

令和元年度
修士学位論文

時間依存ギンツブルグ-ランダウ方程式による
異方性を考慮した超伝導体内の磁束運動の研究

小田部研究室
(学籍番号：18676128)
米塚 里奈

九州工業大学 情報工学府
先端情報工学専攻 電子情報工学分野
指導教員：小田部 荘司 教授
令和2年2月7日

目次

第1章	序論	1
1.1	はじめに	1
1.2	第一種超伝導体・第二種超伝導体	1
1.3	酸化物超伝導体	2
1.4	磁束ピンニング	3
1.5	(Time-Dependent) Ginzburg-Landau 方程式	4
1.5.1	Ginzburg-Landau (G-L) 方程式	5
1.5.2	Time-Dependent Ginzburg-Landau (TDGL) 方程式	6
1.5.3	TDGL 方程式の簡易化	7
1.6	近接効果	11
1.7	ピーク効果	11
1.8	超伝導体の異方性	12
1.9	目的	15
第2章	計算手法	16
2.1	主要アルゴリズム	16
2.1.1	ガウス=ザイデル法	16
2.1.2	オイラー法	16
2.1.3	二分探索法	17
2.2	計算条件	17
2.2.1	電流密度 \mathbf{J} と外部磁束密度 \mathbf{B} の条件	17
2.2.2	オーダーパラメータ Ψ とスカラーポテンシャル V の初期条件	18
2.2.3	境界条件	18
2.3	シミュレーションモデル A $(x, y, z) = (10, 10, 10)$	20
2.3.1	球状ピン 8 個	21
2.3.2	z 軸柱状ピン 4 本	22

2.3.3	xy 面ピン1枚	22
2.3.4	yz 面ピン1枚	23
2.4	シミュレーションモデルB $(x, y, z) = (20, 10, 10)$	24
2.4.1	球状ピン16個	25
2.4.2	z 軸柱状ピン8本	27
2.4.3	y 軸柱状ピン8本	28
2.4.4	xy 面ピン1枚	29
2.4.5	yz 面ピン1枚	29
2.4.6	yz 面ピン2枚	30
第3章 計算結果及び考察		32
3.1	J_c - B 特性 シミュレーションモデルA $(x, y, z) = (10, 10, 10)$	32
3.1.1	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)	32
3.1.2	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)	33
3.1.3	球状ピン8個における γ_z 別 J_c - B 特性	34
3.1.4	z 軸柱状ピン4本における γ_z 別 J_c - B 特性	34
3.1.5	xy 面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	35
3.1.6	yz 面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	36
3.2	J_c - γ_z 特性 シミュレーションモデルA $(x, y, z) = (10, 10, 10)$	37
3.2.1	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)	37
3.2.2	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)	38
3.2.3	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)	39
3.3	J_c - B 特性 シミュレーションモデルB $(x, y, z) = (20, 10, 10)$	41
3.3.1	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)	41
3.3.2	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)	43
3.3.3	球状ピン16個における γ_z 別 J_c - B 特性	43
3.3.4	z 軸柱状ピン8本における γ_z 別 J_c - B 特性	44
3.3.5	y 軸柱状ピン8本における γ_z 別 J_c - B 特性	45
3.3.6	xy 面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	46

3.3.7	yz面ピン 1 枚における γ_z 別 J_c - B 特性-----	47
3.3.8	yz面ピン 2 枚における γ_z 別 J_c - B 特性-----	48
3.4	J_c - γ_z 特性 シミュレーションモデルB $(x, y, z) = (20, 10, 10)$ -----	49
3.4.1	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)-----	49
3.4.2	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)-----	50
3.4.3	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)-----	51
第4章	総括-----	53
	参考文献-----	54
	謝辞-----	56
	研究業績-----	57

図目次

図 1.1 磁化の磁界依存性[1] (a)第一種超伝導体(b)第二種超伝導体	2
図 1.2 代表的な高温酸化物超伝導体の結晶構造[4]	2
図 1.3 球状ピンを有する超伝導体内の様子	4
図 1.4 超伝導体と常伝導体 (ピン) が接触している状態[12]	11
図 1.5 Bi 濃度を周期的に変えてピンを導入した Pb-Bi 薄膜の特性[1]	12
図 1.6 異方的な超伝導体の量子化磁束($\gamma_z = 512$)	14
図 1.7 異方性の強い酸化物高温超伝導体における 2 次元パンケーキボルテックス[14]	14
図 2.1 電流密度 J と磁束密度 B の定義	17
図 2.2 シミュレーションモデル A	20
図 2.3 球状ピン 8 個	21
図 2.4 柱状ピン 4 本	22
図 2.5 xy 面状ピン 1 枚	23
図 2.6 yz 面状ピン 1 枚	24
図 2.7 シミュレーションモデル B	25
図 2.8 球状ピン 16 個	26
図 2.9 z 軸柱状ピン 8 本	27
図 2.10 y 軸柱状ピン 8 本	28
図 2.11 xy 面状ピン 1 枚	29
図 2.12 yz 面状ピン 1 枚	30
図 2.13 yz 面状ピン 2 枚	31
図 3.1 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)	32
図 3.2 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)	33
図 3.3 球状ピン 8 個における γ_z 別 J_c - B 特性	34
図 3.4 z 軸柱状ピン 4 本における γ_z 別 J_c - B 特性	35
図 3.5 xy 面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	36

図 3.6	yz面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	37
図 3.7	様々なピンの形状における $J_c - \gamma_z$ 特性($B = 0.1$)	38
図 3.8	様々なピンの形状における $J_c - \gamma_z$ 特性($B = 0.3$)	39
図 3.9	様々なピンの形状における $J_c - \gamma_z$ 特性($B = 0.5$)	40
図 3.10	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)	42
図 3.11	磁束線とピンの様子 (a)z軸柱状ピン, (b)y軸柱状ピン	42
図 3.12	様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)	43
図 3.13	球状ピン 16 個における γ_z 別 J_c - B 特性	44
図 3.14	z軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性	45
図 3.15	y軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性	46
図 3.16	xy面ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性	47
図 3.17	yz面ピン 1 枚における γ_z 別 J_c - B 特性	48
図 3.19	yz面ピン 2 枚における γ_z 別 J_c - B 特性	49
図 3.19	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)	50
図 3.20	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)	51
図 3.21	様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)	52

表目次

表 2.1	球状ピン 8 個の詳細条件(モデル A)	21
表 2.2	z軸柱状ピン 4 本の詳細条件(モデル A)	22
表 2.3	xy面状ピン 1 枚の詳細条件(モデル A).....	23
表 2.4	yz面状ピン 1 枚の詳細条件(モデル A).....	23
表 2.5	球状ピン 16 個の詳細条件(モデル B).....	25
表 2.6	z軸柱状ピン 8 本の詳細条件(モデル B).....	26
表 2.7	y軸柱状ピン 8 本の詳細条件(モデル B)	27
表 2.8	xy面状ピン 1 枚の詳細条件(モデル B).....	28
表 2.9	yz面状ピン 1 枚の詳細条件(モデル B)	29
表 2.10	yz面状ピン 2 枚の詳細条件(モデル B)	29

第1章 序論

1.1 はじめに

超伝導とは、ある物質を非常に低い温度まで冷却すると電気抵抗がゼロになる現象である。この超伝導は、1911年にライデン大学の Heike Kamerlingh Onnes によって発見された。1933年には Fritz Walther Meissner によって超伝導体のマイスナー効果(完全反磁性)が発見された。完全反磁性とは、超伝導体に外部磁界 H_e を加えても超伝導内部の磁束密度 B はゼロのまま変化しないという特性である。電気抵抗ゼロと完全反磁性の 2 つの現象を超伝導現象といい、超伝導状態に対応する電気抵抗がゼロでない状態を常伝導状態という。1950年には、Vitaly Lazarevich Ginzburg と Lev Davidovich Landau が Ginzburg-Landau(G-L)理論を発表した。1957年には John Bardeen、Leon Neil Cooper、John Robert Schrieffer らの BCS 理論により超伝導発現機構が説明された。BCS 理論では、超伝導体の臨界温度 T_c がおよそ 30 K と考えられていたが、1986年に Johannes Georg Bednorz と Karl Alex Müller により、 T_c が 30 K を超える超伝導体が発見された。これ以降、高温超伝導体の探索が続けられている。

1.2 第一種超伝導体・第二種超伝導体

超伝導体は磁気的な性質により二種類に区別される。第一種超伝導体は、臨界磁場 H_c までは磁場を完全に排除するが、臨界磁場 H_c 以上になると超伝導状態から常伝導状態へ遷移する。

第二種超伝導体では、下部臨界磁界 H_{c1} まで磁場を完全に排除するが、 H_{c1} 以上になると磁束(磁束線)が侵入する。磁束線を侵入させた領域は常伝導状態となるが、全体としては超伝導状態を維持している。この状態を混合状態という。さらに外部磁場を印加し、上部臨界磁界 H_{c2} 以上となると超伝導状態は破壊され、常伝導状態に遷移する。

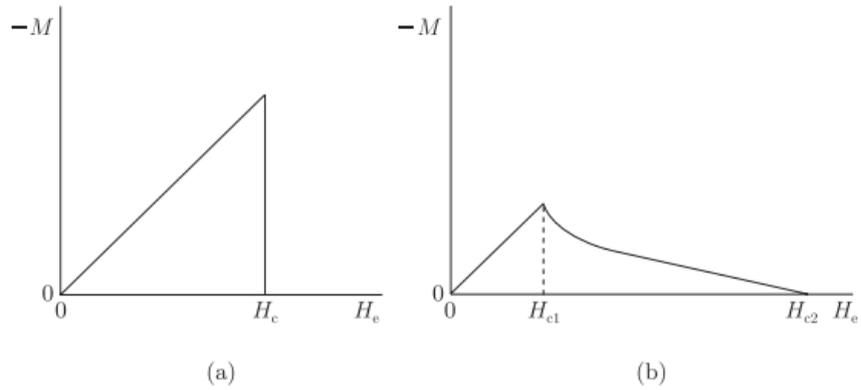


図 1.1 磁化の磁界依存性 (a)第一種超伝導体、(b)第二種超伝導体[1]

1.3 酸化物超伝導体

超伝導体の臨界温度 T_c は、1986年に銅酸化物高温超伝導体が発見されるまで、 Nb_3Ge の23Kより大きな上昇はなく T_c に上限があると考えられていた[2]。酸化物超伝導体の T_c は30K($La_{2-x}Ba_xCuO_4$)、90K($YBa_2Cu_3O_7$)と高く、様々な分野において応用できる可能性が広がった[3]。

図 1.2 に代表的な高温酸化物超伝導体の結晶構造を示す。超伝導層(CuO_2 面)とブロック層とで構成された積層構造である。このような構造を持つため、異方的な特性を有する。

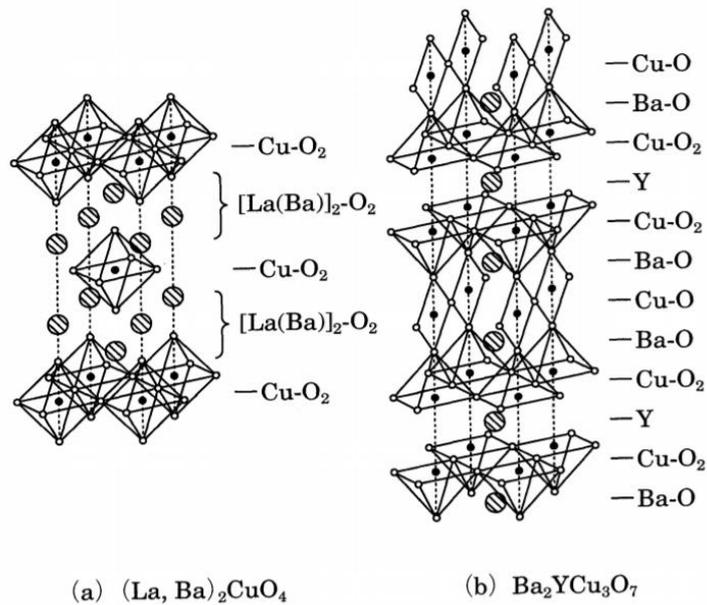


図 1.2 代表的な高温酸化物超伝導体の結晶構造[4]

1.4 磁束ピンニング

第二種超伝導体は、混合状態において超伝導体内に磁束線が侵入している。この状態で電流を流すと、図 1.3 に示すように超伝導体内の量子化磁束にローレンツ力 F_L が働く。この F_L は、

$$F_L = J \times B \quad (1.1)$$

と表すことができる。なお、 J は超伝導体内に流す輸送電流密度、 B は磁束密度である。また、このローレンツ力 F_L により磁束線が速度 v で運動した場合、誘導起電力

$$E = B \times v \quad (1.2)$$

が生じる。この誘導起電力 E によりオーミックな損失が生じ、超伝導体も電気抵抗をもつことになる。電気抵抗ゼロで電流を流すためには、磁束の運動を止めて誘導起電力が生じないようにする必要がある。この磁束運動を止める作用のことを磁束ピンニングという。磁束ピンニングに寄与するものは、常伝導析出物・結晶粒界面・転移などの不均質部分や欠陥である。こうした欠陥などをピンニング・センター（ピン）と呼ぶ[5]。また、特性向上を目的として人工的に導入されたナノサイズのピンを人工ピン(APC: Artificial Pinning Center)という[6]。本研究では、1次元 APC の柱状ピン、2次元 APC の面状ピン、3次元 APC の球状ピンを導入し議論する。

単位体積当たりのピンが磁束線に及ぼす力をピン力密度 F_p とすると、ローレンツ力 F_L がピン力密度 F_p を越えなければ磁束は運動をしない。よって、

$$J_c = \frac{F_p}{B} \quad (1.3)$$

という関係がある。なお、臨界電流密度 J_c は電気抵抗ゼロで流せる最大の電流密度である。

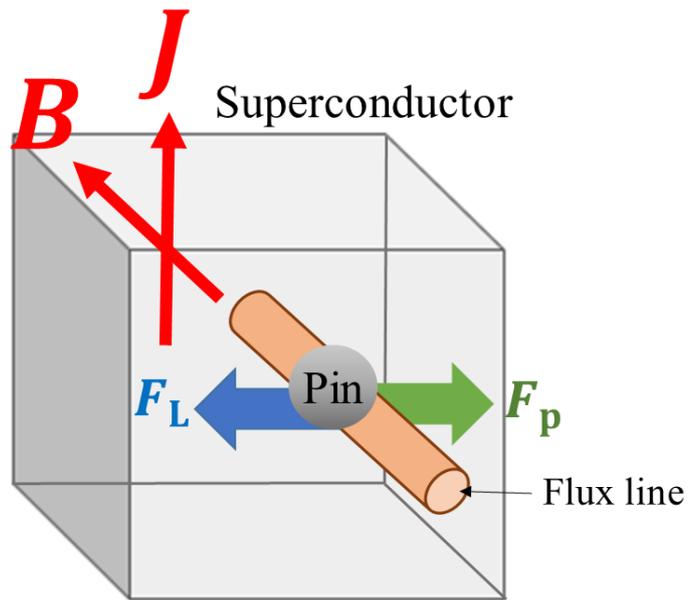


図 1.3 球状ピンを有する超伝導体内の様子。ローレンツ力 F_L と反対方向にピン力密度 F_p が生じ、磁束線の運動が止められている。

1.5 (Time-Dependent) Ginzburg-Landau 方程式

1.5.1 Ginzburg-Landau(G-L)方程式

Ginzburg-Landau(G-L)理論は、1950 年に Vitaly Lazarevich Ginzburg と Lev Davidovich Landau によって発表された超伝導を説明する現象論である。この G-L 理論は、磁場と超伝導が共存している問題を取り扱う[1]。

まず、複素数のオーダーパラメータ Ψ を定義する。この時、 $|\Psi|^2$ が超伝導電子密度 n_s を与えるものとする。超伝導体の自由エネルギー E_s は超伝導電子 n_s に依存しており、 $|\Psi|^2$ の関数である。ここで、転移点近傍において $|\Psi|^2$ は小さいと期待でき、

$$E_s = E_n + \alpha |\Psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\Psi|^4 \quad (1.4)$$

と $|\Psi|^2$ のべき展開ができる。なお、 E_n は常伝導状態の自由エネルギーである。

次に、磁場の存在によりオーダーパラメータが空間的に変化することを考慮する。運動エネルギー密度は、

$$\frac{1}{2m^*} |(-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})\Psi|^2 \quad (1.7)$$

と書ける。 e^* は超伝導電子の電荷である。さらに磁場のエネルギー密度も含め、

$$E_s = E_n + \alpha|\Psi|^2 + \frac{\beta}{2}|\Psi|^4 + \frac{1}{2\mu_0}(\nabla \times \mathbf{A})^2 + \frac{1}{2m^*} |(-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})\Psi|^2 \quad (1.8)$$

と書ける。 μ_0 は真空中の透磁率、 \mathbf{A} はベクトルポテンシャル、 m^* は超伝導電子の質量である。ここで、 Ψ と \mathbf{A} について変分法を適用する。

$$\frac{\delta E_s}{\delta \Psi^*} = \frac{\partial E_s}{\partial \Psi^*} - \left[\nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial \nabla \Psi^*} \right] = 0 \quad (1.9)$$

$$\frac{\delta E_s}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{A}} - \left[\nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial \nabla \mathbf{A}} \right] = 0 \quad (1.10)$$

この(1.9)式と(1.10)式を解くと、

$$\frac{1}{2m^*} (-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})^2 \Psi + \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \quad (1.11)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{i\hbar e^*}{2m^*} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A} \quad (1.12)$$

となる。この2式をG-L方程式という。

1.5.2 Time-Dependent Ginzburg-Landau(TDGL)方程式

G-L方程式を時間発展させたものが、Time-Dependent Ginzburg-Landau(TDGL)方程式である。(1.9)、(1.10)式を時間発展すると、

$$\frac{\delta E_s}{\delta \Psi^*} = \frac{\partial E_s}{\partial \Psi^*} - \left[\nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial \nabla \Psi^*} \right] = -\gamma \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (1.13)$$

$$\frac{\delta E_s}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{A}} - \left[\nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial \nabla \mathbf{A}} \right] = -v \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (1.14)$$

なお、 γ と v はそれぞれ Ψ と \mathbf{A} の時定数である。更にゲージ変換を与えると、

$$\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} \rightarrow \left(\hbar \frac{\partial}{\partial t} + ie^*V \right) \Psi \quad (1.15)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \quad (1.16)$$

なお、 V はスカラーポテンシャルである。(1.15)、(1.16)式に(1.13)、(1.14)式を代入すると、

$$\gamma \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} + ie^* V \Psi \right) + \frac{1}{2m^*} (-i\hbar \nabla + e^* \mathbf{A})^2 \Psi + \alpha \Psi + \beta |\Psi|^2 \Psi = 0 \quad (1.17)$$

$$v \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) + \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{i\hbar e^*}{2m^*} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A} = 0 \quad (1.18)$$

となる。

1.5.3 TDGL 方程式の簡易化

細線近似と規格化により、TDGL 方程式を簡易化する[7, 8]。

細線近似では、非常に細い超伝導線(以降 SC ナノワイヤと記す)に外部磁界 \mathbf{B}_{ext} を印加した際、SC ナノワイヤ全体に \mathbf{B}_{ext} が侵入すると仮定する。よって、 \mathbf{A} は \mathbf{B}_{ext} にのみ依存する変数となる。本研究では \mathbf{B}_{ext} は一定とする為、(1.18)式は左辺第一項の時間偏微分が 0 となり一定となる。

次に、(1.17)、(1.18)式に対して規格化を行う。コヒーレンス長 ξ と磁場侵入長 λ は熱力学的臨界磁場を H_c として、

$$\xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2m^*|\alpha|}} \quad (1.19)$$

$$\lambda = \frac{e^* \mu_0 H_c}{\sqrt{m^*|\alpha|}} \quad (1.20)$$

と表す。そして、(1.21)–(1.25)式に記す規格化を行う。

$$\xi \nabla \rightarrow \nabla \quad (1.21)$$

$$\frac{|\alpha|}{\gamma} t \rightarrow t \quad (1.22)$$

$$\frac{e^* \gamma}{|\alpha|} V \rightarrow V \quad (1.23)$$

$$\frac{\lambda}{\sqrt{2}\mu_0 H_c} \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} \quad (1.24)$$

$$\left(\frac{\beta}{|\alpha|} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \rightarrow \Psi \quad (1.25)$$

よって、(1.17)式左辺第一項は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\gamma \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} + ie^* V \Psi \right) &\rightarrow \gamma \left[\frac{\partial}{\partial \left(\frac{\gamma}{|\alpha|} t \right)} \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi + ie^* \left(\frac{|\alpha|}{e^* \gamma} V \right) \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \right] \\
&= \gamma \left[\left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \Psi}{\partial \left(\frac{\gamma}{|\alpha|} t \right)} + i \frac{|\alpha|}{\gamma} \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} V \Psi \right] \\
&= \gamma \left[\frac{1}{\gamma} |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{1}{\gamma} |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} i V \Psi \right] \\
&= |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial t} + i V \Psi \right] \tag{1.26}
\end{aligned}$$

また、(1.17)式左辺第二項は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2m^*} (-i\hbar \nabla + e^* \mathbf{A})^2 \Psi &\rightarrow \frac{1}{2m^*} \left(-i\hbar \frac{\nabla}{\xi} - e^* \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c}{\lambda} \mathbf{A} \right)^2 \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \\
&= \left(-i\hbar \frac{1}{\sqrt{2m^*} \xi} \nabla - e^* \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c}{\sqrt{2m^*} \lambda} \mathbf{A} \right)^2 \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \\
&= \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \left(-i\hbar \frac{\sqrt{2m^*} |\alpha|}{\sqrt{2m^*} \hbar} \nabla - e^* \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c \sqrt{m^*} |\alpha|}{\sqrt{2m^*} e^* \mu_0 H_c} \mathbf{A} \right)^2 \Psi \\
&= |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} (-i\nabla - \mathbf{A})^2 \Psi \tag{1.27}
\end{aligned}$$

(1.17)式左辺第三項は次のようになる。

$$\alpha \Psi \rightarrow \alpha \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \tag{1.28}$$

(1.17)式左辺第四項は次のようになる。

$$\beta |\Psi|^2 \Psi \rightarrow \beta \left| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \right|^2 \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi$$

$$= |\alpha| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} |\Psi|^2 \Psi \quad (1.29)$$

(1.26)–(1.29)式をまとめると、(1.28)式右辺の α は負で、

$$\alpha \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{\partial \Psi}{\partial t} + iV\Psi + (-i\nabla - \mathbf{A})^2 \Psi - \Psi + |\Psi|^2 \Psi \right] = 0 \quad (1.30)$$

となる。次に、(1.30)式の両辺を $\alpha \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}}$ で割る。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + iV\Psi + (-i\nabla - \mathbf{A})^2 \Psi - \Psi + |\Psi|^2 \Psi = 0 \quad (1.31)$$

同様に、(1.18)式も簡易化する。(1.18)式左辺第一項は \mathbf{A} が一定として、

$$\begin{aligned} v\nabla V &\rightarrow v \frac{1}{\xi} \nabla \frac{|\alpha|}{e^* \gamma} V \\ &= \frac{|\alpha|}{\xi e^* \gamma} v\nabla V \\ &= \frac{\sqrt{2m^*|\alpha|}}{\hbar} \cdot \frac{|\alpha|}{e^* \gamma} v\nabla V \end{aligned} \quad (1.32)$$

となる。

(1.18)式左辺第二項は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &\rightarrow \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{1}{\xi} \nabla \times \frac{1}{\xi} \nabla \times \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c}{\lambda} \mathbf{A} \\ &= \frac{\sqrt{2}H_c}{\xi^2 \lambda} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \\ &= \frac{2m^*|\alpha|}{\hbar^2} \cdot \frac{\sqrt{m^*|\alpha|}}{e^* \mu_0 H_c} \cdot \sqrt{2}H_c \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \\ &= \frac{2\sqrt{2}m^*|\alpha|\sqrt{m^*|\alpha|}}{\hbar^2 e^* \mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \end{aligned} \quad (1.33)$$

(1.18)式左辺第三項は次のようになる。

$$\begin{aligned} &\frac{i\hbar e^*}{2m^*} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \\ &\rightarrow \frac{i\hbar e^*}{2m^*} \left\{ \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi^* \frac{1}{\xi} \nabla \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi - \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \frac{1}{\xi} \nabla \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi^* \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{i\hbar e^*}{2m^*} \cdot \frac{|\alpha|}{\beta} \cdot \frac{1}{\xi} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \\
&= \frac{i\hbar e^*}{2m^*} \cdot \frac{|\alpha|}{\beta} \cdot \frac{\sqrt{2m^*|\alpha|}}{\hbar} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \\
&= \frac{ie^*|\alpha|\sqrt{2m^*|\alpha|}}{2m^*\beta} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \tag{1.34}
\end{aligned}$$

(1.18)式左辺第四項は次のようになる。

$$\begin{aligned}
\frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A} &\rightarrow \frac{e^{*2}}{m^*} \left| \left(\frac{|\alpha|}{\beta} \right)^{\frac{1}{2}} \Psi \right|^2 \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c}{\lambda} \mathbf{A} \\
&= \frac{e^{*2}}{m^*} \cdot \frac{|\alpha|}{\beta} \cdot \frac{\sqrt{2}\mu_0 H_c}{\lambda} |\Psi|^2 \mathbf{A} \\
&= \frac{e^{*2}}{m^*} \cdot \frac{|\alpha|}{\beta} \cdot \sqrt{2}\mu_0 H_c \cdot \frac{\sqrt{m^*|\alpha|}}{e^*\mu_0 H_c} |\Psi|^2 \mathbf{A} \\
&= \frac{e^*|\alpha|\sqrt{2m^*|\alpha|}}{m^*\beta} |\Psi|^2 \mathbf{A} \tag{1.35}
\end{aligned}$$

(1.32) – (1.35)式をまとめると、

$$\begin{aligned}
&\frac{2\sqrt{2}m^*|\alpha|\sqrt{m^*|\alpha|}}{\hbar^2 e^* \mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \\
&= \frac{e^*|\alpha|\sqrt{2m^*|\alpha|}}{m^*\beta} \left\{ |\Psi|^2 \mathbf{A} - \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \right\} - \frac{\sqrt{2}m^*|\alpha|}{\hbar} \cdot \frac{|\alpha|}{e^*\gamma} \nu \nabla V \tag{1.36}
\end{aligned}$$

となる。次に、(1.36)式の両辺を $|\alpha|\sqrt{2m^*|\alpha|}$ で割ると、

$$\frac{2m^*}{\hbar^2 e^* \mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \frac{e^*}{m^*\beta} \left\{ |\Psi|^2 \mathbf{A} - \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \right\} - \frac{1}{\hbar e^* \gamma} \nu \nabla V \tag{1.37}$$

となる。

ここで、TDGL 方程式を Ψ 、 V について解く。しかし、変数2つに対し方程式が(1.31)式のみである為、電流の発散の式を第二の方程式として解く。

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \tag{1.38}$$

ここで、

$$\mathbf{J} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \tag{1.39}$$

である。(1.37)式の両辺に ∇ と内積を取ると、

$$\begin{aligned}
0 &= \nabla \cdot \left[\frac{e^*}{m^* \beta} \left\{ |\Psi|^2 \mathbf{A} - \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) \right\} - \frac{1}{\hbar e^* \gamma} v \nabla V \right] \\
&\leftrightarrow \frac{e^*}{m^* \beta} \left\{ \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \Psi^*) - \nabla \cdot (|\Psi|^2 \mathbf{A}) \right\} = -\frac{1}{\hbar e^* \gamma} v \nabla^2 V \\
&\leftrightarrow \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \Psi^*) - \nabla \cdot (|\Psi|^2 \mathbf{A}) = -\frac{m^* \beta}{\hbar e^{*2} \gamma} v \nabla^2 V \\
&\leftrightarrow \sigma \nabla^2 V = \frac{i}{2} (\Psi^* \nabla^2 \Psi - \Psi \nabla^2 \Psi^*) - \nabla \cdot (|\Psi|^2 \mathbf{A}) \tag{1.40}
\end{aligned}$$

となる。ここで、 $-\frac{m^* \beta}{\hbar e^{*2} \gamma} v \rightarrow \sigma$ とする。 σ は常伝導領域の導電率である。本研究では、(1.31)式と(1.40)式について数値解析を行う。

次に、SC ナノワイヤの対破壊電流密度 J_d を考える。1次元のGL方程式は $\Psi(x) = f \exp(iqx)$ に対して $\mathbf{A} = \mathbf{0}$ として、(1.31)式より

$$\begin{aligned}
0 &= \nabla^2 \Psi + (1 - |\Psi|^2) \Psi \\
&= \frac{d^2}{dx^2} (f e^{iqx}) + (1 - f^2) f e^{iqx} \\
&= (-q^2 + 1 - f^2) f e^{iqx} \tag{1.41}
\end{aligned}$$

よって、

$$f = 1 - q^2 \tag{1.42}$$

が成り立つ。このパラメータ f と q は J_s から決定される。

$$\begin{aligned}
J_s &= |\Psi|^2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \\
&= f^2 q \\
&= q(1 - q^2) \tag{1.43}
\end{aligned}$$

ここで、 $q(1 - q^2)$ は $q = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0.577$ のとき最大値 $\frac{2}{3\sqrt{3}} \approx 0.385$ を取るため次の不等式が言える。

$$J_s \leq J_d = \frac{2}{3\sqrt{3}} \approx 0.385 \tag{1.44}$$

(1.44)式から分かるように、 J を約0.385以上印加した場合 J_d を超えた電流を流していることになる為、注意する必要がある。

1.6 近接効果

超伝導体と常伝導析出物（ピン）が接触している時、超伝導電子がピン側に染み出し、ピンが超伝導性を示す現象を近接効果という[9]。

ピン領域では、(1.31)式に代わり以下の式を解く[10, 11]。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + iV\Psi + (-i\nabla - \mathbf{A})^2\Psi + \eta\Psi = 0 \quad (1.45)$$

ここで、 $\eta = \sqrt{\xi/\xi_n}$ である。また、 ξ_n はピン領域のコヒーレンス長である。一方、ピン領域に超伝導電子が染み出さない理想的なピンを考慮した場合、(1.40)式に代わり、

$$\Psi = 0 \quad (1.46)$$

とする。

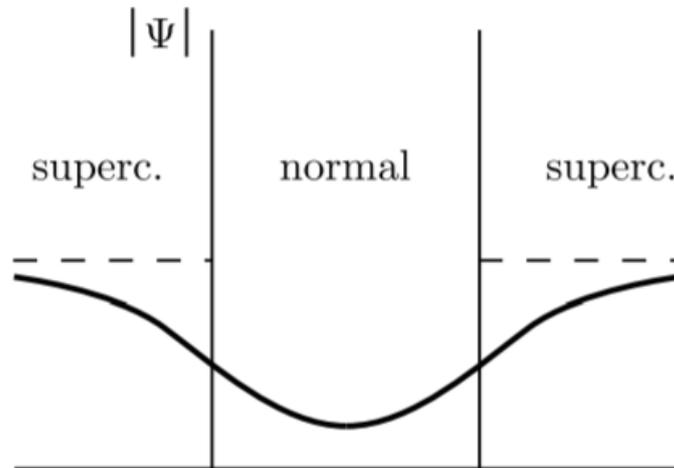


図 1.4 超伝導体と常伝導体（ピン）が接触している状態[12]

1.7 ピーク効果

通常、臨界電流密度 J_c は磁場 B が増加するにつれて単調減少する。しかし、何らかの要因により J_c がピークを持つ。この現象をピーク効果という[1]。ピーク効果をもたらす要因として、マッチング機構がある。このマッチング機構とは、磁束線格子間隔 a_f とピンの間隔 d が一致する磁場において臨界電流密度 J_c が極大となるものである。図 1.5 に示す Pb-Bi 薄膜の J_c - B 特性では、磁場 H_1 においてピークが出現している。この時、Bi 濃度の周期($2a$)と磁束線格子間隔が一致している。

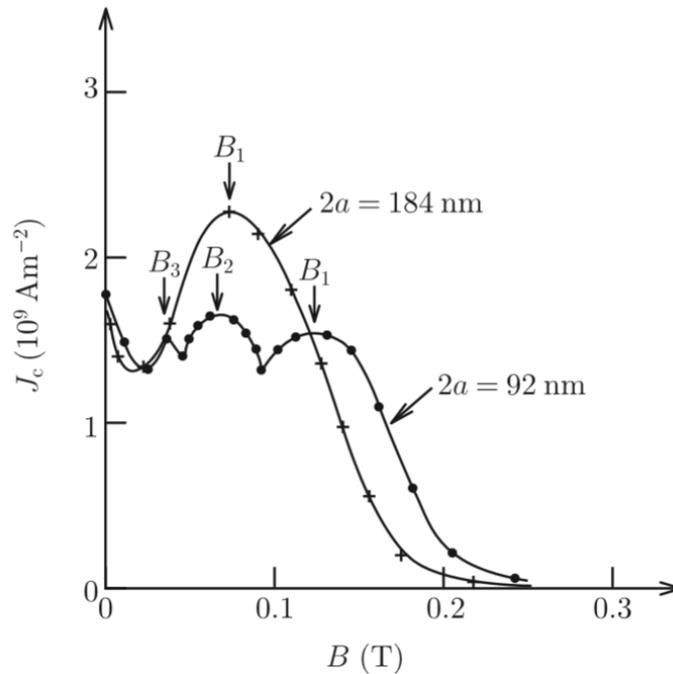


図 1.5 Bi 濃度を周期的に変えてピンを導入した Pb-Bi 薄膜の J_c - B 特性[1]

1.8 超伝導体の異方性

高温超伝導体は、結晶軸の方向により特性が異なる。この異なる特性（異方性）は、エネルギーギャップ・磁場侵入長・コヒーレンス長などがある。

本研究では、有効質量・有効導電率モデルを用いて超伝導体の異方性を再現する。

1.8.1 有効質量・有効導電率モデル

異方性を有する超伝導体内のふるまいを観測する際、電子質量および導電率が見かけ上、軸ごとに異なっていると考えることができる[13]。この見かけの質量および導電率を、有効質量と有効導電率といい、

$$m^* \rightarrow \begin{pmatrix} \gamma_x^2 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_z^2 \end{pmatrix} m^* \quad (1.47)$$

$$\sigma \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_z^2} \end{pmatrix} \sigma \quad (1.48)$$

と表すことができる。なお、 $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ はそれぞれ x, y, z 軸方向の異方性であり、各軸への異方性パラメータという。

ここで、オーダーパラメータに関する式に異方性パラメータを反映する。(1.31)式の左辺第三項は、

$$(-i\nabla - \mathbf{A})^2 \psi \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\left(-i\frac{\partial}{\partial x} - A_x\right)^2}{\gamma_x^2} \\ + \frac{\left(-i\frac{\partial}{\partial y} - A_y\right)^2}{\gamma_y^2} \\ + \frac{\left(-i\frac{\partial}{\partial z} - A_z\right)^2}{\gamma_z^2} \end{array} \right\} \psi \quad (1.49)$$

次に、スカラーポテンシャルに関する式を考える。(1.40)式は、

$$\begin{aligned} & \sigma \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_z^2} \end{pmatrix} \nabla^2 V \\ &= \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_z^2} \end{pmatrix} (\psi^* \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \psi^*) \end{aligned}$$

$$-\nabla \cdot |\Psi|^2 \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma_x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\gamma_y^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\gamma_z^2} \end{pmatrix} \mathbf{A} \quad (1.50)$$

このように異方性を導入した場合、量子化磁束の構造は図 1.6 のようになる。なお、オーダーパラメータ Ψ の位相により色分けしている。図 1.7 に示すようなパンケーキ状の磁束を再現できている。

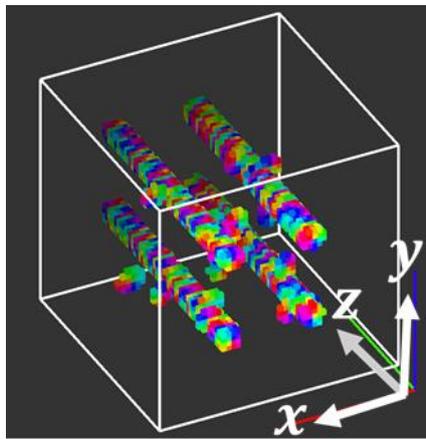


図 1.6 異方的な超伝導体の量子化磁束($\gamma_z = 512$)

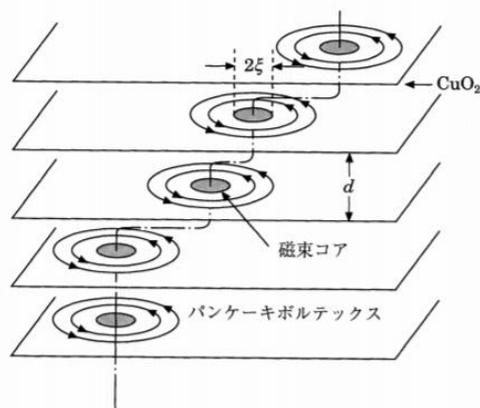


図 1.7 異方性の強い酸化物高温超伝導体における 2 次元的パンケーキボルテックス[14]

1.9 目的

超伝導体は、核磁気共鳴器(NMR)や磁気共鳴画像(MRI)、国際熱核融合実験炉(ITER)などに応用されている。応用するにあたり、更なる特性向上が求められている。よって、高特性(高 J_c)の超伝導材料開発が重要である。

超伝導体内においてピンの条件(形状, 配置など)を変えることで臨界電流密度 J_c が変化することが知られているが、理論的に確認されたケースは少ない。そこで、TDGL 方程式を数値的に解き、超伝導体内の磁束運動についてシミュレーションを行う。シミュレーションを用いて調査することで、材料開発費用や特性測定・評価にかかる時間を削減できるというメリットがある。

過去の研究では、TDGL 方程式を用いたシミュレーションの様々な報告がされている[15–21]。本研究では、TDGL 方程式を用いたシミュレーションにおいて、超伝導体内のピン条件を変更し臨界電流密度 J_c がどのように変化するか調査する。先行研究では、ピンの形状によって J_c - B 特性が変化することが報告された[22]。ただし、先行研究で扱っていた超伝導体は理想的なものを想定している。実用される超伝導体は、高温酸化物超伝導体のように異方的特性を持つが、異方性を考慮した J_c - B 特性は調査されていない。

そこで、本研究では異方性を持つ超伝導体について調査する。異方性を持つ超伝導体は、 c 軸方向に磁場を印加すると異方性により J_c が減少してしまうという問題点がある。解決方法として、ピンの挿入による J_c 向上が考えられる。ピンの形状, 配置により異方性の影響を抑える効果が変わる為、様々な形状のピンにおける J_c - B 特性について詳しく調査する。

第2章 計算手法

2.1 主要アルゴリズム

2.1.1 ガウス=ザイデル法

ガウス=ザイデル法とは、連立一次方程式を反復法で解く方法の1つである。反復法とは、繰り返し計算を行い真の解へ近づける方法で、並列計算に適している。まず、連立一次方程式を

$$Ax = b \quad (2.1)$$

とする。ここで、 A は n 次正方行列、 \mathbf{x} と \mathbf{b} は n 次元のベクトルである。

ガウス=ザイデル法は、

$$a_{ii}x_i^{k+1} = \left(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{ij}x_j^k \right) \quad (2.2)$$

と定義される[23 – 25]。

2.1.2 オイラー法

オイラー法とは、常微分方程式を解く方法の1つである。導関数の定義式

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x) = \lim_{\Delta t} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \quad (2.3)$$

が元となっている。ここで、 Δt が十分小さいと仮定し以下のように差分商で置き換える。

$$f(t, x) = \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \quad (2.4)$$

これより、ある時刻 t から Δt だけ時間が経過した変数の値 $x(t + \Delta t)$ は、

$$x(t + \Delta t) = x(t) + \Delta t \cdot f(t, x) \quad (2.5)$$

となる。刻み幅 Δt が十分小さい場合は、比較的精度の良い近似解を得ることができる。しかし、 Δt を小さくすると数多くのステップを繰り返し計算する為、丸め誤差の蓄積があることに注意する必要がある[23 – 25]。

2.1.3 二分探索法

二分探索法とは、ソート済み配列に対する探索アルゴリズムの 1 つである。ここで探索とは、多くのデータの中から目的とするデータ x を見つけることを意味する。二分探索法では、ソート済み配列の中央のデータと、目的とするデータ x の大小関係を比較し探索していく。中央のデータが x より小さい場合、 x は中央のデータより右側の配列にしか存在しないので、探索範囲をその部分に限定する。中央のデータが x より大きい場合、 x は中央のデータより左側の配列にしか存在しないので、探索範囲をその部分に限定する。目的とするデータと等しいデータを見つけるまで、繰り返し探索を行う [26]。

2.2 計算条件

2.2.1 電流密度 J と外部磁束密度 B の条件

SC ナノワイヤに与える電流密度 J と磁束密度 B は図 2.1 に示すように、

$$J = J_y i_y \quad (2.6)$$

$$B = B_z i_z \quad (2.7)$$

と定義する。

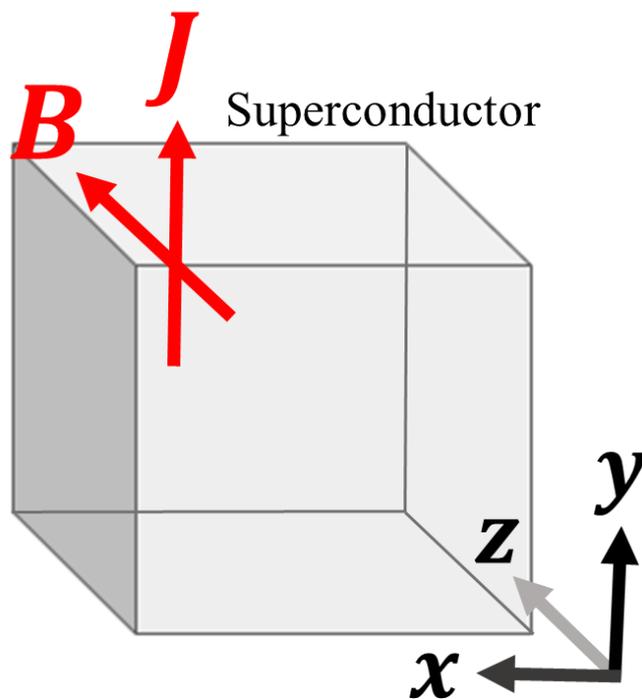


図 2.1 電流密度 J と磁束密度 B の定義

2.2.2 オーダーパラメータ Ψ とスカラーポテンシャル V の初期条件

オーダーパラメータ Ψ とスカラーポテンシャル V の初期条件は、

$$\Psi(t = 0) = \cos\theta + i \cdot \sin\theta \quad (2.8)$$

$$V(t = 0) = -\frac{J_y \cdot y}{\sigma} \quad (2.9)$$

と定義する。なお、 θ はオーダーパラメータ Ψ の位相である。初期値は $0 \leq \theta < 2\pi$ の範囲で乱数によって決定される。

2.2.3 境界条件

本研究では、真空中に囲まれた超伝導体を取り扱う。超伝導体から真空へ電流が流入及び流出しないという境界条件を与える。

ここで、超伝導電流密度 J_s の x 成分を考慮し、 x 方向の単位面ベクトル \mathbf{n}_x との内積を0と置くことでこの条件を求める。(1.12)式より、

$$J_s = \frac{i}{2}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - |\Psi|^2 \mathbf{A} \quad (2.10)$$

となる。また、 $\Psi = \Psi_R + i\Psi_I$ 、 $\Psi^* = \Psi_R - i\Psi_I$ として x 成分において展開する。

$$\begin{aligned} & \left. \left\{ \frac{i}{2}(\Psi^* \nabla \Psi - \Psi \nabla \Psi^*) - |\Psi|^2 \mathbf{A} \right\} \right|_x \\ &= \frac{i}{2} \left\{ \begin{array}{l} +(\Psi_R - i\Psi_I) \frac{\partial}{\partial x} (\Psi_R + i\Psi_I) \\ -(\Psi_R + i\Psi_I) \frac{\partial}{\partial x} (\Psi_R - i\Psi_I) \end{array} \right\} - (\Psi_R^2 + \Psi_I^2) \cdot A_x \\ &= \frac{i}{2} \begin{pmatrix} +\Psi_R \frac{\partial}{\partial x} \Psi_R + i\Psi_R \frac{\partial}{\partial x} \Psi_I \\ -i\Psi_I \frac{\partial}{\partial x} \Psi_R + \Psi_I \frac{\partial}{\partial x} \Psi_I \\ -\Psi_R \frac{\partial}{\partial x} \Psi_R + i\Psi_R \frac{\partial}{\partial x} \Psi_I \\ -i\Psi_I \frac{\partial}{\partial x} \Psi_R - \Psi_I \frac{\partial}{\partial x} \Psi_I \end{pmatrix} - \Psi_R^2 A_x - \Psi_I^2 A_x \\ &= \Psi_I \frac{\partial}{\partial x} \Psi_R - \Psi_R \frac{\partial}{\partial x} \Psi_I - \Psi_R^2 A_x - \Psi_I^2 A_x \end{aligned}$$

$$= \Psi_1 \left(\frac{\partial}{\partial x} \Psi_R - \Psi_1 A_x \right) - \Psi_R \left(\frac{\partial}{\partial x} \Psi_1 + \Psi_R A_x \right) \quad (2.11)$$

(2.11)式が0になる為には、

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi_R - \Psi_1 A_x = 0 \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi_1 + \Psi_R A_x = 0 \quad (2.13)$$

という条件を満たせば良い。この2式をまとめると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \Psi + i A_x \Psi = 0 \quad (2.14)$$

超伝導体と真空の全ての境界は、(2.14)式を元に同様の手順で求めることができる。

$$\nabla \Psi + i \mathbf{A} \Psi = 0 \quad (2.15)$$

続いて、スカラーポテンシャル V の境界条件を定義する。 y 方向の境界面において、

$$\nabla V = -\frac{\mathbf{J}}{\sigma} \quad (2.16)$$

とする。

2.3 シミュレーションモデル A $(x, y, z) = (10, 10, 10)$

図 2.2 にシミュレーションモデルを示す。一辺の長さはコヒーレンス長 ξ で規格化している。結晶構造上の a, b, c 軸をシミュレーション上の x, y, z 軸とし、図のように定義する。

メッシュ数は、空間離散幅 $h = 0.2$ と定義しているので、

$$\begin{aligned} \left(\frac{10}{0.2}\right)^3 &= 50^3 \\ &= 125000 \end{aligned} \tag{2.17}$$

である。

この超伝導体内に様々な形状のピンを導入し計算を行う。ピンのモデルについては 2.3.1 節以降で詳しく紹介する。

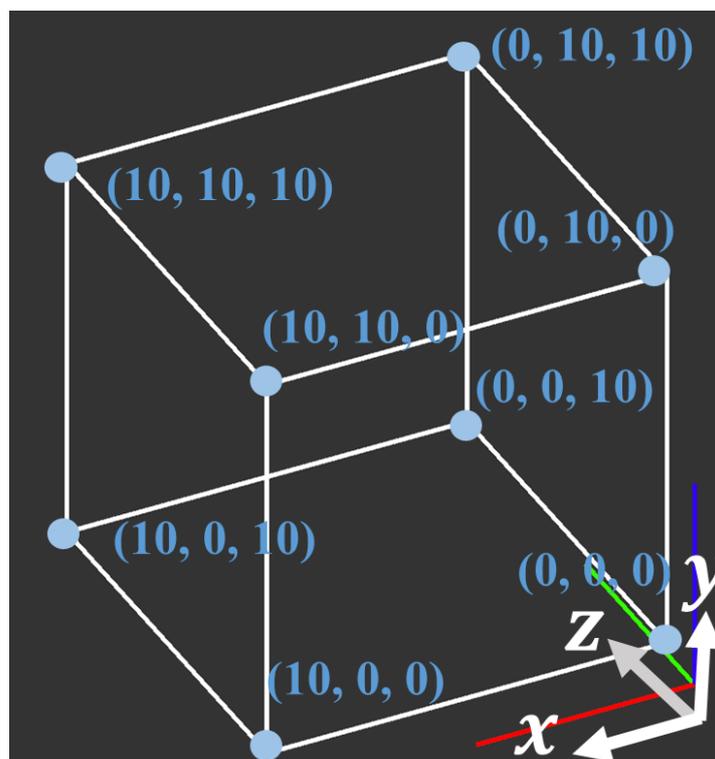


図 2.2 シミュレーションモデル A

2.3.1 球状ピン 8 個

図 2.3 に球状ピンを示す。表 2.1 に球状ピン 8 個の詳細条件を示す。

表 2.1 球状ピン 8 個の詳細条件(モデル A)

	ピン位置(x, y, z)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 1	(3, 3, 3)	0.5	4
ピン 2	(3, 3, 7)		
ピン 3	(3, 7, 3)		
ピン 4	(3, 7, 7)		
ピン 5	(7, 3, 3)		
ピン 6	(7, 3, 7)		
ピン 7	(7, 7, 3)		
ピン 8	(7, 7, 7)		

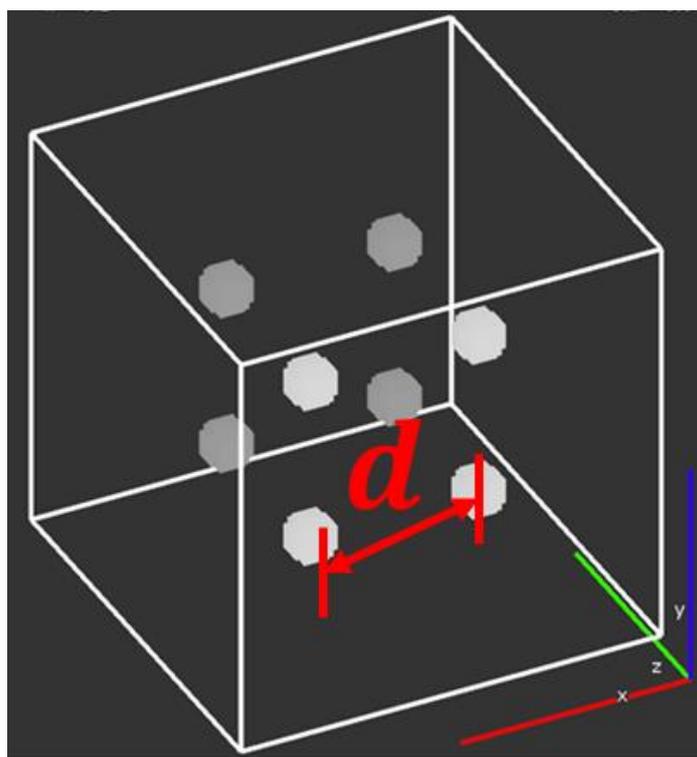


図 2.3 球状ピン 8 個

2.3.2 z軸柱状ピン 4本

図 2.4 に柱状ピンを示す。表 2.2 にz軸柱状ピン 4本の詳細条件を示す。

表 2.2 z軸柱状ピン 4本の詳細条件(モデル A)

	ピン位置(x, y)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 1	(3, 3)	0.5	4
ピン 2	(3, 7)		
ピン 3	(7, 3)		
ピン 4	(7, 7)		

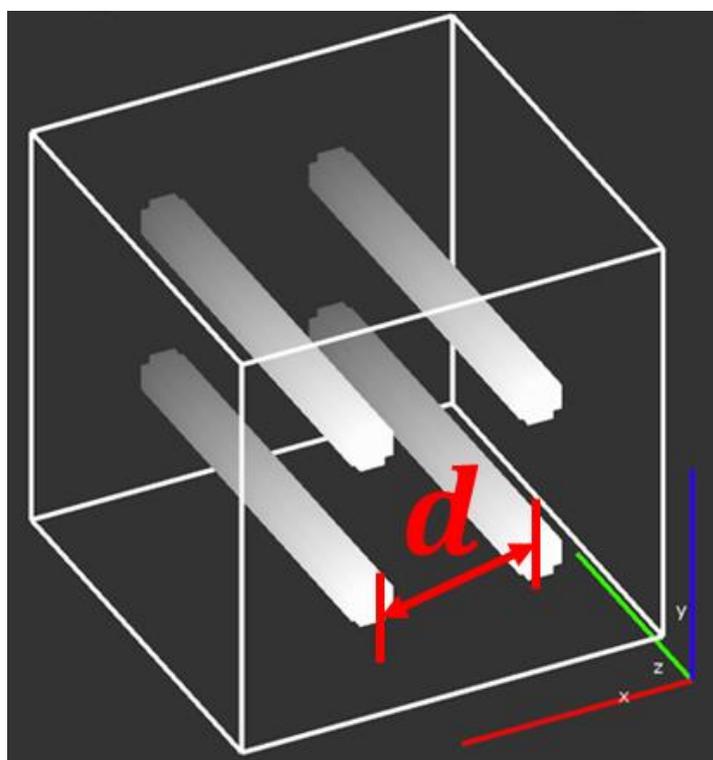


図 2.4 柱状ピン 4本

2.3.3 xy面状ピン 1枚

図 2.5 にxy面状ピンを示す。表 2.3 にxy面状ピン 1枚の詳細条件を示す。

表 2.3 xy 面状ピン 1 枚の詳細条件(モデル A)

	ピン位置(z)	ピンの厚さ
ピン 1	(5.5)	0.6

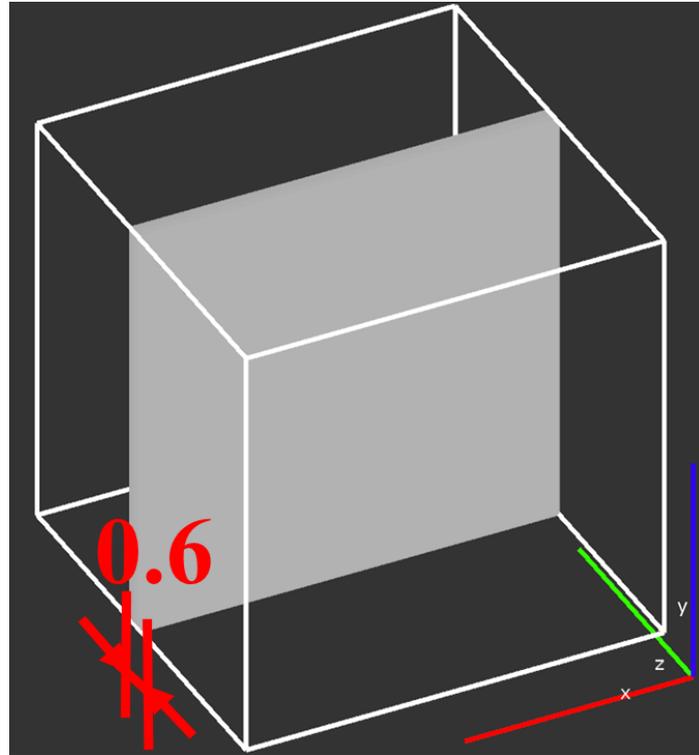


図 2.5 xy 面状ピン 1 枚

2.3.4 yz 面状ピン 1 枚

図 2.6 に yz 面状ピンを示す。表 2.4 に yz 面状 1 枚の詳細条件を示す。

表 2.4 yz 面状 1 枚の詳細条件(モデル A)

	ピン位置(x)	ピンの厚さ
ピン 1	(5.5)	0.6

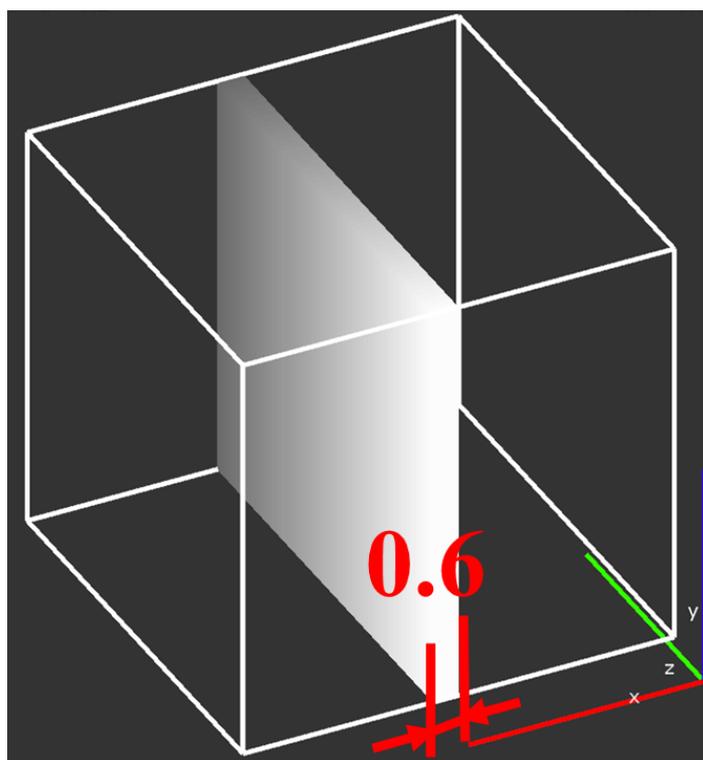


図 2.6 yz面状ピン 1 枚

2.4 シミュレーションモデル B $(x, y, z) = (20, 10, 10)$

2.3 節で紹介したモデル A は、超伝導体の大きさが $(x, y, z) = (10, 10, 10)$ であった。しかし、後で分かるように空間が小さいことが原因で、超伝導-真空境界面による影響を大きく受けていた。そこで、超伝導体の大きさを量子化磁束の運動方向(x軸方向)に拡大したモデルを紹介する。

一辺の長さはコヒーレンス長 ξ で規格化している。結晶構造上の a, b, c 軸をシミュレーション上の x, y, z 軸とし、図のように定義する。

メッシュ数は、空間離散幅 $h = 0.2$ と定義しているので、

$$\left(\frac{20}{0.2}\right) \times \left(\frac{10}{0.2}\right) \times \left(\frac{10}{0.2}\right) = 250000 \quad (2.18)$$

である。

この超伝導体内に様々な形状のピンを導入し計算を行う。ピンのモデルについては 2.4.1 節以降で詳しく紹介する。

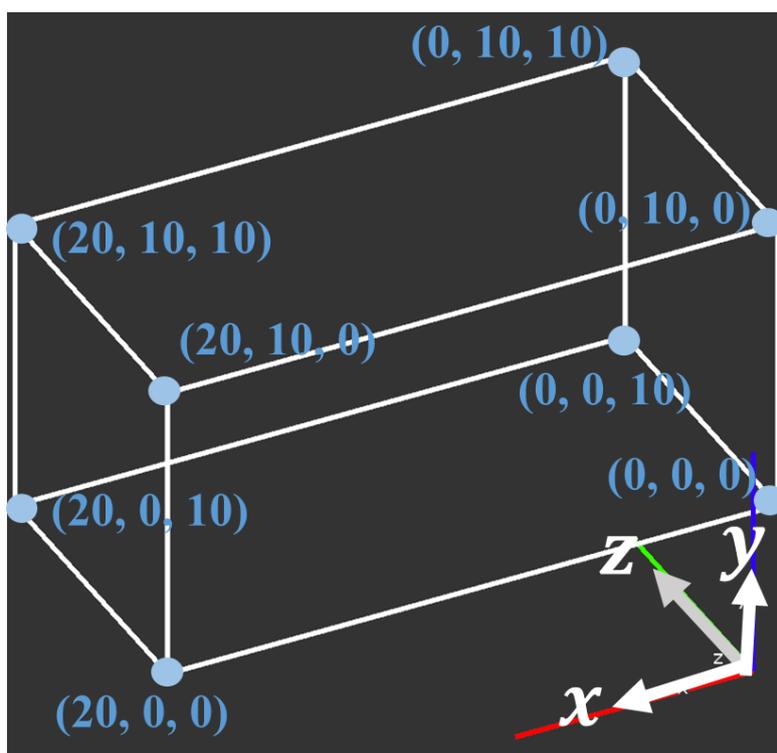


図 2.7 x 軸方向に拡大したシミュレーションモデル B

2.4.1 球状ピン 16 個

図 2.8 に球状ピンを示す。表 2.5 に球状ピン 16 個の詳細条件を示す。

表 2.5 球状ピン 16 個の詳細条件(モデル B)

	ピン位置(x, y, z)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 1	(4, 3, 3)	0.5	4
ピン 2	(4, 3, 7)		
ピン 3	(4, 7, 3)		
ピン 4	(4, 7, 7)		
ピン 5	(8, 3, 3)		
ピン 6	(8, 3, 7)		
ピン 7	(8, 7, 3)		
ピン 8	(8, 7, 7)		
ピン 9	(12, 3, 3)		
ピン 10	(12, 3, 7)		

	ピン位置(x, y, z)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 11	(12, 7, 3)	0.5	4
ピン 12	(12, 7, 7)		
ピン 13	(16, 3, 3)		
ピン 14	(16, 3, 7)		
ピン 15	(16, 7, 3)		
ピン 16	(16, 7, 7)		

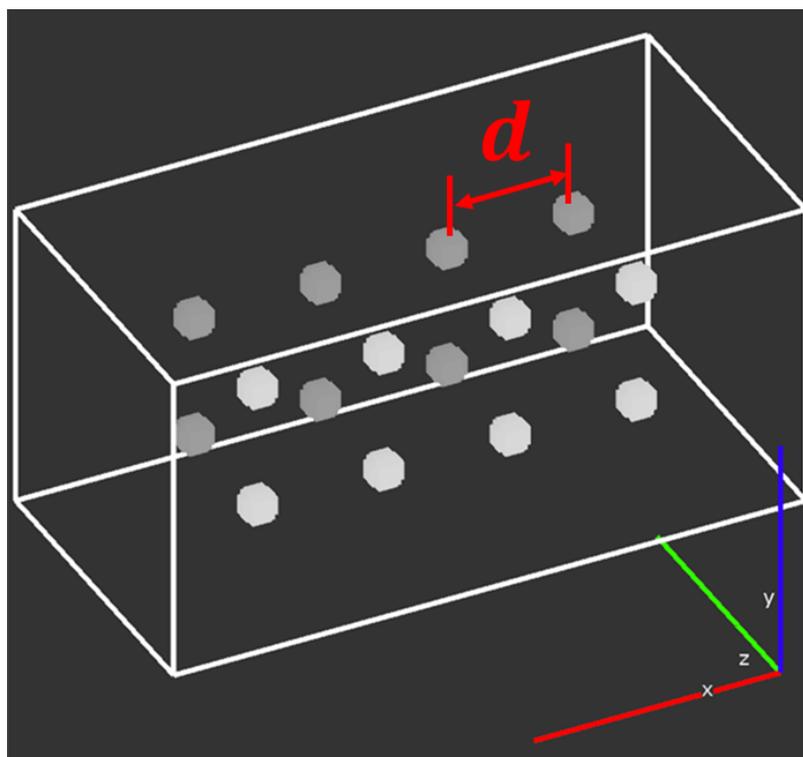


図 2.8 球状ピン 16 個

2.4.2 z軸柱状ピン 8本

図 2.9 にz軸柱状ピンを示す。表 2.6 にz軸柱状ピン 8本の詳細条件を示す。

表 2.6 z軸柱状ピン 8本の詳細条件(モデル B)

	ピン位置(x, y)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 1	(4, 3)	0.5	4
ピン 2	(4, 7)		
ピン 3	(8, 3)		
ピン 4	(8, 7)		
ピン 5	(12, 3)		
ピン 6	(12, 7)		
ピン 7	(16, 3)		
ピン 8	(16, 7)		

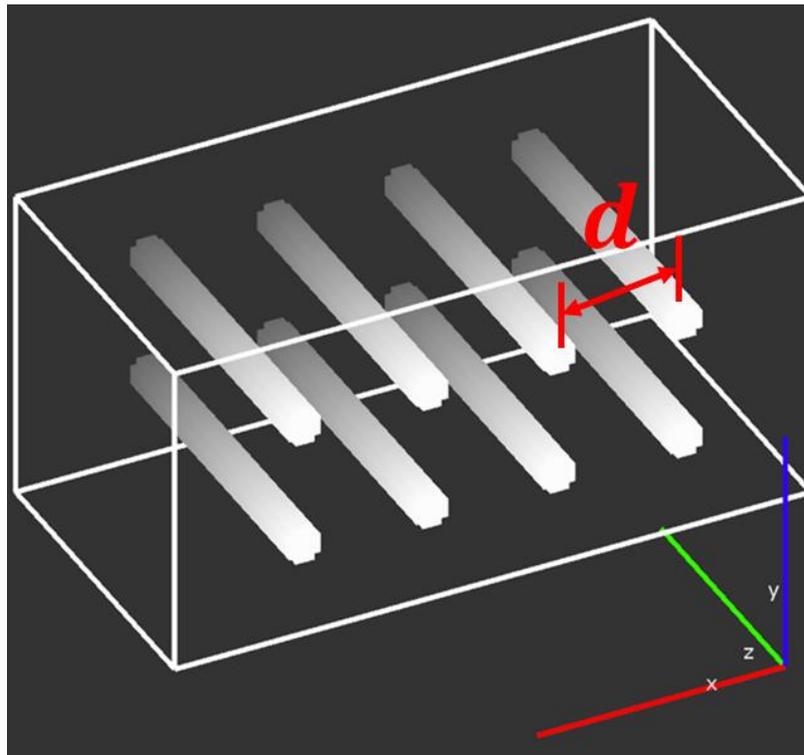


図 2.9 z軸柱状ピン 8本

2.4.3 y軸柱状ピン 8本

図 2.10 にy軸柱状ピンを示す。表 2.7 にy軸柱状ピン 8本の詳細条件を示す。

表 2.7 y軸柱状ピン 8本の詳細条件(モデル B)

	ピン位置(x, z)	ピン半径 r	ピン距離 d
ピン 1	(4, 3)	0.5	4
ピン 2	(4, 7)		
ピン 3	(8, 3)		
ピン 4	(8, 7)		
ピン 5	(12, 3)		
ピン 6	(12, 7)		
ピン 7	(16, 3)		
ピン 8	(16, 7)		

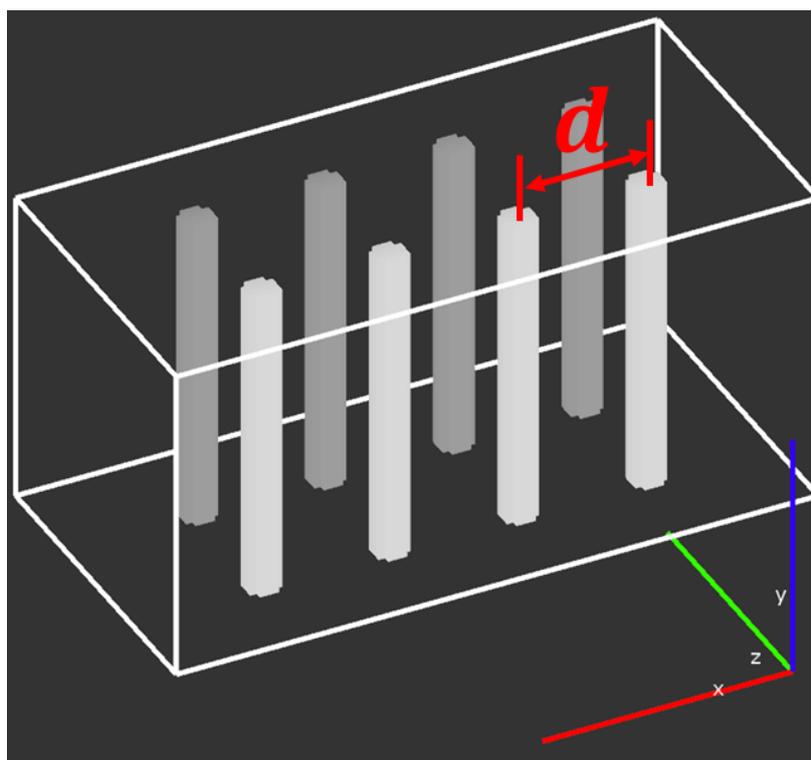


図 2.10 y軸柱状ピン 8本

2.4.4 xy 面状ピン 1 枚

図 2.11 に xy 面状ピンを示す。表 2.8 に xy 面状ピン 1 枚の詳細条件を示す。

	ピン位置(z)	ピンの厚さ
ピン 1	(5.5)	0.6

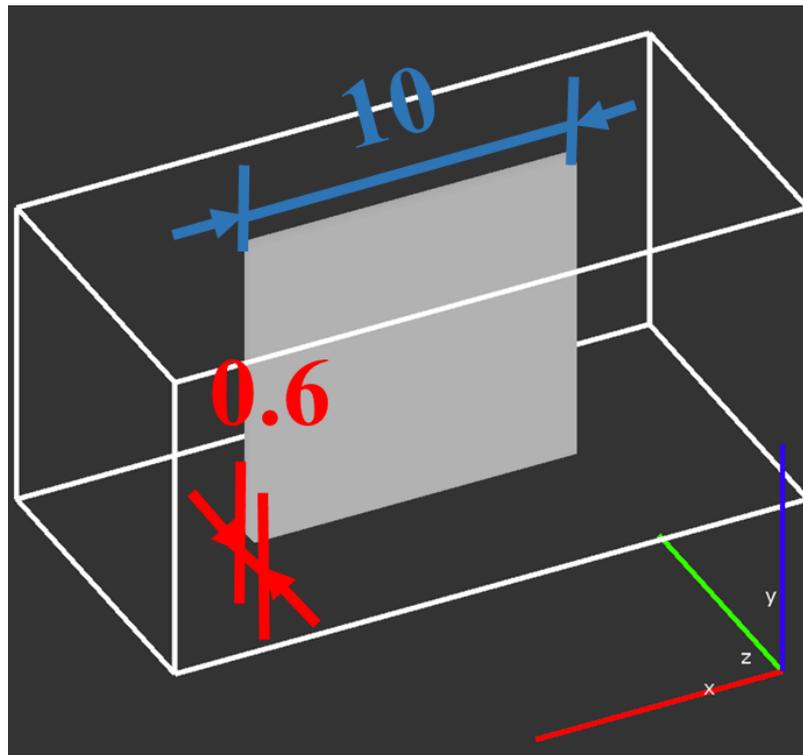


図 2.11 xy 面状ピン 1 枚

2.4.5 yz 面状ピン 1 枚

図 2.12 に yz 面状ピン 1 枚の場合を示す。表 2.9 に yz 面状ピン 1 枚の詳細条件を示す。

	ピン位置(x)	ピンの厚さ
ピン 1	(10.5)	0.6

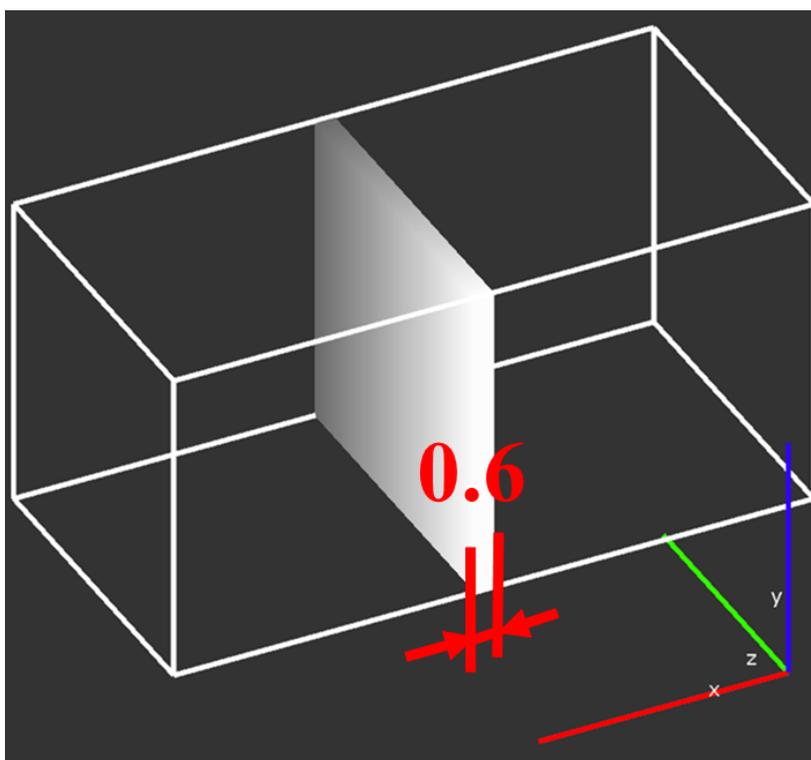


図 2.12 yz面状ピン 1 枚

2.4.6 yz面状ピン 2 枚

図 2.13 にyz面状ピン 2 枚の場合を示す。表 2.10 にyz面状ピン 2 枚の詳細条件を示す。

表 2.10 yz面状ピン 2 枚の詳細条件(モデル B)

	ピン位置(x)	ピンの厚さ
ピン 1	(6.0)	0.6
ピン 2	(14.0)	

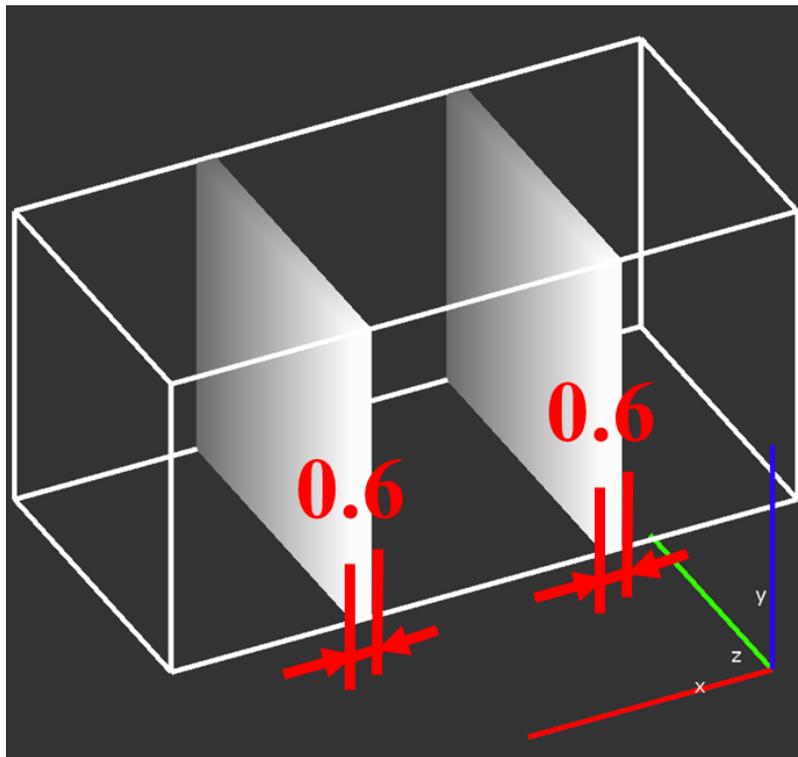


図 2.13 yz 面状ピン 2 枚

第3章 計算結果及び考察

3.1 J_c - B 特性 シミュレーションモデル A (x, y, z) = (10, 10, 10)

3.1.1 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)

図 3.1 に、様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)を示す。

ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン・球状ピン・ z 軸柱状ピンである。

低磁場領域: $B = 0-0.1$ では、球状ピンが最も高い J_c 、 z 軸柱状ピンが最も低い J_c であった。低磁場領域ではピンの面積が小さい方がよい特性となるといえる。

$B = 0.4$ では、柱状ピンが最も高い J_c となっている。このことから、低磁場領域ではピンの面積によって J_c が左右されていたが、その他の領域ではあまり関係ないことが分かる。

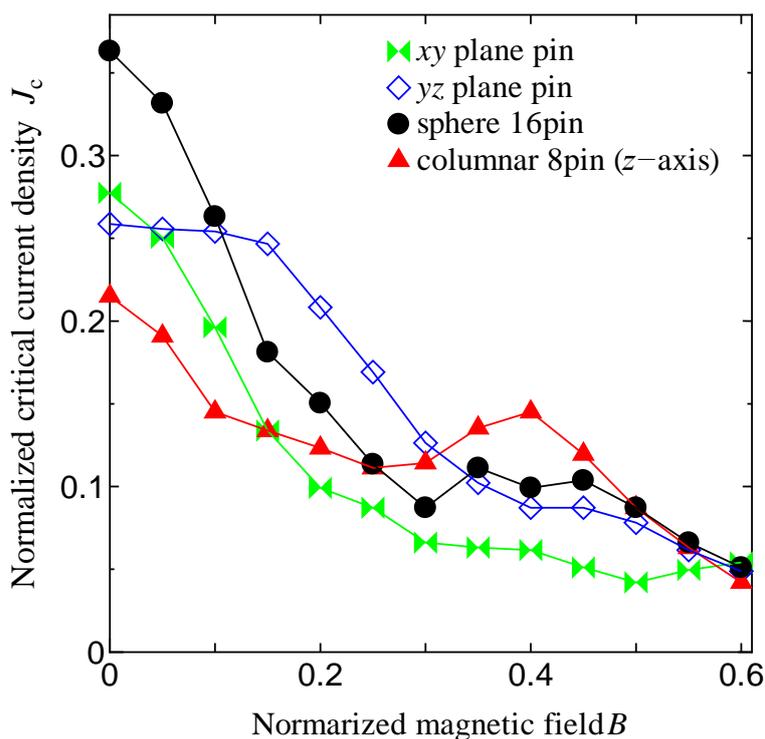


図 3.1 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)

3.1.2 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)

図 3.2 に、様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン・球状ピン・ z 軸柱状ピンである。

低磁場領域: $B = 0 - 0.1$ では、 xy 面状ピンが最も高い J_c 、 z 軸柱状ピンが最も低い J_c であった。 xy 面状ピンの結果を見ると、約 $J_c = 0.385$ となっていて不自然である。これは、異方性パラメータ γ_z を大きくすると x 軸方向に磁束が繋がり、 $x = 0, 10$ (境界面)でピン止めされてしまったことが原因である。この境界面でのピン止めを解決するには、①ピンの幅を狭める、②超伝導空間を拡大する、という方法が考えられる。①ピンの幅を狭めるでは、ピンの端をそれぞれ 1ξ ずつ狭めたが、 J_c はあまり変わらなかった。そこで、②超伝導空間を拡大した結果を 3.3 項で詳しく説明する。

また、 $\gamma_z = 1$ の場合(図 3.1)と比較すると、 z 軸柱状ピン・ yz 面状ピンは γ_z を大きくしても J_c があまり変わらなかった。球状ピンは低磁場において J_c が顕著に減少している。このことから、球状ピンは γ_z の影響を受けやすく、 z 軸柱状ピン・ yz 面状ピンは γ_z の影響を打ち消す作用があることが分かる。

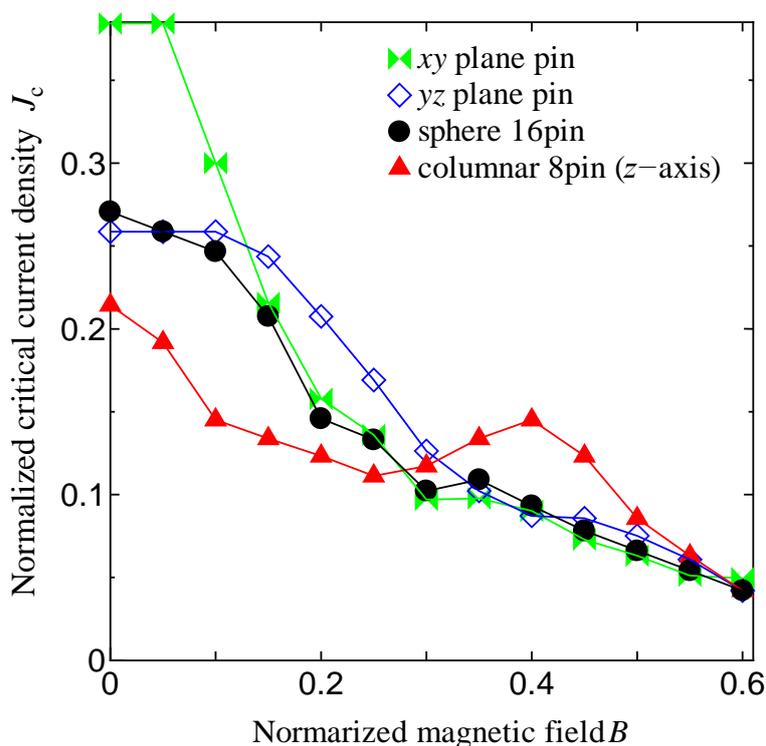


図 3.2 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)

3.1.3 球状ピン 8 個における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.3 に、球状ピン 8 個における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は 1, 8, 64, 512 である。低磁場では、異方性パラメータの違いによって、 J_c が大きく変わっていた。しかし、磁場が高くなるにつれて J_c に大きな差は現れなくなった。よって、低磁場では異方性の影響を受けやすいことが分かる。

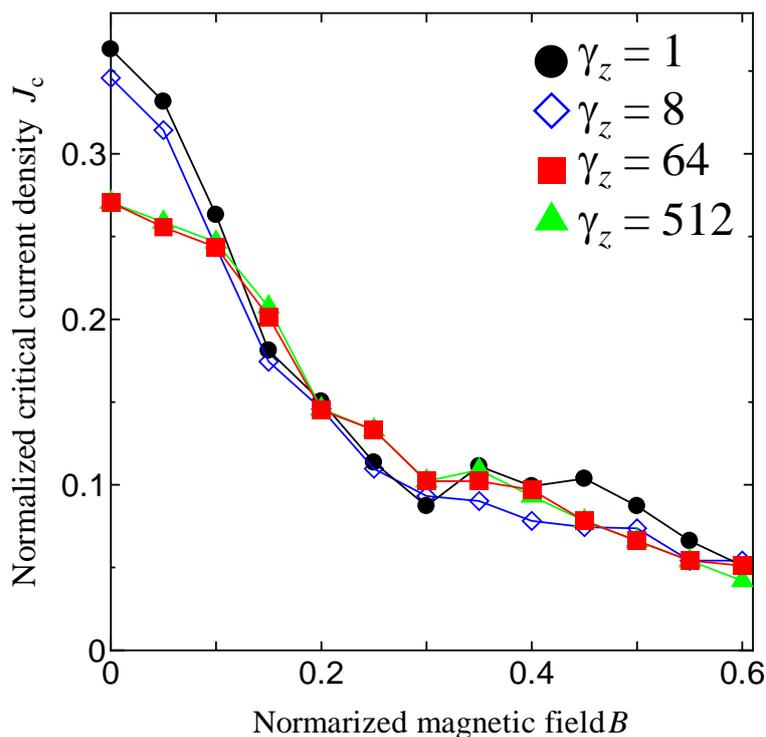


図 3.3 球状ピン 8 個における γ_z 別 J_c - B 特性

3.1.4 z軸柱状ピン 4 本における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.4 に、z軸柱状ピン 4 本における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は 1, 8, 64, 512 である。

J_c は、 B が大きくなるにつれて減少していくが、 $B = 0.4$ でピークが出現している。これはピンの間隔 d と磁束線格子間隔 a_f が一致した為である。磁束線格子間隔 a_f は、

$$a_f = \left(\frac{2\phi_0}{\sqrt{3}B} \right)^{\frac{1}{2}} \propto \frac{1}{\sqrt{B}} \quad (3.1)$$

を用いて計算すると $B = 0.4$ では $a_f \cong 3.9$ となり、ピン間隔 $d = 4.0$ とおおよそ一

致していることが分かる。

また、異方性パラメータ γ_z による J_c の差はなかった。このことから、 z 軸方向にピンを入れることで異方性の影響を打ち消すことが分かる。このようなピンを c 軸相関ピンといい、 $B \parallel c$ においてピンニング特性を向上させる[26]。なお本研究では、 z 軸が c 軸に対応している。

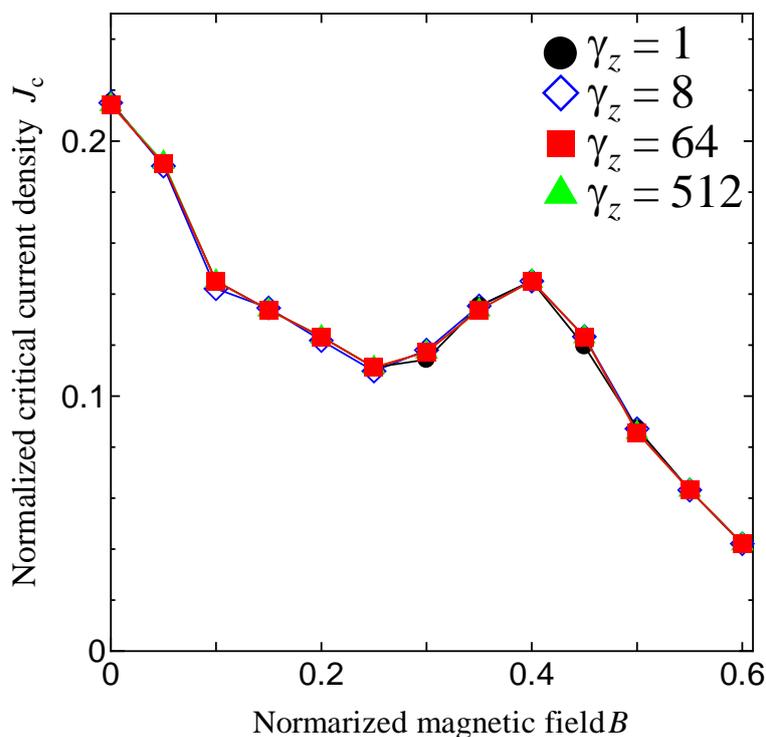


図 3.4 z 軸柱状ピン 4 本における γ_z 別 J_c - B 特性

3.1.5 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.5 に、 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は 1, 8, 64, 512 である。 J_c は、異方性パラメータ γ_z が大きくなるにつれて増加している。この不自然なふるまいは、3.1.2 項でも説明したが、異方性パラメータ γ_z を大きくすると x 軸方向に磁束が繋がりに、 $x = 0, 10$ (境界面)でピン止めされてしまったことが原因である。この問題を解決する為に、3.3 項で超伝導空間を拡大し調査している。

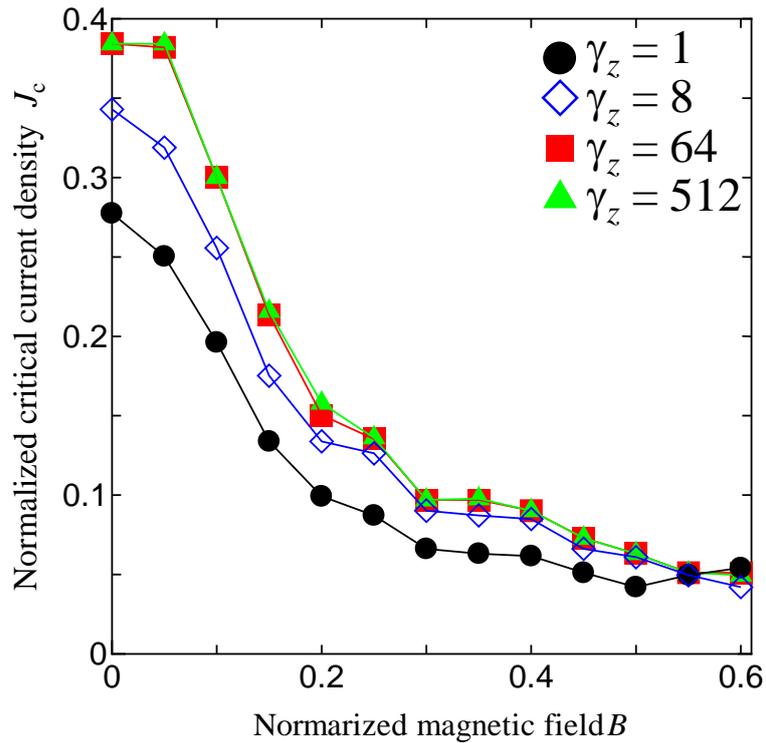


図 3.5 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

3.1.6 yz 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.6 に、 yz 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は 1, 8, 64, 512 である。

J_c は $B = 0.15 - 0.40$ で急激に減少している。また、 z 軸柱状ピンと同様に異方性パラメータ γ_z による J_c の差はなかった。このことから、 z 軸方向にピンを入れることで異方性の影響を打ち消すことが分かる。

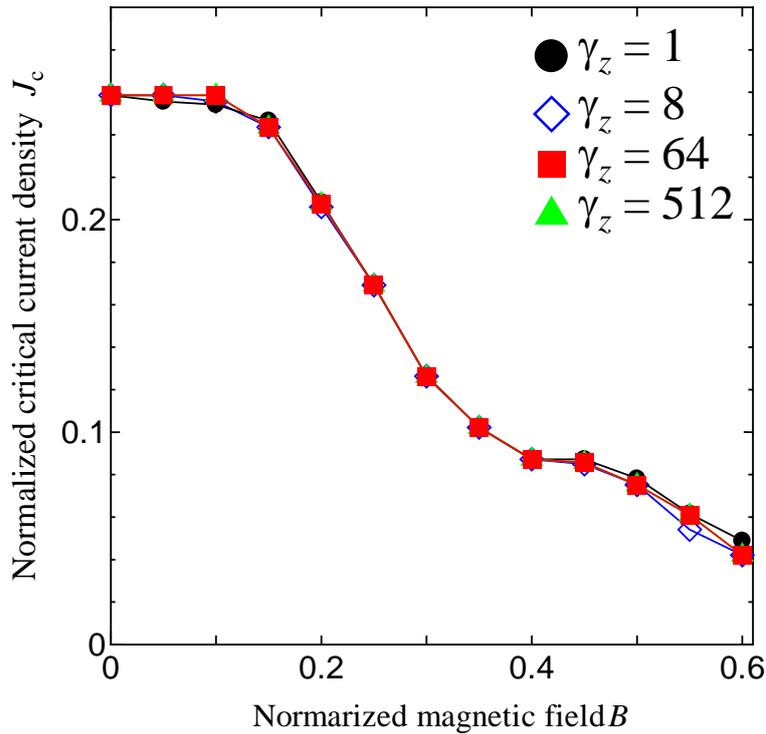


図 3.6 yz 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

3.2 J_c - γ_z 特性 シミュレーションモデル A (x, y, z) = (10, 10, 10)

3.1 節では J_c - B 特性を調査したが、これでは γ_z 依存性が分かりづらい。その為、ここでは様々な形状のピンにおいて、一定磁場で J_c - γ_z 特性がどのように変化するかを比較する。

3.2.1 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)

図 3.7 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン・球状ピン・ z 軸柱状ピンである。 γ_z は、1, 2, 4, ..., 512 で計算を行った。

球状ピンの J_c は、 $\gamma_z = 4 - 16$ で減少した。 z 軸柱状ピンと yz 面状ピンの J_c は一定であった。 xy 面状ピンの J_c は γ_z が大きくなるにつれて増加しているが、境界面でピン止めが生じている為、無視すべき結果である。

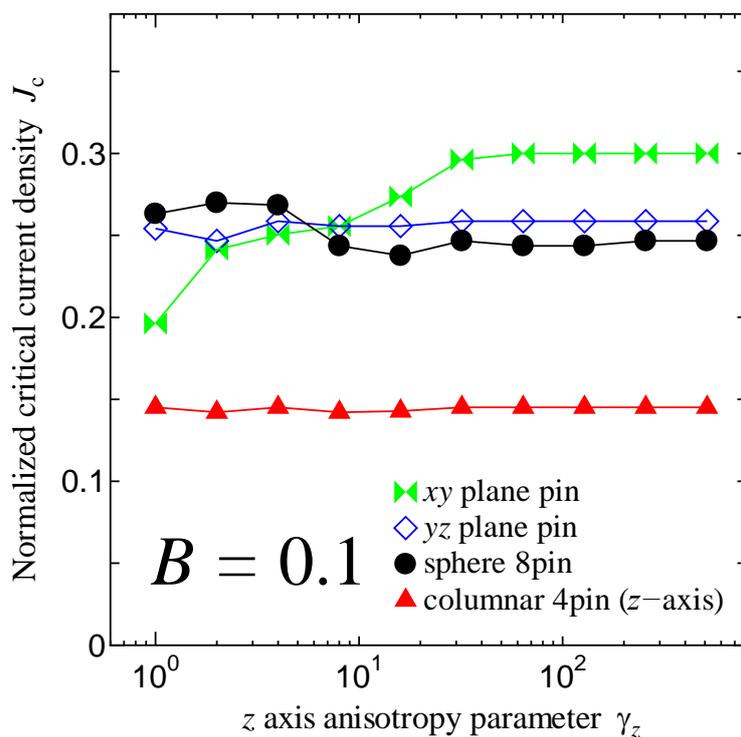


図 3.7 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)

3.2.2 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)

図 3.8 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン・球状ピン・ z 軸柱状ピンである。 γ_z は、1, 2, 4, ..., 512 で計算を行った。

球状ピンの J_c は、 $\gamma_z = 4 - 16$ で少し減少しているが、全体的に見ると $J_c = 0.1$ 付近で値が前後しておりほぼ一定とみることができる。 z 軸柱状ピンと yz 面状ピンの J_c はほぼ一定であった。 xy 面状ピンの J_c は $\gamma_z = 1 - 16$ で増加し、その後一定となっている。

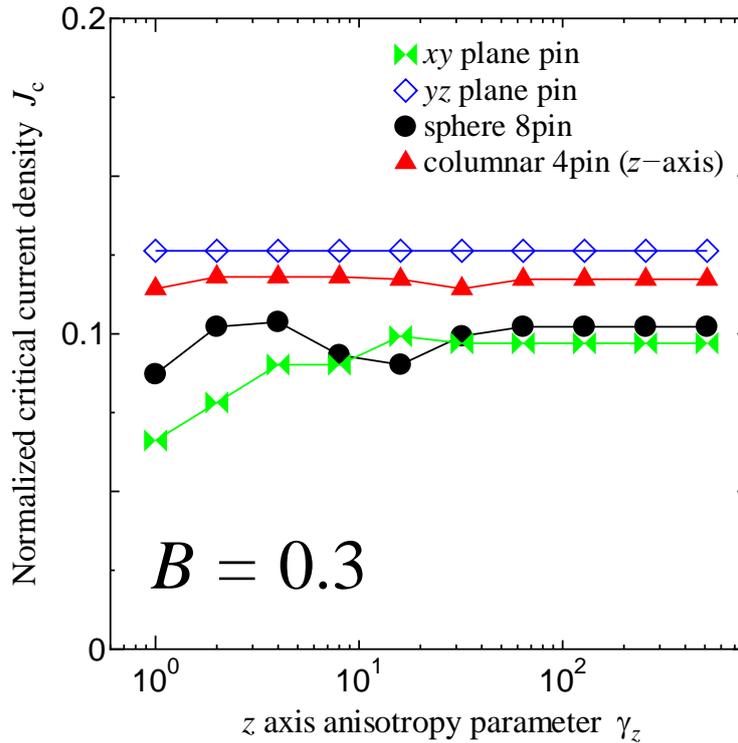


図 3.8 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)

3.2.3 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)

図 3.9 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン・球状ピン・ z 軸柱状ピンである。 γ_z は、1, 2, 4, ..., 512 で計算を行った。

球状ピンの J_c は $\gamma_z = 1 - 16$ で減少し、その後一定となっている。 z 軸柱状ピンと yz 面状ピンの J_c はほぼ一定であった。 xy 面状ピンの J_c は $\gamma_z = 1 - 16$ で増加し、その後一定となっている。

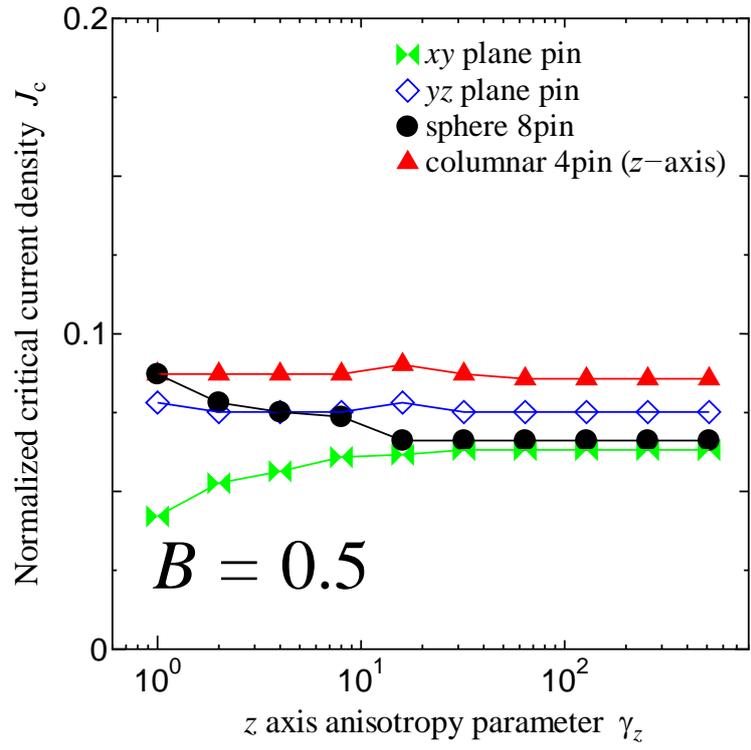


図 3.9 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)

3.3 J_c - B 特性 シミュレーションモデル B $(x, y, z) = (20, 10, 10)$

3.2 節までは、超伝導立方体($10\xi \times 10\xi \times 10\xi$)で調査をした。しかし、空間が小さいことが原因で、超伝導-真空境界面による影響を大きく受けていた。そこで、超伝導体の大きさを量子化磁束の運動方向(x 軸方向)に拡大し調査する。

3.3 節では、超伝導体の大きさを($20\xi \times 10\xi \times 10\xi$)とする。

3.3.1 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)

図 3.10 に、様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 1$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン 1 枚・ yz 面状ピン 2 枚・球状ピン・ z 軸柱状ピン・ y 軸柱状ピンである。

$B = 0.1$ の時、 J_c の大小関係は z 軸柱状 $<y$ 軸柱状 $<球<xy$ 面, yz 面 2 枚 $<yz$ 面 1 枚となっている。低磁場： $B = 0.1$ では、ピンの面積が少ない方が高特性である。しかし、ピンの面積が同じ z 軸柱状ピンと y 軸柱状ピンでは J_c が大きく異なる。これは、低磁場において出現する磁束線が少ないことが原因である。磁束線の出現位置はランダムで、 x 軸方向に運動する。その為、磁束線の出現本数が少ない低磁場においては、図 3.11(b)に示す y 軸柱状ピンであれば磁束線と必ず鎖交し、 z 軸柱状ピンより高 J_c となる。一方、 z 軸柱状ピンは磁束線がすり抜ける確率が高くピン留めされにくい。

$B = 0.2-0.3$ では yz 面状ピン 2 枚の J_c が最も高い。 $B = 0.4$ では z 軸柱状ピンの J_c が最も高い。これはピーク効果によるものである。

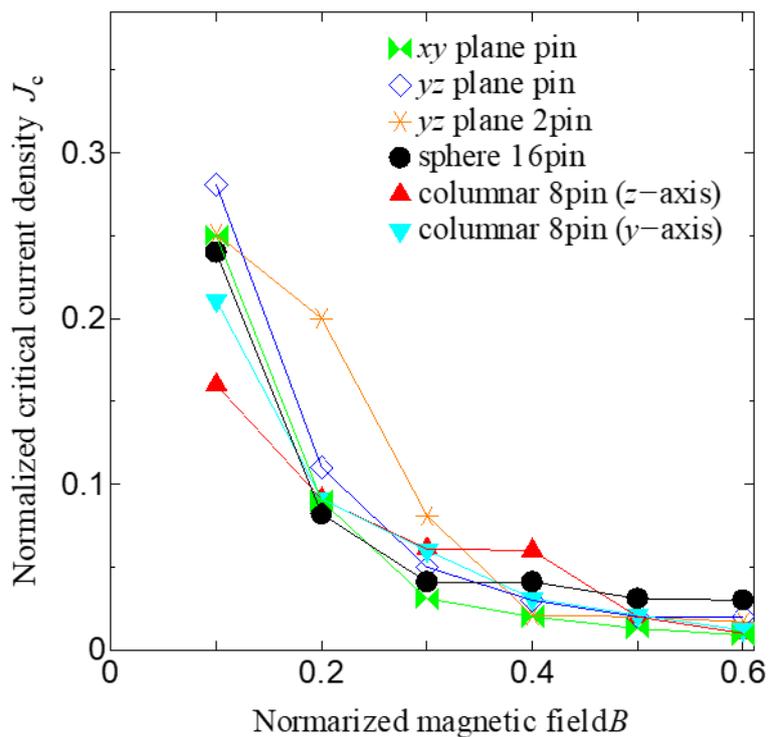


図 3.10 様々なピンの形状における J_c - B 特性 ($\gamma_z = 1$)

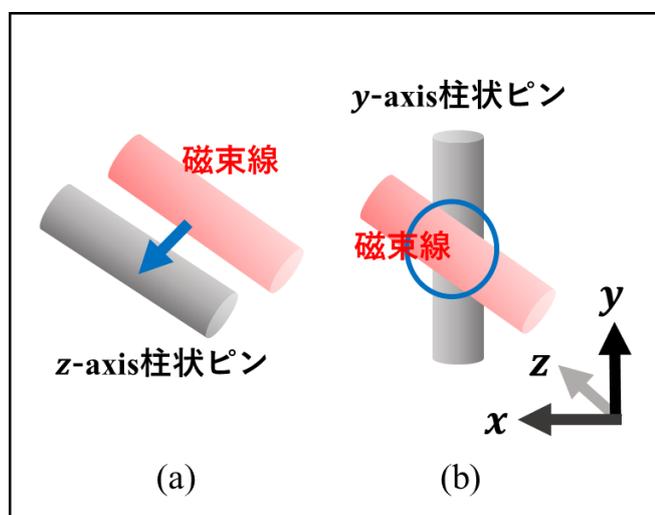


図 3.11 磁束線とピンの様子

(a) z 軸柱状ピン, (b) y 軸柱状ピン

磁束線は x 軸方向に運動する。低磁場では磁束線の出現本数が少ない。(a) の場合ピンと鎖交せずすり抜ける確率が高い。(b) の場合ピンと必ず鎖交する。

3.3.2 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)

図 3.12 に、様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン 1 枚・ yz 面状ピン 2 枚・球状ピン・ z 軸柱状ピン・ y 軸柱状ピンである。

$B = 0.1$ の時、 J_c の大小関係は z 軸柱 $<$ yz 面 2 枚 $<$ xy 面, 球, y 軸柱 $<$ yz 面 1 枚となっている。 $\gamma_z = 1$ の時と比較して、 y 軸柱状ピンの J_c が大きく向上している。これは、3.3.5 項でも述べるが、磁束が x 軸方向に繋がったためである。

$B = 0.2-0.3$ では yz 面状ピン 2 枚の J_c が最も高い。 $B = 0.4$ では z 軸柱状ピンの J_c が最も高い。この傾向は $\gamma_z = 1$ の時と同じである。よって、 z 軸方向にピンを入れることで異方性の影響を打ち消すことが分かる。

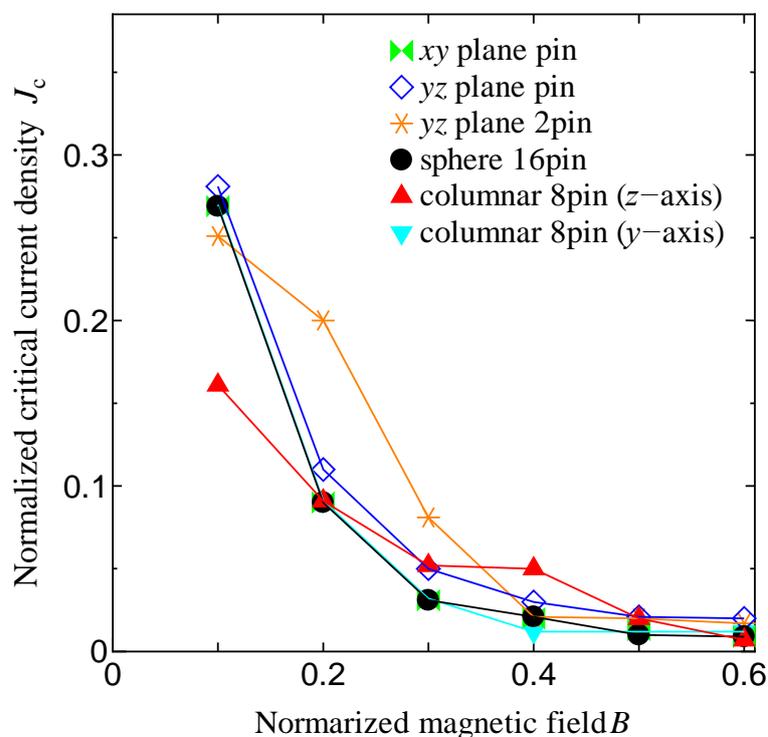


図 3.12 様々なピンの形状における J_c - B 特性($\gamma_z = 512$)

3.3.3 球状ピン 16 個における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.13 に、球状ピン 16 個における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は1, 8, 64, 512である。3.1.3 節では球状ピン 8 個で計算を行ったが、モデル B では空間を広げたため同じ本数ではピン密度が一致しないので、16 個に増やし計算を行った。

J_c は、 B が増加するにつれて減少している。 J_c の大小関係は、 $\gamma_z = 1 > \gamma_z = 512$ となるのが自然であるが、低磁場領域： $B = 0.1$ においては大小関係が逆転している。これは、図 3.13 挿入図に示すように、磁束が x 軸方向に繋がったためである。

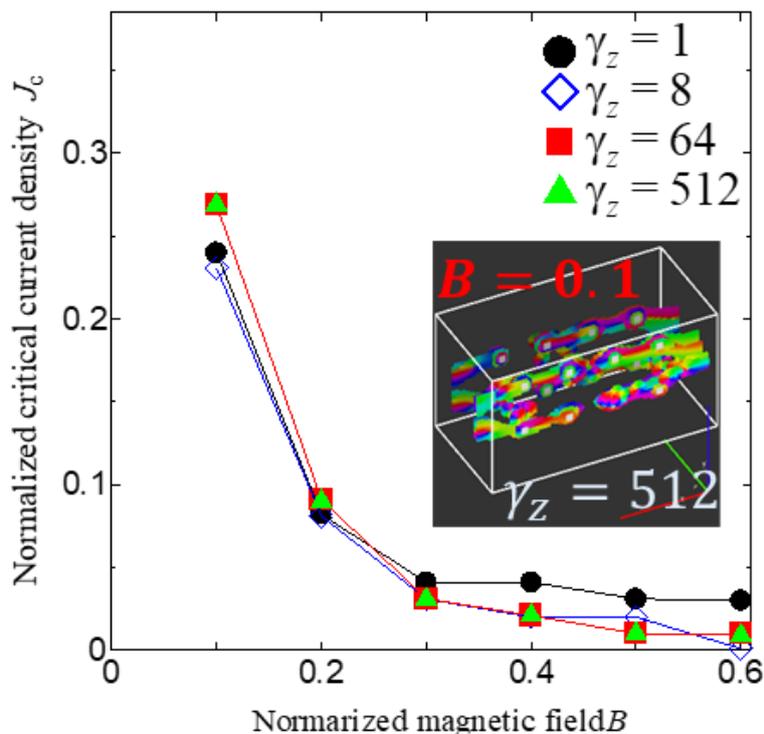


図 3.13 球状ピン 8 個における γ_z 別 J_c - B 特性
 挿入図は $B = 0.1$ 、 $\gamma_z = 512$
 x 軸方向に磁束が繋がっていることが分かる

3.3.4 z軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.14 に、 z 軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は1, 8, 64, 512である。3.1.4 節では柱状ピン 4 本で計算を行ったが、モデル B では空間を広げたため同じ本数ではピン密度が一致しないので、8 本に増やし計算を行った。

J_c は、 B が増加するにつれて減少している。 γ_z による差はあまり見られなかった。

また、 $B = 0.4$ においてピークが出現している。これはピンの間隔 d と磁束線格

子間隔 a_f が一致した為である。

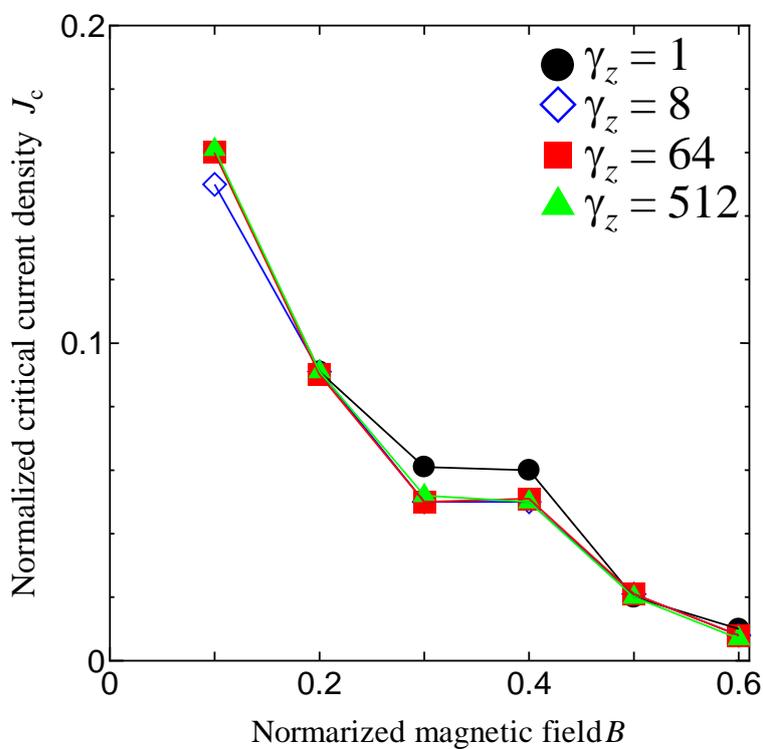


図 3.14 z軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性

3.3.5 y軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.15 に、y軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は1, 8, 64, 512である。

3.1 項では、z軸柱状ピンとyz面状ピンは異方性の影響を受けないことが分かった。この 2 つのピンにおいて共通する点は、磁場と平行にピンを挿入していることである。そこで、磁場と垂直であるy軸方向にピンを挿入しどのような特性を持つか調査した。

J_c は、 B が増加するにつれて減少している。3.3.3 項で示した球状ピンと同様に、低磁場領域： $B = 0.1$ においては $\gamma_z = 1$ の時より $\gamma_z = 512$ の J_c が高い。これは、図 3.14 挿入図に示すように、磁束がx軸方向に繋がったためである。

このように、3.3.4 項で示したz軸柱状ピンとは異なる特性を持ち、挿入する方向によってピンニング特性が変化することが分かる。

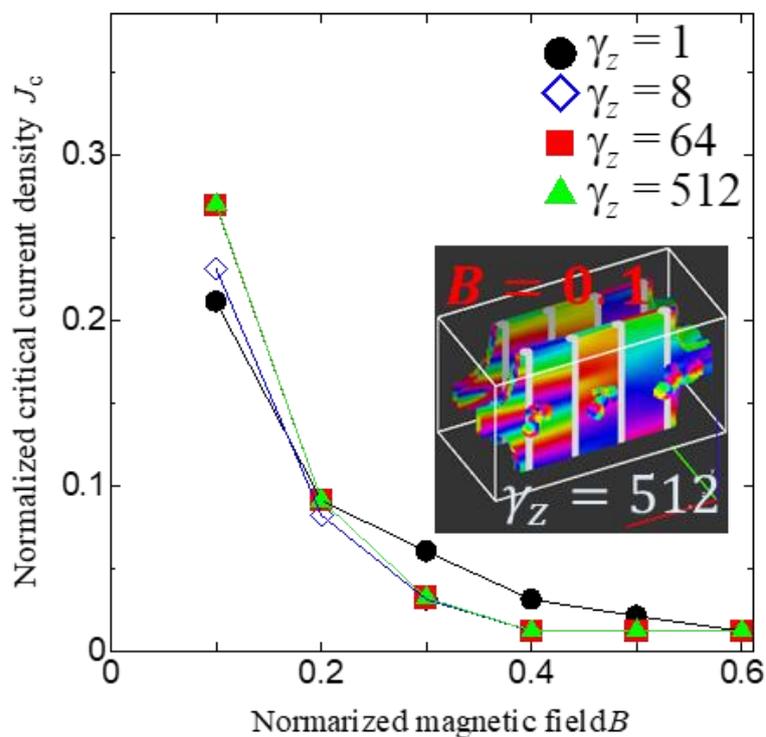


図 3.15 y 軸柱状ピン 8 本における γ_z 別 J_c - B 特性
 挿入図は $B = 0.1$ 、 $\gamma_z = 512$
 x 軸方向に磁束が繋がっていることが分かる

3.3.6 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.16 に、 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は 1, 8, 64, 512 である。

低磁場領域： $B = 0.1$ においては、異方性パラメータ γ_z によって J_c が変化している。これは、磁束が僅かに x 軸方向に繋がったためである。

また、その他の領域では J_c にあまり差が出なかった。

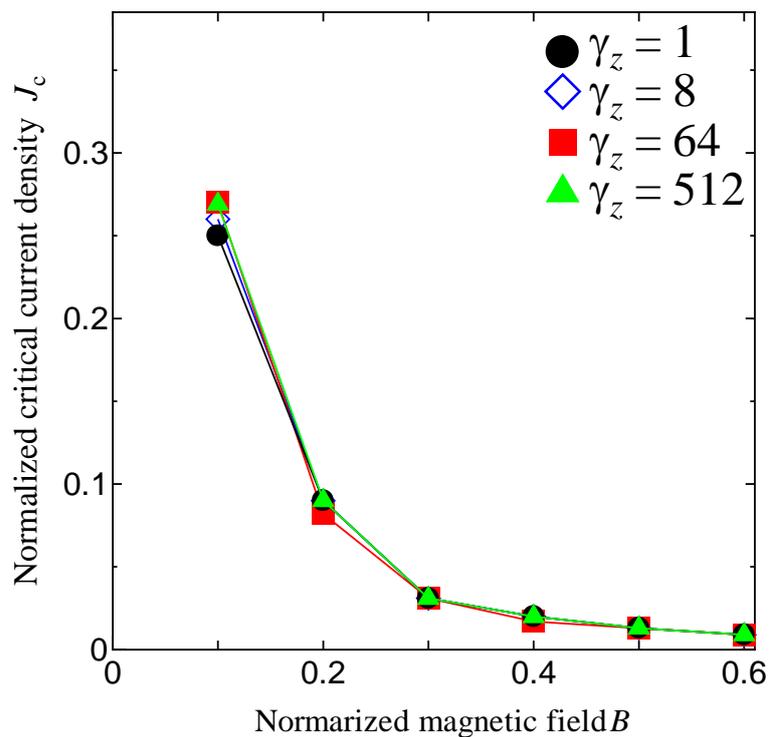


図 3.16 xy 面状ピンにおける γ_z 別 J_c - B 特性

3.3.7 yz 面状ピン 1 枚における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.17 に、 yz 面状ピン 1 枚における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は1, 8, 64, 512である。

どの異方性パラメータ γ_z においても、 J_c に変化はなかった。磁場と平行にピンを挿入することで、異方性による J_c の減少が抑えられたことが分かる。

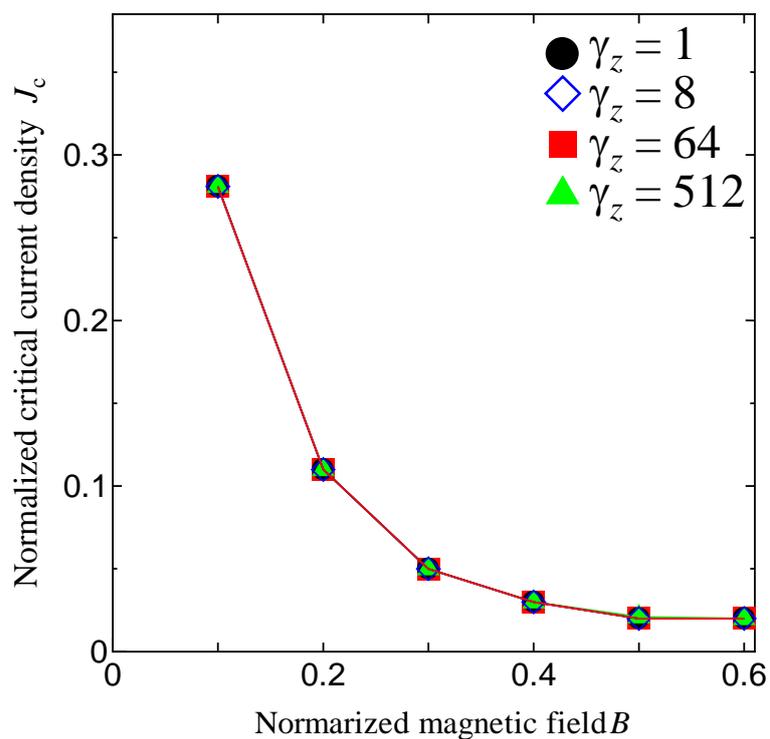


図 3.17 yz 面状ピン 1 枚における γ_z 別 J_c - B 特性

3.3.8 yz 面状ピン 2 枚における γ_z 別 J_c - B 特性

図 3.18 に、 yz 面状ピン 2 枚における γ_z 別 J_c - B 特性を示す。異方性パラメータ γ_z は1, 8, 64, 512である。

どの異方性パラメータ γ_z においても、 J_c に変化はなかった。磁場と平行にピンを挿入することで、異方性による J_c の減少が抑えられたことが分かる。

低磁場 $B = 0.1$ においては、 yz 面状ピン 1 枚の J_c に負けているが、中磁場では高特性となっている。

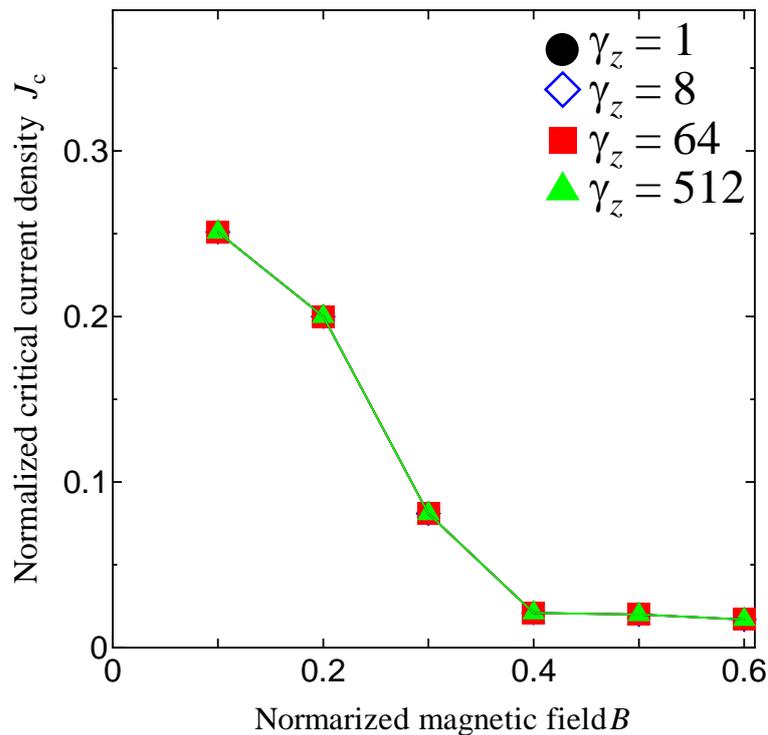


図 3.18 yz 面状ピン 2 枚における γ_z 別 J_c - B 特性

3.4 J_c - γ_z 特性 シミュレーションモデル B (x, y, z) = (20, 10, 10)

3.4.1 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)

図 3.19 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン 1 枚・ yz 面状ピン 2 枚・球状ピン 18 個・ z 軸柱状ピン 8 本・ y 軸柱状ピン 8 本である。 z 軸異方性 $\gamma_z = 1, 8, 64, 512$ において計算を行った。

xy 面状ピンの場合、 γ_z を大きくするにつれて J_c がわずかに増加していたが、ほぼ一定と見ることができる。

yz 面状ピンの場合、 γ_z を大きくしても J_c は一定であった。また、 yz 面ピン 1 枚では J_c が最も高い結果となった。 yz 面状ピンを 2 枚に増やすと 1 枚の時と比べて J_c は下がった。これは、超伝導電流が流れる断面積が小さくなることが原因だと考えられる。

球状ピンの場合、 γ_z を大きくすると J_c が増加していた。これは、図 3.12 挿入図に示すように磁束が x 軸方向に繋がったことで J_c が増加したと考えられる。

z 軸柱状ピンの場合、 γ_z を大きくしても J_c はほぼ一定であった。

y 軸柱状ピンの場合、 γ_z を大きくすると J_c が増加していた。これは、図 3.14 挿入図に示すように磁束が x 軸方向に繋がったことで J_c が増加したと考えられる。

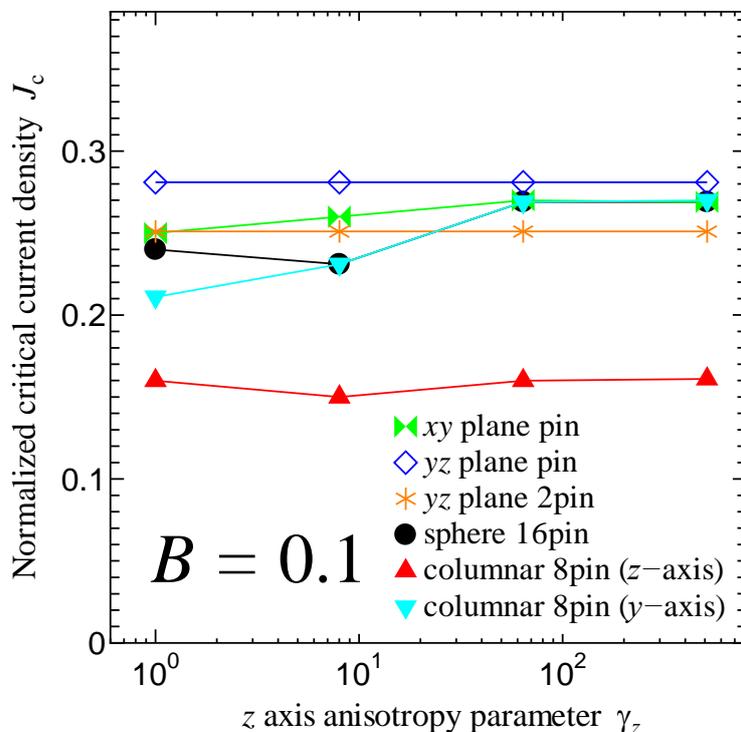


図 3.19 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.1$)

3.4.2 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)

図 3.20 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン 1 枚・ yz 面状ピン 2 枚・球状ピン 18 個・ z 軸柱状ピン 8 本・ y 軸柱状ピン 8 本である。 z 軸異方性 $\gamma_z = 1, 8, 64, 512$ において計算を行った。

xy 面状ピン、 yz 面状ピン 1 枚、 yz 面状ピン 2 枚は異方性パラメータ γ_z によって J_c に差は現れなかった。

球状ピン、 y 軸柱状ピンは異方性パラメータが大きくなると J_c が減少した。よってこのピンでは、異方性による J_c の減少を抑えることができないと分かる。

z 軸柱状ピンは、3.4.1 項の低磁場： $B = 0.1$ においては J_c が減少することはなかったが、 $B = 0.3$ では異方性パラメータが大きくなると J_c が減少した。

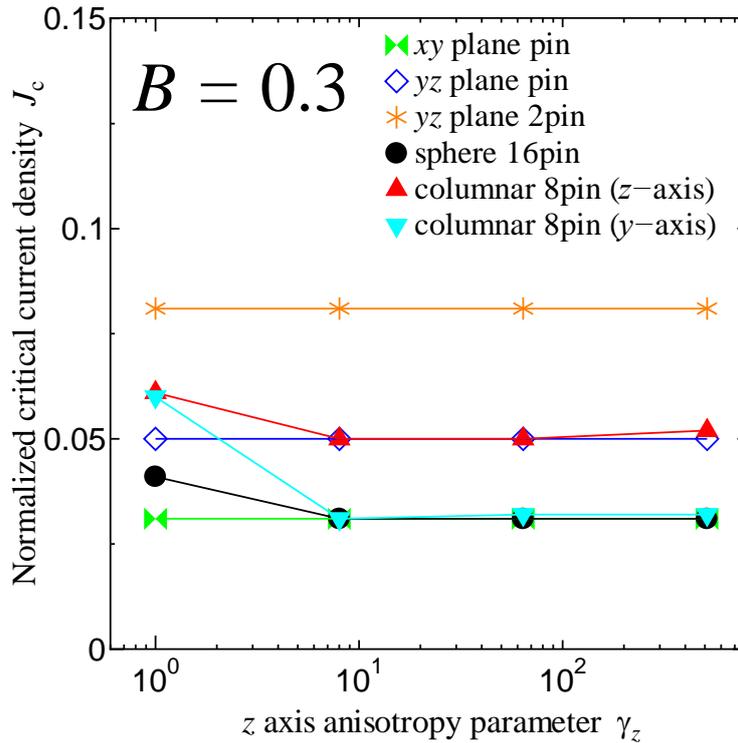


図 3.20 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.3$)

3.4.3 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)

図 3.21 に、様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性($B = 0.5$)を示す。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン 1 枚・ yz 面状ピン 2 枚・球状ピン 18 個・ z 軸柱状ピン 8 本・ y 軸柱状ピン 8 本である。 z 軸異方性 $\gamma_z = 1, 8, 64, 512$ において計算を行った。

xy 面状ピン、 yz 面状ピン 1 枚、 yz 面状ピン 2 枚、 z 軸柱状ピンは異方性パラメータ γ_z によって J_c に差は現れなかった。 xy 面状ピン以外は、磁場と平行にピンを挿入している点が共通している。よって、磁場と平行にピンを挿入することで、異方性による J_c の減少が抑えられたことが分かる。

球状ピン、 y 軸柱状ピンは異方性パラメータが大きくなると J_c が減少した。よってこのピンでは、異方性による J_c の減少を抑えることができないと分かる。

以上の結果をまとめると、①異方性パラメータ γ_z が大きい場合においても、ピンを工夫することで J_c の減少を抑えることができる。具体的には、磁場と平行にピンを挿入するとよい。②中磁場： $B = 0.3$ 、高磁場： $B = 0.5$ においては予想した結果となっていた。しかし、低磁場： $B = 0.1$ では予想と異なる結果となっていた。これは、磁束が x 軸方向に繋がった為、 J_c が増加したと考えられる。

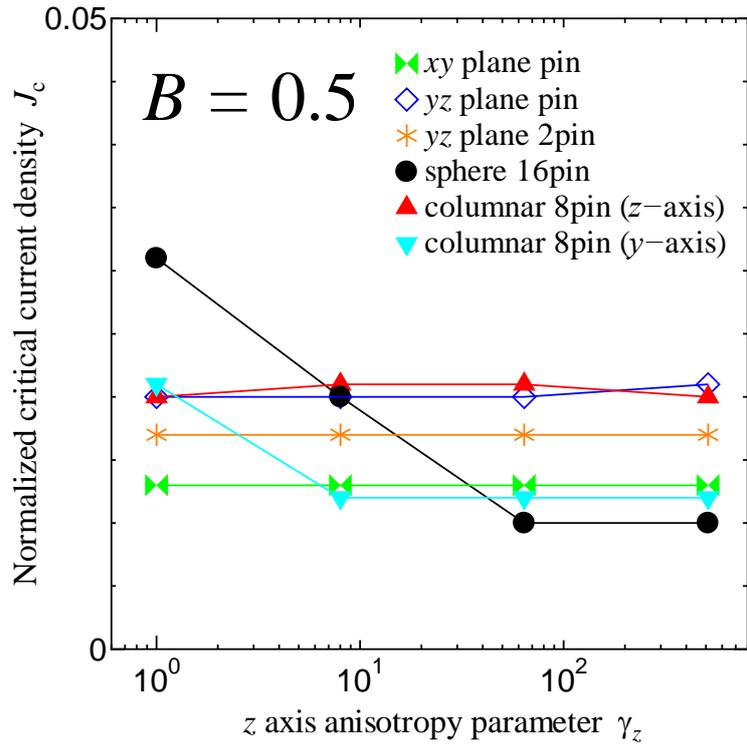


図 3.21 様々なピンの形状における J_c - γ_z 特性 ($B = 0.5$)

第4章 総括

本研究では、Time-Dependent Ginzburg-Landau (TDGL)方程式による異方性を考慮した超伝導体内の磁束運動について調査をした。異方性を持つ超伝導体（高温酸化物超伝導体）は、 c 軸方向に磁場を印加すると異方性により臨界電流密度 J_c が減少するという問題点があった。解決方法として、ピンの挿入による J_c 向上が考えられる。そこで、様々な形状ピンにおける J_c - B 特性を明らかにする。

異方性は、有効質量・有効導電率モデルを用いて再現した。 z 軸方向(結晶構造上の c 軸)の異方性パラメータを γ_z として、 $\gamma_z = 1, 8, 64, 512$ と変更し計算を行った。超伝導体モデルはA(10, 10, 10)とB(20, 10, 10)の2つ用意した。これは、モデルA(10, 10, 10)の場合空間が小さいことが原因で、超伝導-真空境界面による影響を大きく受けていた。そこで、超伝導体の大きさを量子化磁束の運動方向(x 軸方向)に拡大したモデルB(20, 10, 10)を導入した。また、様々な形状のピンを挿入し計算を行った。ピンの形状は、 xy 面状ピン・ yz 面状ピン1枚・ yz 面状ピン2枚・球状ピン18個・ z 軸柱状ピン8本・ y 軸柱状ピン8本を用意した。その中でも、 yz 面状ピンと z 軸柱状ピンは異方性による J_c の低下を抑える効果があった。この2つのピンに共通することは、磁場と平行にピンを挿入している点である。よって、磁場と平行にピンを挿入することで異方性の影響を受けなくなるといえる。このように、異方性が強い場合でもピンを工夫することで J_c の減少を抑えることが可能となる。

y 軸柱状ピンと球状ピンは低磁場 $B = 0.1$ において J_c のふるまいが予想とは異なる結果だった。これは、磁束が x 軸方向に繋がったことが原因であった。

z 軸柱状ピンは、 $B = 0.4$ で J_c のピークが出現している。これはピンの間隔 d と磁束線格子間隔 a_f が一致した為である。磁束線格子間隔 a_f は、 $B = 0.4$ において $a_f \approx 3.9$ となりピン間隔 $d = 4.0$ とおおよそ一致していることが分かる。

このように、異方性を持つ超伝導体の様々な形状ピンにおけるピン留め効果を明らかにした。

また、モデルA(10, 10, 10)の場合空間が小さいことが原因で、超伝導-真空境界面による影響を大きく受けていたが、空間を拡大したモデルB(20, 10, 10)を導入したことで境界面でのピン留め問題を解決することができた。しかし、完全に境界によるピン留め問題が解決されたわけではない。論文中では述べていないが、磁場を回転した際に角でピン留めされてしまうという問題が起きた。これを解決するには、超伝導体を球体または円柱にするなどして角でピン留めされないような工夫が必要である。

参考文献

- [1] 松下照男. 磁束ピンニングと電磁現象. 産業図書, 1994
- [2] これ1冊でわかる超伝導実用技術. 日刊工業新聞社, 2013
- [3] 小原春彦 ほか. 銅酸化物高温超伝導体. 日本物理学会. 2016
- [4] 岸尾光二. 異方性と磁束ピンニングの化学的制御. まてりあ. 1995, Vol. 34, No. 12
- [5] 松下照男. 量子化磁束の運動とピンニング. 日本金属学会会報. 1990, Vol. 29, No. 9, pp. 722-723
- [6] 吉田隆. ナノサイズの人工ピンを導入した高温超伝導薄膜. 低温工学. 2016, Vol. 51, No. 1 pp. 3-4
- [7] D. Y. Vodolazov, Phys. Rev. B. 2013, Vol. 88, No. 014525
- [8] J. F. Blackburn *et al.* Philosophical Magazine B. 2000, Vol.80, p. 1455
- [9] 松下照男, 井口家成. 超電導応用. 表面科学. 1991, Vol. 12, No. 9
- [10] T. Matsushita. J. Phys. Soc. Jpn. 1982, Vol. 51, No. 9
- [11] D. A. Jacobson. Phys. Rev. 1965, Vol. 138, No. 4A
- [12] 松下照男. 超伝導体における磁束ピンニング[3]. 低温工学. 2008, Vol. 43, No. 11
- [13] I. A. Sadovskyy *et al.* J. Comput. Phys. 2015, Vol. 294
- [14] 小林典男, 西寄照和. 混合状態の相図と磁束構造. まてりあ. 1995, Vol. 34, No. 12
- [15] R. Kato, Y. Enomoto, and S. Maekawa. Phys. Rev. B. 1991, Vol. 44
- [16] R. Kato, Y. Enomoto, and S. Maekawa. Phys. Rev. B. 1993, Vol. 47
- [17] G. W. Crabtree *et al.* Physica C. 1996, Vol. 263
- [18] A. E. Koshelev *et al.* Phys. Rev. B. 2016, Vol. 93
- [19] M. P. Sorensen *et al.* Physica C. 2017, Vol. 533
- [20] J. Deang *et al.* Physica B. 2001, Vol. 64
- [21] M. Machida and H. Kaburaki. Phys. Rev. Lett. 1993, Vol 71
- [22] 谷村賢太. 時間依存 Ginzburg-Landau 方程式を用いた異なるピンにおける超伝導体内の磁束線運動に関する研究. 2018
- [23] 篠原能材. 数値解析の基礎. 日新出版, 1978
- [24] 鈴木誠道, 矢部博, 飯田善久, 中山隆, 田中正次. 現代数値計算法. オーム社, 1994
- [25] 新濃清志, 船田哲男. 数値解析の基礎. 培風館, 1991
- [26] 藤原暁宏. アルゴリズムとデータ構造. 東北出版, 2010

[27] 淡路智 ほか. 重イオン照射 Er123 膜における相関ピンニング特性. 低温工学. 2009, Vol. 44, No. 12

謝辞

最初に、九州工業大学大学院情報工学研究院電子情報工学研究系エレクトロニクス分野、小田部荘司教授にお礼を申し上げます。私の研究、および学生生活に多くの助言や励ましの言葉をいただきました。国際学会、国内学会と何件も参加できる環境を作って頂き、とても感謝しています。修士の期間で国際論文を2本投稿することができたのは先生のおかげです。深く感謝致します。

また、松下照男名誉教授にもお礼を申し上げます。超伝導の基礎など数多くのサポートで研究を支えて頂きました。深く感謝致します。

共同研究者である産総研の馬渡康德様、有明高専の松野哲也先生からは、研究に関する大変有意義な御助言・御助力を頂きました。国際論文を投稿するにあたり、何度も支えて頂きました。国際論文がアクセプトされた際に、自分の事のように喜んで下さったことを今でも覚えています。2年間という短い期間でしたが、先生方の熱心な御指導にとっても感謝しています。

木内勝准教授には、超伝導の基礎知識をご教授頂きました。また、学部時代の Nb_3Sn の研究では大変有意義な御助言・御助力を頂きました。深く感謝致します。

福間康裕准教授には、エレクトロニクス分野の講究において、的確な質問を頂きました。研究の問題点や、今後の研究方針を見つめ直すことができました。深く感謝致します。

昨年卒業されました上地和典氏、濱田雄成氏は同じ量子化磁束動力学シミュレーショングループとして大変お世話になりました。

最後に、公私ともお世話になった小田部研究室の皆様に深く感謝致します。

研究業績

発表

1. 米塚 里奈, 田邊 裕也, 米中 友浩, 木内 勝, 小田部 荘司, 松下 照男, 文珠 義之, 水田 泰次, 太刀川 恭治, 長村 光造「第四元素を添加した Nb₃Sn の上部臨界磁界及び臨界電流密度特性」、低温工学・超電導学会 九州・西日本支部若手セミナー支部研究成果発表会、奄美市 AiAi ひろば 平成 29 年 9 月 12 日
2. 米塚 里奈, 濱田 雄成, 谷村 賢太, 吉原 敬貴, 小田部 荘司, 馬渡 康徳, 松野 哲也「時間依存 Ginzburg-Landau 方程式を用いたシミュレーションによる臨界電流密度 J_c のピンの角度依存性解析」第 79 回 応用物理学会秋季学術講演会, 名古屋国際会議場, 平成 29 年 09 月 19 日
3. 米塚 里奈, 濱田 雄成, 上地 和典, 谷村 賢太, 吉原 敬貴, 小田部 荘司, 馬渡 康徳, 松野 哲也「時間依存 Ginzburg-Landau 方程式を用いたシミュレーションによる臨界電流密度 J_c のピンの角度依存性解析」第 97 回 低温工学・超電導学会, 山形テルサ, 平成 29 年 11 月 19 日
4. Rina Yonezuka, Yusei Hamada, Kazunori Kamiji, Kenta Tanimura, Takaki Yoshihara, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari, Tetsuya Matsuno “TDGL Simulation on Angular Dependence of Critical Current Density in Superconductors with Columnar Defects”, 31st INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SUPERCONDUCTIVITY, Tsukuba International Congress Center, December 12, 2018
5. Rina Yonezuka, Yusei Hamada, Kazunori Kamiji, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari, Tetsuya Matsuno “TDGL Simulation of Critical Current Density introducing z-axis Anisotropy γ_z ”, 32nd INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SUPERCONDUCTIVITY, Miyako Messe, December 5, 2019
6. Rina Yonezuka, Yusei Hamada, Kazunori Kamiji, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari, Tetsuya Matsuno “The Relationship Between z-axis Anisotropy Strength γ_z and Critical Current Density J_c Simulated by Using TDGL”, 10th ACASC/ 2nd Asian-ICMC/ CSSJ Joint Conference, Okinawa Convention Center, January 8, 2020

論文

1. Rina Yonezuka, Yusei Hamada, Kazunori Kamiji, Kenta Tanimura, Takaki Yoshihara, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari, Tetsuya

Matsuno “TDGL Simulation on Angular Dependence of Critical Current Density in Superconductors with Columnar Defects”, *Journal of Physics: Conference Series* **1293**(2019) 012018

本研究は JSPS 科研費 19H00771 の助成を受けたものです。