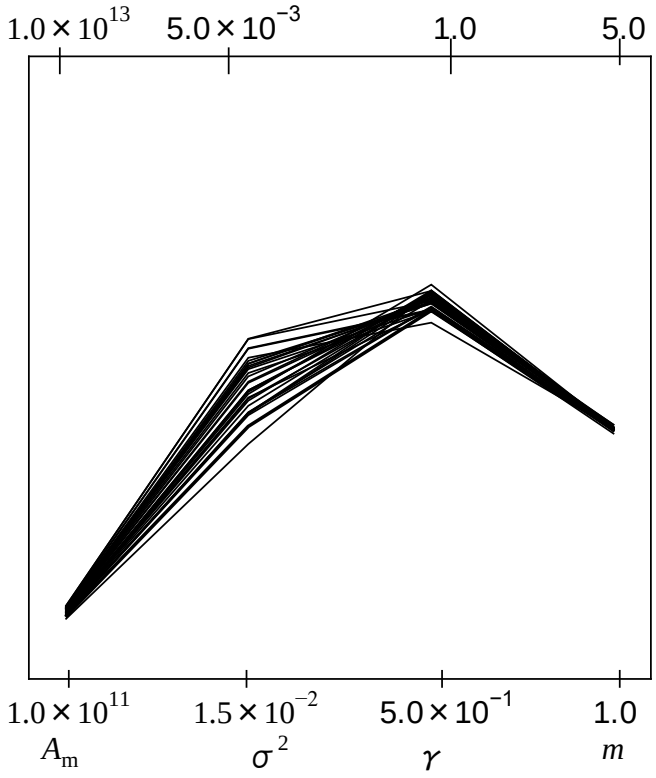

Fig 3.3 DE で求めた場合のピンニングパラメータの分散

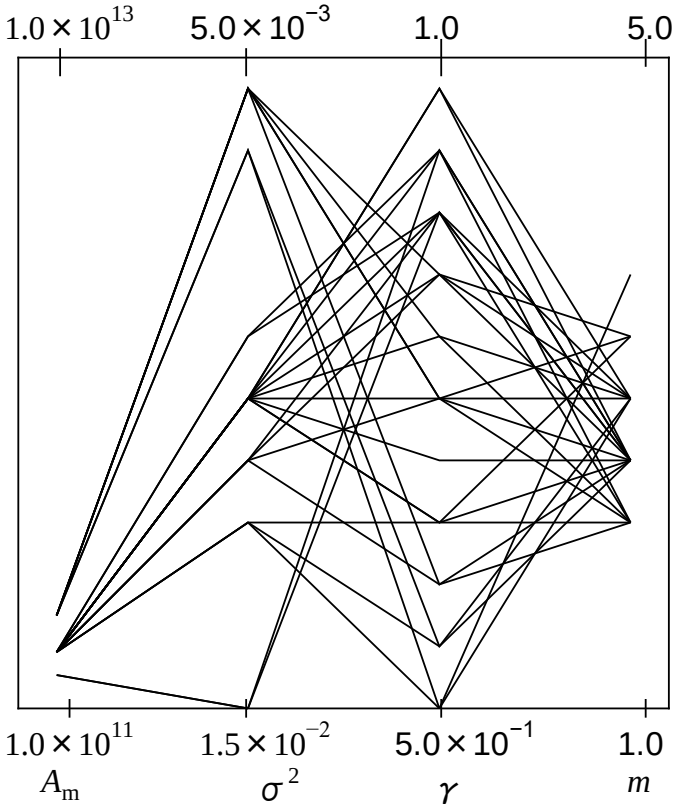

Fig 3.4 DE で求めた場合のピンニングパラメータの分散

3.4　差分進化の制御パラメータ

差分進化法では、探索点の数N、スケーリングファクタF、交叉率CR の 3 つの制御パラメータを設定することによってパラメータの推定を行っている。**Fig. 3.5** は、$F=0.5$、$CR=0.9$ としたときに N を 10 から 50 まで 10 ずつ変化させたときの世代数とdの関係、**Fig. 3.6** は$N=30$、$CR=0.9$ としたときにFを 0.1 から 0.9 まで 0.2 ずつ変化させたときの世代数とdの関係、**Fig. 3.7** は$N=30$、$F=0.5$ としたときにCRを 0.1 から 0.9 まで 0.2 ずつ変化させたときの世代数とdの関係を表している。**Fig. 3.5** は、$N=0.1$のときは、200 世代以降dにほとんど変化が見られず、高い値のdを示している。$N>0.1$では、ある世代数まではdが減少しており、それ以降はdに変化がなくなり、すべてのNで同じdを示すようになった。従って、dが小さすぎる場合には、探索点の収束が早く、狭い範囲で探索を行う傾向が強くなり、$N=0.1$の場合のように局所解に陥ることが考えられる。**Fig. 3.5** を見ると、$F=0.1$のときは 1000 世代以降、$F=0.3$のときは 500 世代以降、dに変化がなくなっており、dの値が高い。また、$F=0.5$ と$F=0.7$では、2000 世代以降dに変化がなくなっており、$F=0.9$では、4000 世代以降dに変化がなくなり、$F>0.3$は 4000 世代以降では同じdの値を示している。これは、Nの場合と同じくFが小さい場合、狭い範囲で探索を行いやすくなるためパラメータ推定の時間は短くなるが、局所解に陥りやすくなることが原因である。従って、N及びFが小さいほどパラメータ推定の時間効率は良くなるが、最適なパラメータとは異なる組み合わせを推定する可能性があるため適切な値に設定する必要がある。次に **Fig. 3.6** を見ると、$CR\leq 0.5$のときは世代数が増えるごとにdは常に減少しており、$CR=0.3$及び$CR=0.5$の場合は$CR=0.1$のときに比べてdの値は小さくなっている。$CR=0.7$では 7000 世代までは世代数が増えるとdは減少しており、7000 世代以降では、dに変化はなくなっている。$CR=0.9$では 3000 世代までは世代数が増えるとdは減少しており、3000 世代以降では、dに変化はなくなっている。従って、CRが大きいほど評価値の良いパラメータの推定が行なえている。これは、CRは、同時に変化させるパラメータの数を制御しているため、パラメータ間の相関が強いほどCRは大きく設定することでより適切なパラメータ推定を行なえるためである。このことから、E-J特性はパラメータ同士の相関が強いことが考えられる。

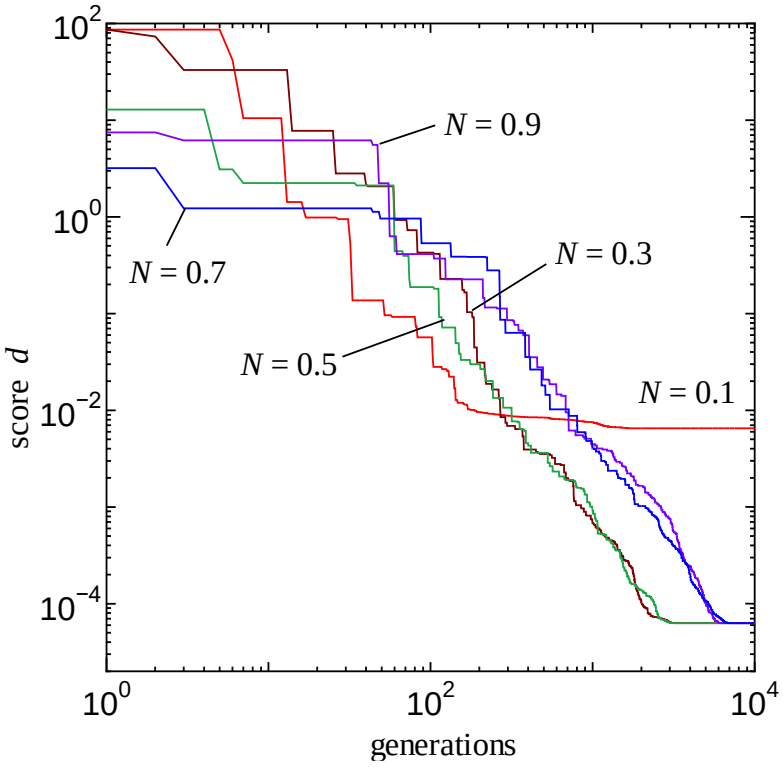

Fig. 3.5 様々な個体数Nにおける世代数と評価値dとの関係

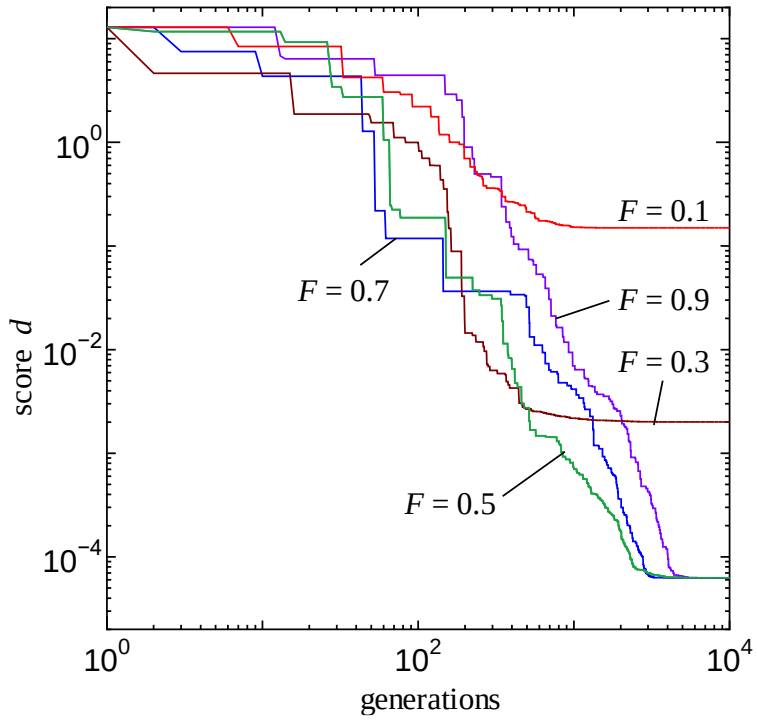

Fig. 3.6 様々なスケーリングファクタFにおける世代数と評価値dとの関係

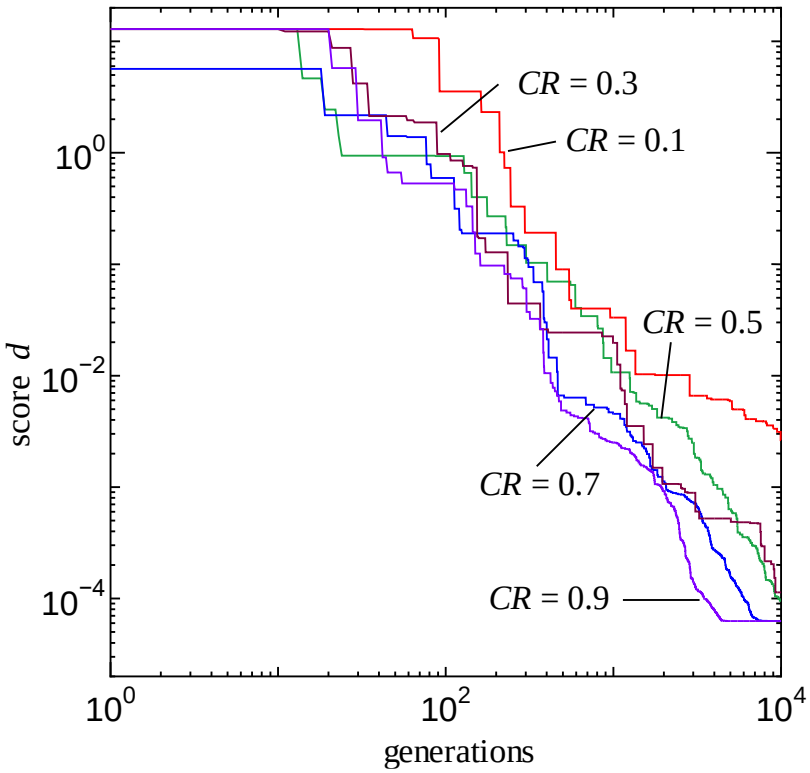

Fig 3.7 様々な交叉率CRにおける世代数と評価値dとの関係

次に制御パラメータを変更させたときの、各探索点のパラメータごとの分散の推移を評価する。**Fig 3.10** に$N = 10, 20, 30$のときの世代数とパラメータの分散、**Fig 3.11** に$F = 0.1, 0.2, 0.3$のときの世代数とパラメータの分散、**Fig 3.12** に$CR = 0.1, 0.5, 0.9$のときの世代数とパラメータの分散を示す。横軸は世代数を表しており、縦軸はピンニングパラメータごとの分散を表している。**Fig 3.11**、**Fig 3.11**、**Fig 3.12**、よりある世代数までは、どの制御パラメータもパラメータの分散に変化はなく高い分散をしめしているがある世代数を超えると急激にパラメータの分散は小さくなっている。また、制御パラメータの値によってパラメータの分散の変化率が異なっている。**Fig 3.12** より、Nが小さくなるほどパラメータの分散は小さくなっている。これは、Nが小さいほど探索範囲が収束しやすくなるために早い段階で似たようなパラメータを推定するようになるためと考えられる。さらに、Nが小さい場合、1 組のパラメータがパラメータの分散に与える影響が大きいため世代数が増える場合でもパラメータの分散が急激に増加することがある。 **Fig 3.11** より、Fが小さくなるほどパラメータの分散は小さくなっている。これはFが小さくなるほど DE の変異によって発生するパラメータが探索点に近いパラメータとなるためであると考えられる。また、**Fig 3.12** より$CR = 0.1$のときはパラメータの分散にほとんど変化がない。これは、CRが小さい場合、すでにある探索点の要素を子ベクトルが継承しやすくなるためである。従って、CRが小さすぎる場合は DE の特徴であ

る世代数が増えるごとに探索範囲が狭くなることが生かせないので正しい推定が行なえていないことが考えられる。

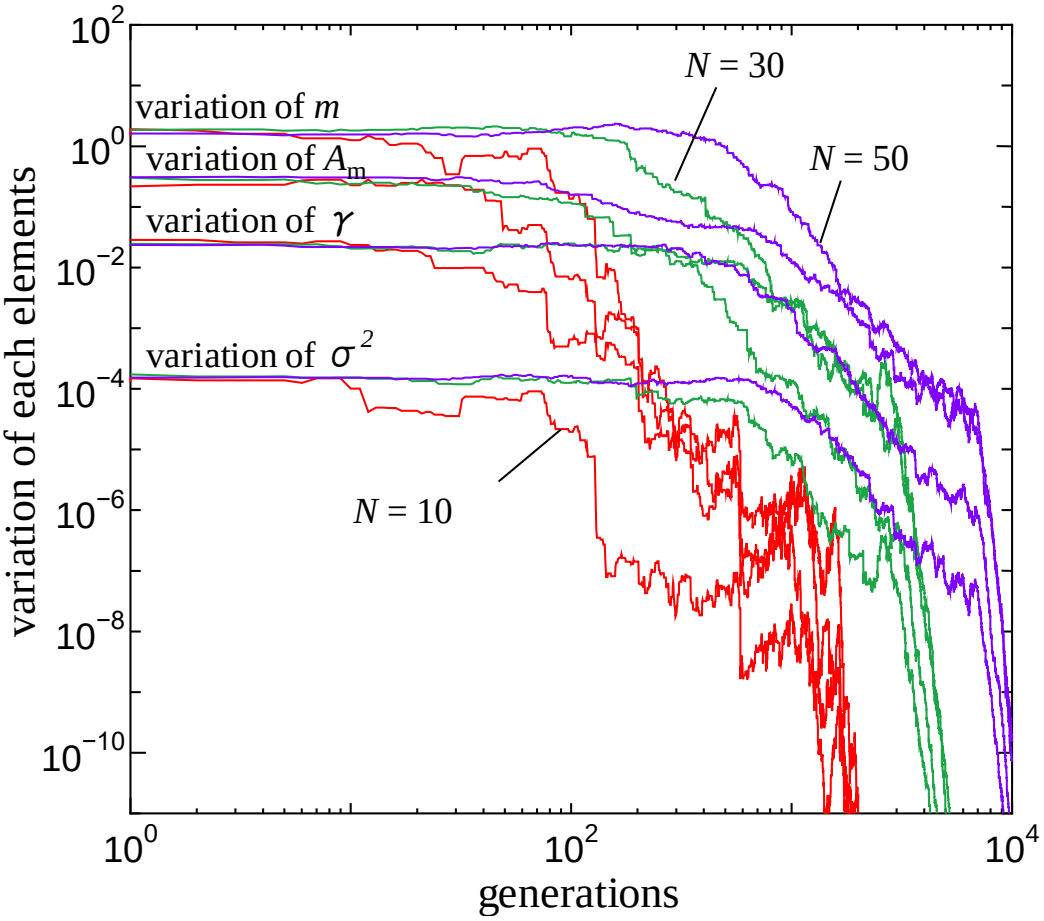

Fig 3.8 様々な個体数*N*における世代数と評価値*d*との関係

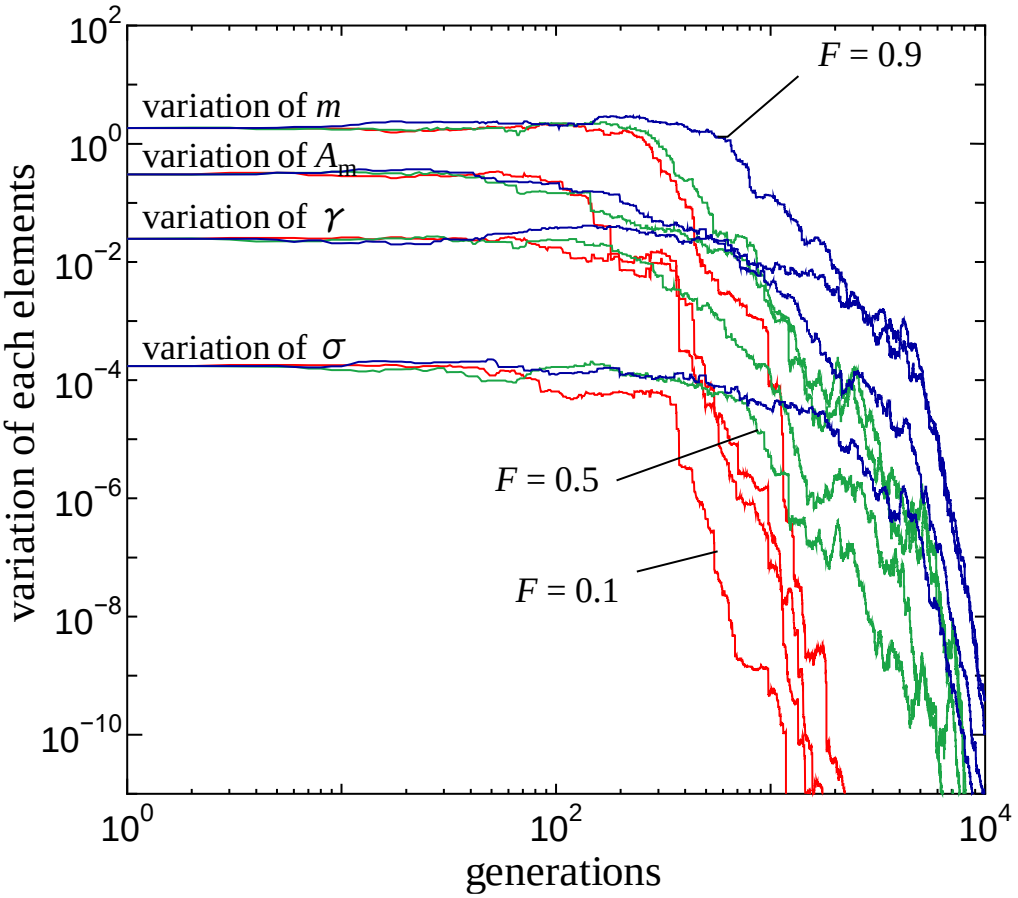

Fig 3.9 様々なスケーリングファクタ***F***における世代数と評価値***d***との関係

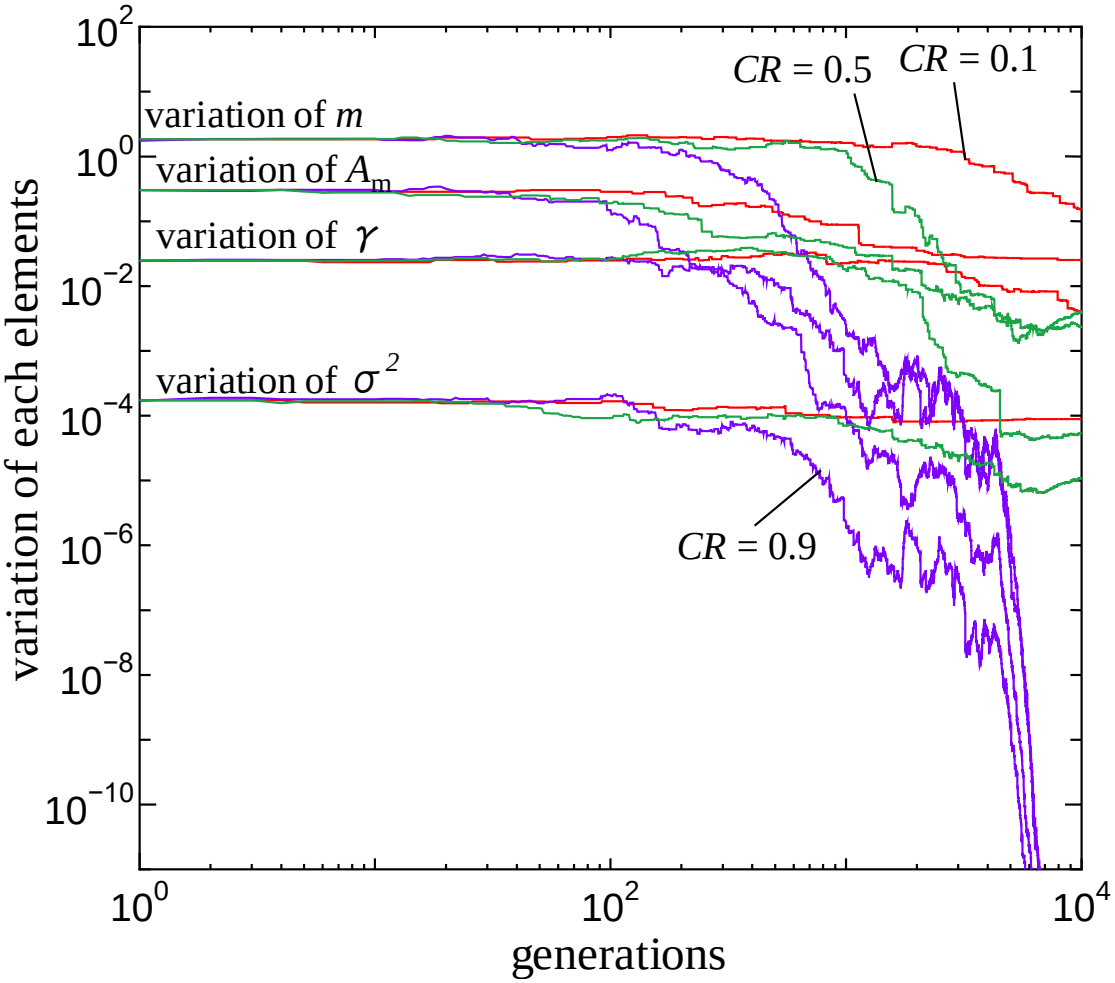

Fig 3.10 様々な交叉率CRにおける世代数と評価値dとの関係

第4章　まとめ

E-J特性は磁束クリープ・フローモデルを用いることで確認することができるが、そのためにはピンニングパラメータと呼ばれる変数を設定する必要がある。ピンニングパラメータは、従来 mesh を用いて推定を行っている。mesh は探索範囲を等間隔で分割してそれぞれの組み合わせを全て計算することで最適なパラメータを推定するアルゴリズムである。 mesh の分割数 を増やすと精度の高いピンイングパラメータを推定できるが、すべての組み合わせを計算しているため推定には莫大な時間がかかる。そのため、本研究では、DE を用いてパラメータ推定を行い、mesh と推定の精度や速度の比較や DE でより精度の高い推定をするために制御パラメータを変更し、その評価を行った。ピンニングパラメータの推定に用いた E-J 特性のデータは SQUID で行った実験と四端子法で行った実験の 2 つの実験データである。これらのデータを利用して、パラメータの推定を行なった。

DE は世代数 3000、個体数$N = 50$、スケーリングファクタ$F = 0.5$、交叉率$CR = 0.9$ で行なっており、mesh は分割数$K = 10$で行なっている。DE と mesh それぞれで推定したパラメータを比較したところ、SQUID で行った実験のデータでは、 は DE では7.56×10^{-3}、mesh では4.18×10^{-2}となり、DE の方がdは小さく、高い精度で推定が行なえている。さらに、実行時間は DE が 32 秒で mesh が 213 秒となったので DE の方が短い時間で推定を行えた。四端子法で行なった実験データでは、dは DE では3.62×10^{-2}、mesh では1.22×10^{-1}、実行時間は DE が 41 秒で mesh が 214 秒となり、SQUID で行った実験のデータと同様に高い精度かつ短い時間で推定を行えた。また、推定するピンニングパラメータに$g2$を加えて、DE と mesh それぞれでパラメータを推定した。DE と mesh ともに推定したピンニングパラメータは、$g2$を固定にした場合と同じ値であったため、dに変化はなかった。しかし、$g2$を推定する場合、実行時間は DE が 35 秒、mesh は 2452 秒であり、$g2$を固定にした場合の DE での推定にかかる時間はほとんど変化がないのに対して、mesh では、10 倍に増加している。この原因として、DE は推定するパラメータの数と実行時間に相関がないが、mesh は推定するパラメータが 1 つ増えるごとに 10 倍の実行時間になるためである。従って、推定するパラメータを増加させても DE の方が mesh より高い精度、短い実行時間で推定が行えた。DE は、探索初期に広い探索範囲で探索を行い、探索後期では狭い範囲で探索を行なう。そのため、効率よくパラメータの推定を行なうことができる。対して、mesh では探索範囲内で等間隔に分割を行なっているためパラメータの分散は大きく、パラメー

タ推定に時間がかかる欠点を持つが広い範囲で推定を行なうため局所解に陥りにくい利点がある。

DE では、制御パラメータと呼ばれる探索点の数N 、スケーリングファクタF 、交叉率 CRの 4 つの変数を適切に設定することによってパラメータ推定の効率を高めることができる。Nを 10 から 50 まで 10 刻みでパラメータを推定すると、$N=10$の場合では、局所解に陥っており、$N > 10$では はほとんど同じ値でNが小さいほど、少ない世代数で に変化がなくなった。次に、Fを 0.1 から 0.9 まで 0.2 刻みでパラメータを推定すると、$F \leq 0.3$の場合では、局所解に陥っており、$F > 0.5$ではdはほとんど同じ値でFが小さいほど、少ない世代数でdに変化がなくなった。従って、N及びFは小さすぎる場合には局所解に陥りやすくなり、大きすぎる場合には推定が終わるのに時間がかかる。また、CRを変更すると同時に変化させるパラメータの数が変化するため、推定するパラメータ間の相関が強いほどCRは大きく設定するとより効率よくパラメータの推定を行なえる。CRを 0.1 から 0.9 まで 0.2 刻みでパラメータ推定をするとCRが大きいほどdが低いパラメータ推定が行なえたので E-J特性はパラメータ間の相関が強いといえる。今回のパラメータ推定では、初めにパラメータの探索範囲を設定する必要がある。そのため、探索範囲の設定しだいで結果が大きく変わる可能性がある。今後の課題としいて、パラメータの範囲によって制御パラメータや学習させる世代数を自動で調節できるようにすることで更なるパラメータ精度の向上を行なう必要がある。

参考文献

[1] K. Yamafuji, T. Fujiyoshi, K. Toko, and T. Matsushita: Physica C 159 (1989) 743.

[2] D. O. Welch: IEEE Trans. Magn. 27 (1991) 1133.

[3] T. Matsushita, T. Fujiyoshi, K. Toko and K. Yamafuji, Appl. Phys. Lett. 56 (1990) 2039

[4] T. Matsushita: Physica C 217 (1993) 461.

[5] M. Kiuchi, K. Noguchi, T. Matsushita, T. Kato, T. Hikata, and K. Sato Physica C 278 (1997) 62.

[6] E. S. Otabe, M. Kiuchi, “Critical Currents in Superconductors”, Fuzambo International (2005) pp71, 89

[7] 松下照男、「磁束ピンニングと電磁現象」、産業図書 (1994)

[8] 松下照男、「超伝導応用の基礎」、米田出版 (2004)

[9] 秋吉裕哉「遺伝的アルゴリズムを用いた超伝導体の電界-電流密度特性評価のGPGPUによる高速化に関する研究」 九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文 (2012)

[10] 南潤「遺伝的アルゴリズムを用いた超伝導パラメータ推定手法の検討」 九州工業大学情報工学府情報システム専攻論文 (2010)

[11] 瓜生幸太郎「遺伝的アルゴリズムを用いた磁束クリープ・フローモデルのパラメータ解析における評価方法の検討」 九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文 (2011)

[12] 枝元剛典「遺伝的アルゴリズムを用いた磁束クリープ・フローモデルのパラメータ解析」 九州工業大学情報工学部電子情報工学科卒業論文 (2010)

[13] 牛山 泰伸「機械学習を用いた差分進化性能改善」 東京大学大学院情報理工学系研究科修士論文 (2015)

謝辞

はじめに、私の指導教官である九州工業大学大学院情報工学研究院電子情報工学研究系エレクトロニクス分野　小田部荘司教授にお礼申し上げます。私の研究指導のみならず、学生生活や進路等多くの助言を頂いたことに深く感謝いたします。

そして、九州工業大学大学院情報工学研究院電子情報工学研究系エレクトロニクス分野　木内勝准教授に深く感謝申し上げます。本研究では、磁束クリープ・フローを用いており、理論の詳しい説明や研究のサポートを頂きました。

九州大学システム情報科学研究院　船木亮平助教には、アルゴリズムの提案や文章の校正等様々な助言を頂きました。心から感謝申し上げます。

小田部研究室・木内研究室にてお世話になりました九州工業大学大学院情報工学府先端情報工学専攻の柏木啓氏、谷村賢太氏、木戸竜馬氏、平松佑太氏、伊原大輔氏、田邊裕也氏と九州工業大学電子情報工学科 4 年の鶴田祐基氏、高橋悠氏、吉村彩華氏、早瀬利伸氏、宮島悠氏、濱久保翔吾氏及び技術職員の新山誠司氏に感謝申し上げます。

本研究を行うにあたり、多大なるご指導、助言を頂いた小田部荘司教授に改めて深く感謝致します。また、アルゴリズムの提案や文章の校正等様々な助言を頂いた九州大学システム情報科学研究院の船木亮平助教に心から感謝申し上げます。

最後に、公私共々お世話になりました小田部・木内研究室の皆様に感謝いたします。