2022 年度
修士論文

斜め磁場下のジョセフソン接合において形状が接合電流に与える影響

令和 5 年 2 月 8 日

先端情報工学専攻
小田部研究室

21676110
上田天馬

目次

第 1 章　序論 3
1.1　超伝導体 3
1.2　Josephson 効果 3
1.3　超伝導量子干渉計(SQUID) 5
1.4　ジョセフソン接合における干渉 6
1.4.1　接合に関する方程式 6
1.4.2　十字型接合 7
1.4.3　十字型接合における直流臨界電流 8
1.4.4　複素数関数 9
1.4.5　平行磁場、垂直磁場下での臨界電流 10
1.4.6　斜め磁場下での臨界電流 11
1.5　ジョセフソン接合の形状 11
1.6　SFQ 回路 12
1.7　本研究の目的 12
第 2 章　解析方法 13
2.1　臨界電流と電流分布 13
2.2　十字型接合 14
2.3　オーバーラップ型接合 14
第 3 章　結果と考察 19
3.1　臨界電流の磁場依存性 19
3.1.1　十字型接合 19
3.1.2　オーバーラップ型接合 20
3.1.3　重なり長さが与える影響 22
3.2　電流分布 23
3.2.1　十字型接合 23
3.2.2　オーバーラップ型接合 24
3.2.3　垂直磁場の効果 24
第 4 章　まとめ 26
研究業績 27
参考文献 28
謝辞 29

図目次

図 1.1　臨界電流の平行磁場依存性(Fraunhofer 回折)..4
図 1.2　ジョセフソン接合の概略..6
図 1.3　十字型接合の概略..7
図 1.4　オーバーラップ型接合の幾何学的形状...11
図 1.5　SQUID の等価回路と SQUID インダクタンスL_sの違いに対する位相差θ.........12
図 2.1　遮蔽電流 17
図 3.1　十字型接合における干渉パターン（臨界電流の磁場依存性）.............................19
図 3.2　オーバーラップ型接合おける干渉パターン(臨界電流の磁場依存性）...............20
図 3.3　オーバーラップ型接合において干渉形状が線形になる理由の考察①.............21
図 3.4　オーバーラップ型接合において干渉形状が線形になる理由の考察②.............21
図 3.5　オーバーラップ型接合において重なり長さが電流に与える影響 22
図 3.6　十字型接合における電流分布 23
図 3.7　オーバーラップ型接合における電流分布 24
図 3.8　十字型接合における垂直磁場を増加させたときの電流分布の変化..................25
図 3.9　オーバーラップ型接合における垂直磁場を増加させたときの電流分布の変化25

第 1 章　序論

1.1　超伝導体

超伝導は 1911 年にオランダの H. K. Onnes により初めて水銀で発見された現象で、その後も様々な物質で超伝導性が確認されてきた。この超伝導性を持つ物質を超伝導体という。超伝導体の目を見張る特徴のひとつに、温度の低下とともにその抵抗がなくなるというものがある。この特徴を工学的に応用しようと、盛んに研究が行われてきた。超伝導体の電気抵抗がゼロになるという現象は、超伝導体が完全導体であることではなく、完全反磁性であることに由来する。すなわち、超伝導体は磁束分布が変化しないわけではなく、磁束そのものが侵入しない。この磁束を完全に排除する現象を Meissner 効果といい、発見したドイツの物理学者 F. W. Meissner の名がつけられている。

超伝導の特徴としてもう一つ、エネルギーギャップを持つことが挙げられる。超伝導状態は、超伝導でない状態(常伝導状態)の基底状態よりもエネルギーが低い状態であり、これらのエネルギー差にあたるものがエネルギーギャップである。このエネルギーギャップの存在により、電子が超伝導状態から常伝導状態へ移ることがない。電子が散乱されても、エネルギーの散逸がない状態であり、電気抵抗が現れることはないのである。なお、超伝導状態において、自由電子がクーパー対という電子対を形成し、これが凝縮を起こすことで超伝導が生じることがわかった。この理論を、解明した J. Bardeen、L. N. Cooper、J. R. Schrieffer の頭文字を取って BCS 理論という。

1.2　Josephson 効果

電子は本来微視的に粒子であるが、超伝導状態にある電子は全体が巨視的な 1 つの波のように振る舞うようになり、その電子波の状態は振幅と位相で記述することができる。また、常伝導電流は電界によって生じるが、超伝導体内では電界が存在しないため、位相の変化によって超伝導電流が生じる。

ここで、2 つの超伝導体の間に薄い絶縁膜を挟むトンネル接合を考える。この絶縁膜の厚さを2 nm程度まで薄くすると、電圧がゼロのまま超伝導電流が流れる。この現象を、理論的に予言した B. D. Josephson の名前をとって Josephson 効果という。超伝導電流のトンネルについて、個々の電子のトンネル効果ではなく、クーパー対の波動性によるトンネル効果を表したものであり、超伝導状態が位相のそろった、コヒーレントな状態であることを示している。これより、Josephson 効果は第 2 種超伝導体の性質を端的に示すものであるといえる。この状態では、電子の平均的な波動関数とベクトルポテンシャルの間にゲージ不変な関係が成り立つ。巨視的な磁束の量子化が現れ、Josephson 効果が超伝導トンネル電流の磁場による干渉効果として観測される。[1 ,2]

絶縁層により超伝導体間の結合が弱められると、両超伝導体間の位相に不連続なとびが生じる。ジョセフソン電流は、この位相差θにより流れる超伝導関数で、

$$I = I_c \sin\theta \tag{1}$$

という形で表される。この式より、ジョセフソン接合には超伝導電流の最大値I_cが存在する。これ以上の直流電流を流すと電圧Vが発生してしまうことになる。このとき接合における位相差が、

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{2\pi}{\phi_0}V \tag{2}$$

で表されることを Josephson は導出した。なお、$\phi_0(= h/2e = 2.07 \times 10^{-15}$ Wb)は磁束量子である。θが増加すると、式(1)により交流超伝導電流が流れる。周波数が高いため通常の測定方法では観測されない。式(1)の式に従って電流が流れる現象を直流 Josephson 効果、式(2)にしたがって位相が変化し、交流の超伝導電流が流れる現象を交流 Josephson 効果と呼ぶ。

位相差θはゲージ不変な形で磁場の影響を含み、臨界電流密度の磁場依存性は Fraunhofer 回折に似た干渉パターンを示す。Fraunhofer 回折の概形として、横軸に平行磁場を、縦軸に規格化ジョセフソン電流を取り計算した実数プロットを図 1.1 に示す。ここで、I_c/I_{c0}は磁場が印加されていないときの電流(最大値)で規格化されたジョセフソン電流で、Φ_x/ϕ_0は磁束量子により規格化された、上下の超伝導平板に平行な磁場である。

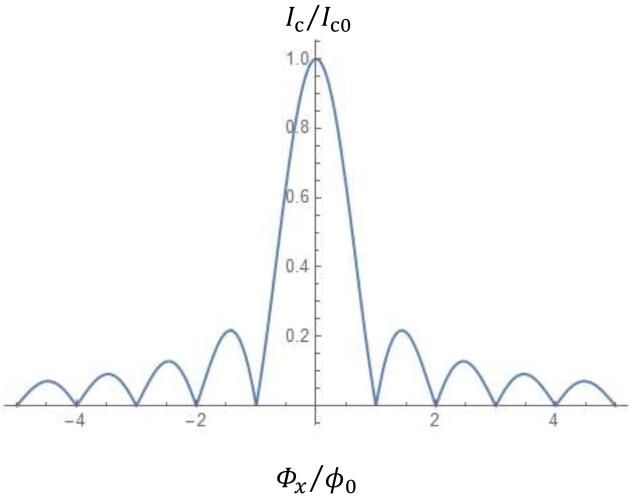

図 1.1　臨界電流の平行磁場依存性(Fraunhofer 回折)

磁束量子ステップで極小をとるのが特徴的なパターンである。接合内への磁束の侵入と位相の変化を正負等量に流れる電流の干渉と紐付けるこの理論は、SQUID(超伝導量子干渉計:Superconducting Quantum Interference Device)に主に応用されている。

なお、二つの超伝導体間の結合を弱めるものは絶縁層以外でもよく、常伝導金属、半導体、非常に細いくびれなど、超伝導性を弱くすることができるものであれば、それはジョセフソン接合となる。

1.3　超伝導量子干渉計(SQUID)

超伝導のリングを想定したとき、このリングに電流I_sを流すと、曲線運動にもかかわらず損失が生じない。この安定性は、位相のずれが2πの整数倍のみを取るという条件が満たされているためである。これによりリングを貫く磁束は量子化され、磁束量子の定数倍$n\phi_0$の値しかとれないことになる。リングの自己インダクタンスをLとすると、磁束ϕの量子化則は

$$\phi = LI_s = n\phi_0 \tag{3}$$

となる。なお、超伝導リングにジョセフソン接合が二つ含まれるような場合、2 箇所の位相のとびθ_1、θ_2を考慮して、磁束の量子化則は、

$$\phi - \frac{\phi_0}{2\pi}(\theta_1 - \theta_2) = n\phi_0 \tag{4}$$

と変わる。この位相による変化を考慮した磁束はフラクソイドと呼ばれる。今、この超伝導リングに電圧の印加なしに流しうる電流Iは、二つの接合に流れる超伝導電流I_1、I_2を用いて、

$$I = I_1 + I_2 = I_{\mathrm{c}}(\sin\theta_1 + \sin\theta_2) \tag{5}$$

であり、超伝導電流Iの最大値I_{m}は、

$$I_{\mathrm{m}} = 2I_{\mathrm{c}}\left|\cos\frac{\pi\phi}{\phi_0}\right| \tag{6}$$

となる。I_{m}は、二つの接合に流すことができる超伝導電流の単純な和にはならず、リングを貫く磁束の周期関数となる。1.2 節で Fraunhofer 回折と同形のプロットが現れることについて言及したが、この一連の現象と二つのスリットを通る光の干渉実験を対比すると、干渉縞の強度とI_{m}、光路差とϕ、波長とϕ_0がそれぞれ対応することになる。磁束量子ϕ_0を尺度として磁束の測定ができるセンサーデバイスが、SQUID である。

SQUID リングに磁束が印加されると、式(4)の影響のため二つの接合に流れる超伝導電流I_1、I_2が一致しなくなる。これにより$I_{\mathrm{s}} = (I_2 - I_1)/2$で決まる循環電流が生じる。リング内磁束$\phi$は、外部磁束$\phi_x$と、$I_{\mathrm{s}}$がそれと逆向きに作る磁束$LI_{\mathrm{s}}$の和$\phi = \phi_x - LI_{\mathrm{s}}$で表現される。この外部磁束$\phi_x$を測定するとき、SQUID に流すことができる最大の超伝導電流I_{m}について、ϕ_xの関数として考えなおす。

SQUID を磁気センサーとして動作させるため、2 接合の最大超伝導電流の和$2I_{\mathrm{c}}$より少し大きい直流バイアス電流I_{b}を流す。このとき、発生する電圧の時間平均値は外部磁束ϕ_xの変化に対しI_{m}と同じ周期で応答する。電圧値の変化によって磁束ϕ_xの検出が可能となっている[2]。

1.4　ジョセフソン接合における干渉

ここでは、平面ジョセフソン接合におけるゲージ不変位相差を考える。なお、磁気遮蔽、自己磁場の影響を無視できるものとしている。

1.4.1　接合に関する方程式

図 1.2 のようなジョセフソン接合を考える。

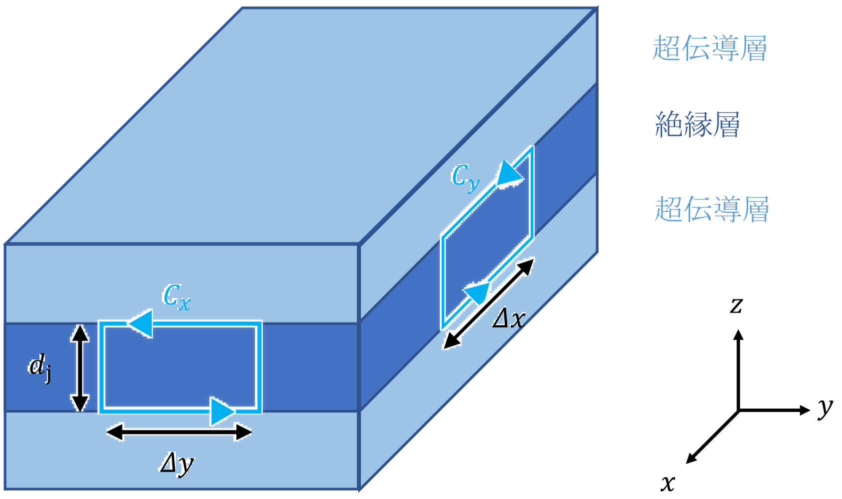

図 1.2　ジョセフソン接合の概略

位相φで変調されるオーダーパラメータ$\psi = |\psi|\exp(\mathrm{i}\varphi)$に関する超伝導電流密度は、

$$J = \frac{1}{\mu_0 \lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\nabla\varphi - \boldsymbol{A}\right) \tag{7}$$

と表される。ここで、μ_0は真空透磁率、λはロンドン方程式による磁場侵入長、$\boldsymbol{A}$は磁気誘導$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}$に関するベクトルポテンシャルである。接合内のゲージ不変な位相差$\theta(x, y)$は、位相$\varphi(x, y, z)$とベクトルポテンシャルのz成分$A_z(x, y, z)$を用いて、

$$\theta(x, y) = \varphi\left(x, y, +\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right) - \varphi\left(x, y, -\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right) - \frac{2\pi}{\phi_0}\int_{-\frac{d_\mathrm{j}}{2}}^{+\frac{d_\mathrm{j}}{2}} A_z(x, y, z)\mathrm{d}z \tag{8}$$

で定義される。

ここで、図 1.2 に示すC_xに沿って、ベクトルポテンシャルの線積分を計算する。C_xは、$(x, y, \pm d_\mathrm{j}/2)$、$(x, y+\varDelta y, \pm d_\mathrm{j}/2)$に頂点をもつ長方形である。ストークスの定理を用いて、

$$\oint_{C_x} A \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} = \int_{y}^{y+\varDelta y} \mathrm{d}y \int_{-d_\mathrm{j}/2}^{+d_\mathrm{j}/2} \mathrm{d}z B_x = B_x d_\mathrm{j} \varDelta y \tag{9}$$

と表される。なお、接合層が薄い($d_\mathrm{j} \to 0$)、幅が狭い($\varDelta y \to 0$)場合である。
式(7)、(8)を用いて、以下の式を得る。

$$\begin{aligned}\oint_{C_x} A \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s} &= \left[-A_y\left(x, y, +\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right) + A_y\left(x, y, -\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right)\right] \\ &\quad + \int_{-d_j/2}^{+d_\mathrm{j}/2} \mathrm{d}z \left[A_z(x, y+\varDelta y, z) - A_z(x, y, z)\right] \\ &= -\frac{\phi_0}{2\pi}\frac{\partial \mathrm{y}}{\partial \mathrm{x}}\Delta y + \mu_0 \lambda^2 \left[J_y\left(x, y, +\frac{d_j}{2}\right) - J_y\left(x, y, -\frac{d_j}{2}\right)\right]\varDelta y \end{aligned} \tag{10}$$

式(9)、(10)から、[4, 5, 6, 8, 12]

$$\frac{\phi_0}{2\pi}\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial y} = \mu_0\lambda^2\left[J_y\left(x, y, +\frac{d_j}{2}\right) - J_y\left(x, y, -\frac{d_j}{2}\right)\right] - B_x d_\mathrm{j} \tag{11}$$

を得る。また、C_yに沿ったベクトルポテンシャルの線積分から同様に、

$$\frac{\phi_0}{2\pi}\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial x} = \mu_0\lambda^2\left[J_x\left(x, y, +\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right) - J_x\left(x, y, -\frac{d_\mathrm{j}}{2}\right)\right] + B_y d_\mathrm{j} \tag{12}$$

が得られる[3]。

1.4.2　十字型接合

ここで、十字型接合を考える。十字型接合の概略を図 1.3 に示す。平板状の超伝導体の中央を重ね間に絶縁体を挟むのが十字型接合の形状的特徴である。

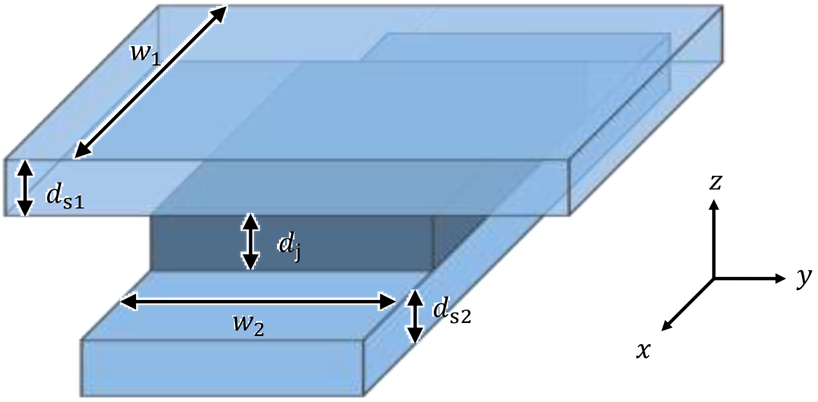

図 1.3　十字型接合の概略
(d_{s1}:上部超伝導ストリップの厚さ　w_1:下部ストリップのy軸方向の幅)
(d_{s2}:下部超伝導ストリップの厚さ　w_2:下部ストリップのy軸方向の幅)

なお、計算に用いる条件として、各ストリップの厚さは磁場侵入長よりも小さく($d_{\mathrm{s1}} < \lambda$、$d_{\mathrm{s2}} < \lambda$)、各ストリップの幅はパール長より短く($w_1 < \lambda^2/d_{\mathrm{s1}}$、$w_2 < \lambda^2/d_{\mathrm{s2}}$)、超伝導ストリップ内の磁気遮蔽は十分弱く無視できるものとした。この条件での各超伝導ストリップを流れる電流密度はロンドン方程式の単純な積分($\nabla \times \boldsymbol{J} = -\boldsymbol{B}/\mu_0 \lambda^2 \cong -\boldsymbol{H}/\lambda^2$)で得られる。上部超伝導ストリップにおける遮蔽電流密度J_1および下部超伝導ストリップにおける遮蔽電流密度J_2は、

$$\boldsymbol{J}_1 = \frac{1}{\lambda^2}\left[-xH_z\hat{y} + \left(z - \frac{d_{\mathrm{s1}} + d_{\mathrm{j}}}{2}\right)\left(-H_y\hat{x} + H_x\hat{y}\right)\right] \tag{13}$$

$$\boldsymbol{J}_2 = \frac{1}{\lambda^2}\left[yH_z\hat{x} + \left(z + \frac{d_{\mathrm{s2}} + d_{\mathrm{j}}}{2}\right)\left(-H_y\hat{x} + H_x\hat{y}\right)\right] \tag{14}$$

で与えられる。式(13)、(14)、式(11)、(12)より、

$$\frac{\phi_0}{2\pi\mu_0}\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial x} = d_{\mathrm{eff}}H_y - yH_z \tag{15}$$

$$\frac{\phi_0}{2\pi\mu_0}\frac{\partial\theta(x,y)}{\partial y} = -d_{\mathrm{eff}}H_x - xH_z \tag{16}$$

となる。ここで、d_{eff}を以下のように定義するものとする[5]。

$$d_{\mathrm{eff}} = d_{\mathrm{j}} + (d_{\mathrm{s1}} + d_{\mathrm{s2}})/2 \tag{17}$$

式(15)、(16)を積分することで、積分定数項θ_0を含むかたちで、以下のゲージ不変な位相差を得る。

$$\theta(x,y) = \theta_0 + \frac{2\pi\mu_0}{\phi_0}\left[d_{\mathrm{eff}}\left(xH_y - yH_x\right) - xyH_z\right] \tag{18}$$

このように、θは単に平行磁場の寄与と垂直磁場の寄与の和で表される。計算に際して、磁気遮蔽と自己磁場の影響を無視できるものとしている。

1.4.3　十字型接合における直流臨界電流

接合を垂直に貫く正味の電流I_zは、接合面内の単純な積分により、

$$I_z = \int_{-\frac{w_1}{2}}^{\frac{w_1}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{w_2}{2}}^{\frac{w_2}{2}} \mathrm{d}y\, J_{\mathrm{c}} \sin[\theta(x,y)]$$

$$= J_{\mathrm{c}}\mathrm{Im}\int_{-\frac{w_1}{2}}^{\frac{w_1}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{w_2}{2}}^{\frac{w_2}{2}} \mathrm{d}y \exp\{i[\theta_0 + \theta_1(x,y)]\} \tag{19}$$

ここで、$\theta(x,y)$を積分定数項θ_0とそれ以外の項$\theta_1(x,y)$に分け、$\theta(x,y) = \theta_0 + \theta_1(x,y)$とすると、式(18)は式(20)のように書き直せる。

$$\theta_1(x,y) = \frac{2x}{w_1}\beta - \frac{2y}{w_2}\alpha - \frac{4xy}{w_1 w_2}\gamma \tag{20}$$

ここで、式(20)における各パラメータは、

$$\alpha = \pi\Phi_x/\phi_0, \qquad \Phi_x = \mu_0 H_x w_2 d_{\rm eff} \tag{21}$$

$$\beta = \pi\Phi_y/\phi_0, \qquad \Phi_y = \mu_0 H_y w_1 d_{\rm eff} \tag{22}$$

$$\alpha = \pi\Phi_x/2\phi_0, \qquad \Phi_z = \mu_0 H_z w_1 w_2 \tag{23}$$

である。

直流臨界電流$I_{\rm c}$はθ_0についてI_zの最大値として求まる。(19)式を$I_z = {\rm Im}(fe^{i\theta_0})$と書き直すと、磁場を印加していない状態での臨界電流値$I_{\rm c0}$、複素数関数Gを用いて、

$$\frac{I_{\rm c}}{I_{\rm c0}} = |G\left(\frac{\pi\Phi_x}{\phi_0}, \frac{\pi\Phi_y}{\phi_0}, \frac{\pi\Phi_z}{2\phi_0}\right)| \tag{24}$$

$$I_{\rm c0} = I_{\rm c}(0,0,0) = J_{\rm c} w_1 w_2 \tag{25}$$

と表される。複素数関数Gは、

$$G(\alpha,\beta,\gamma) = \frac{1}{4}\int_{-1}^{1} dx' \int_{-1}^{1} {\rm d}y' \exp[i(\alpha y' + \beta x' + \gamma x' y')] \tag{26}$$

で定義されるものとする。なお、各積分変数は$x' = 2x/w_1$、$y' = -2y/w_2$である。

1.4.4　複素数関数

ここで、複素数関数Gについてまとめる。Gについて以下の対称性が成り立つため、$\alpha \geq 0$、$\beta > 0$、$\gamma > 0$の場合のみを考える。

$$G(-\alpha,\beta,\gamma) = G(\alpha,-\beta,\gamma) = G(\alpha,\beta,-\gamma) = G^*(\alpha,\beta,\gamma) \tag{27}$$

なお、G^*は複素共役である。$\gamma = 0$、$\alpha = \beta = 0$のときのGはそれぞれ

$$G(\alpha,\beta,0) = (\sin\alpha \sin\beta)/\alpha\beta \tag{28}$$

$$G(0,0,\gamma) = {\rm Si}(\gamma)/\gamma \tag{29}$$

となる。ここで、${\rm Si}(z) = \int_0^z {\rm d}t(\sin t)/t$ は正弦積分である[6]。$\beta = 0$の場合は、

$$G(\alpha,0,\gamma) = \frac{1}{2\gamma}[{\rm Si}(\alpha+\gamma) - {\rm Si}(\alpha-\gamma)] \tag{30}$$

である。式(30)に関して、$|\alpha| \gg |\gamma|$の場合、

$$G(\alpha,0,\gamma) \sim \frac{\sin\alpha \sin\gamma}{\alpha\gamma} + \frac{\cos\alpha}{\alpha^2}\left(\cos\gamma - \frac{\sin\gamma}{\gamma}\right) \tag{31}$$

となり、$|\alpha| \ll |\gamma|$の場合は、

$$G(\alpha,0,\gamma) \sim \frac{\pi}{2\gamma} - \cos\alpha + \frac{\cos\gamma}{\gamma^2} \tag{32}$$

となる。

式(26)は一般的に、

$$G(\alpha,\beta,\gamma)=\frac{ie^{-i\alpha\beta/\gamma}}{4\gamma}[F(\eta_1)-F(\eta_2)-F(\eta_3)+F(\eta_4)] \tag{33}$$

と書ける。ここで、

$$\eta_1=(\alpha+\gamma)(\beta+\gamma)/\gamma \tag{34}$$

$$\eta_1=(\alpha-\gamma)(\beta+\gamma)/\gamma \tag{35}$$

$$\eta_1=(\alpha+\gamma)(\beta-\gamma)/\gamma \tag{36}$$

$$\eta_1=(\alpha-\gamma)(\beta-\gamma)/\gamma \tag{37}$$

である。複素数関数$F(z)$は、

$$F(z)=\int_0^z\frac{1-e^{it}}{t}\mathrm{d}t=-\mathrm{i}\ \mathrm{Si}(z)-\mathrm{Ci}(z)+\mathrm{C}+\mathrm{In}\ z \tag{38}$$

ここで、$\mathrm{Ci}(z)=-\int_z^\infty \mathrm{d}t(\cos t)/t$ は余弦積分で、$\mathrm{C}=0.577\ldots$はオイラー定数である[5]。式(33)の漸近に関する振る舞いとして、γの値が小さい場合(例：$\max(|\alpha|,|\beta|)\gg|\gamma|$)、

$$G(\alpha,\beta,\gamma)\sim\frac{1}{\alpha\beta}(\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma-i\cos\alpha\cos\beta\sin\gamma) \tag{39}$$

となり、γの値が大きい場合(例：$\max(|\alpha|,|\beta|)\ll|\gamma|$)、

$$G(\alpha,\beta,\gamma)\sim\frac{\pi}{2\gamma}-\frac{i\pi\alpha\beta}{2\gamma^2}-\frac{e^{i\alpha\beta/\gamma}}{\gamma^2}(\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma-i\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma) \tag{40}$$

となる。

1.4.5 平行磁場、垂直磁場下での臨界電流

式(27)より、臨界電流$I_c\propto|G|=|G^*|$に関する対称性

$$I_\mathrm{c}(-\Phi_x,\Phi_y,\Phi_z)=I_c(\Phi_x,-\Phi_y,\Phi_z)=I_c(\Phi_x,\Phi_y,-\Phi_z)=I_c(\Phi_x,\Phi_y,\Phi_z) \tag{41}$$

がわかり、このことから$\Phi_x\geq0$、$\Phi_y\geq0$、$\Phi_z\geq0$の場合のみを考える。

平行磁場印加下での臨界電流I_cは、式(28)より、

$$\frac{I_\mathrm{c}(\Phi_x,\Phi_y,0)}{I_\mathrm{c0}}=\left|\frac{\sin(\pi\Phi_x/\phi_0)}{\pi\Phi_x/\phi_0}\frac{\sin(\pi\Phi_y/\phi_0)}{\pi\Phi_y/\phi_0}\right| \tag{42}$$

となる。これが光学における Fraunhofer 回折に似た干渉を示す[8]。

垂直磁場下($\Phi_x=\Phi_y=0$)におけるI_cは、式(29)より[12]、

$$\frac{I_\mathrm{c}(0,0,\Phi_z)}{I_\mathrm{c0}}=\frac{\mathrm{Si}(\pi\Phi_z/2\phi_0)}{\pi\Phi_z/2\phi_0} \tag{43}$$

となる。なお、$I_\mathrm{c}(0,0,\Phi_z)$はΦ_zの増加とともに単調に減少し、干渉パターンを示さない[12]。

1.4.6　斜め磁場下での臨界電流

$\Phi_y = 0$ におけるI_cは、式(30)より、

$$\frac{I_c(\Phi_x, 0, \Phi_z)}{I_{c0}} = \left| \frac{\mathrm{Si}[\pi(\Phi_x + \Phi_z/2)/\phi_0] - \mathrm{Si}[\pi(\Phi_x - \Phi_z/2)/\phi_0]}{\pi\Phi_z/\phi_0} \right| \tag{44}$$

と求まる。この式をΦ_x、Φ_zに関してプロットすることで、干渉の振る舞いを見ることができる。

1.5　Josephson 接合の形状

本研究では前節図 1.3 に示す十字型接合の他に、オーバーラップ型接合を用いる。その形を図 1.4 に示す。

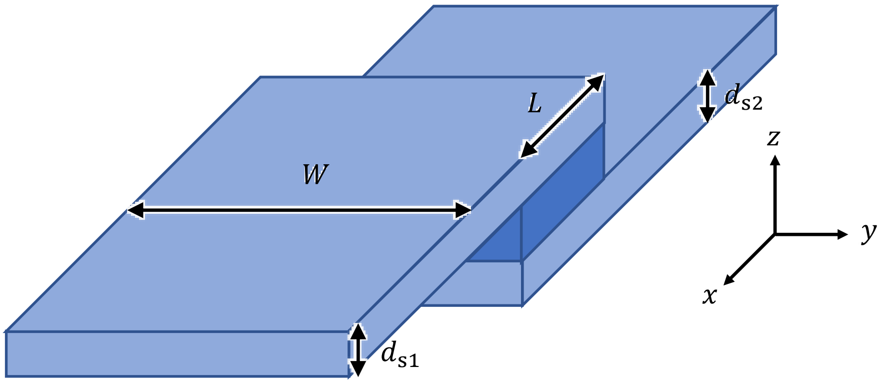

図 1.4　オーバーラップ型接合の幾何学的形状

(L：重なり長さ(オーバーラップ長さ、絶縁層のx軸方向への長さ))

(d_{s1}:上部超伝導ストリップの厚さ　W:下部ストリップのy軸方向の幅)

(d_{s1}:下部超伝導ストリップの厚さ　W:下部ストリップのy軸方向の幅)

十字型接合と同様、2 枚の超伝導平板を用いるが、その重ね方が異なるのがオーバーラップ型接合の特徴である。2 枚の超伝導体のそれぞれの端を重ね、その間に絶縁体を挟む。なお、本研究では上下の超伝導ストリップについて、重ねていない側の端の長さは無限であると仮定し、十字型接合と同様、計算時には磁気遮蔽と自己磁場の影響を無視できるものとしている。

1.6　SFQ 回路

本研究の応用先の候補の一つとして、ジョセフソン接合に関係の深い単一磁束量子回路(SFQ)回路がある。磁束量子の有無を 2 値信号に対応させた回路をいい、ジョセフソン接合が超伝導ループに挿入された、SQUID の構造を基本構造として採用している。図 1.5(a)はその等価回路で、図 1.5(b)は SQUID に印加された外部バイアス電流I_bと位相差θとの関係を示す図である。

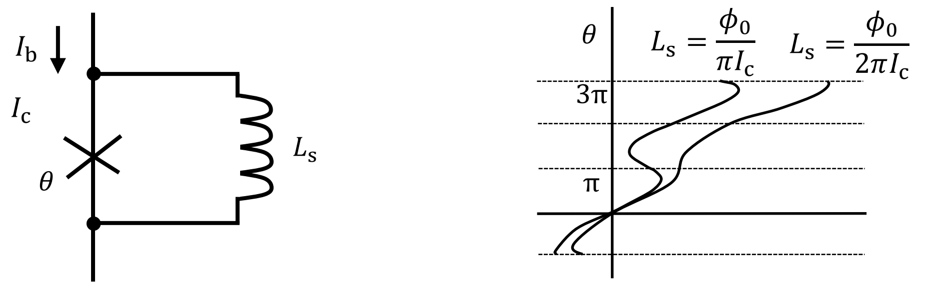

図 1.5　(a) SQUID の等価回路、(b) SQUID インダクタンスL_sの違いに対する位相差θと、バイアス電流I_bの関係(I_bは臨界電流I_cによって規格化されているものとする。)

SQUID のループインダクタンスL_sの大きさによって特性が異なり、$\phi_0/2\pi I_\mathrm{c}$より大きい場合には特性上にヒステリシスが生じる。外部バイアス電流I_bを増加していくと、超伝導ループ内に磁束が存在しない状態から、ある臨界値を境に、ジョセフソン接合を通ってループに磁束が侵入する。この 2 つの状態を 2 値信号に対応させ、論理ゲートを構成することができる。

1.7　本研究の目的

前節で述べたように、Josephson 接合には種類があり、平行磁場を印加したときの振る舞いに関する研究はふんだんに行われているが、垂直磁場や斜め磁場(平行垂直磁場を両方を印加する場合)については例が少ない。そこで、本研究では斜め磁場を印加した場合の磁気干渉や電流の振る舞いを解析するため、十字型接合とオーバーラップ型接合についてジョセフソン電流の分布と臨界電流の平行・垂直磁場依存性を見て、形状による差について考察する。

第 2 章　解析方法

2.1　臨界電流と電流分布

この節では、臨界電流と電流分布を導出する過程を示す。接合を垂直に貫く電流密度J_zは上下ストリップ間のゲージ不変な位相差θにより変調され、臨界電流密度J_cを用いて、

$$J_z(x,y) = J_\mathrm{c} \sin\theta(x,y) \tag{45}$$

のように表される。ここで、ゲージ不変な位相差θを、積分定数θ_0とx、yにより変化する項$\theta_1(x,y)$に分け、

$$\theta = \theta_0 + \theta_1(x,y) \tag{46}$$

と表す。接合を流れる正味の電流I_zは電流密度$J_z(x,y)$の面積分で与えられ、式(45)より、

$$\begin{aligned} I_z &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y J_z(x,y) \\ &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y J_\mathrm{c} \sin[\theta_0 + \theta_1(x,y)] \end{aligned} \tag{47}$$

と表される。式(47)は、オイラーの公式より、指数表現を用いて

$$\begin{aligned} I_z &= \mathrm{Im}\left[\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y J_\mathrm{c} \exp\{i[\theta_0 + \theta_1(x,y)]\}\right] \\ &= \mathrm{Im}\left\{\mathrm{e}^{i\theta_0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y J_c \exp[i\theta_1(x,y)]\right\} \end{aligned} \tag{48}$$

と表される。ここで、正味の電流I_zの規格化を考える。磁場が印加されていないとき接合面内の電流は一様な分布を取り、正味の電流I_zが最大値を取る。このときの正味の電流を$I_{\mathrm{c}0}$とし、$I_{\mathrm{c}0}$は簡単に臨界電流密度J_cと接合面の面積WLの積で表される。式(48)より、$I_{\mathrm{c}0}$を用いて、規格化した正味の電流I_zは

$$\frac{I_z}{I_{c0}} = \mathrm{Im} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y J_c \exp\{i[\theta_0 + \theta_1(x,y)]\} \tag{49}$$

と表される。

ここで、θ_1に関する積分について式(50)、(51)、(52)のようにf、gを定義する。

$$f = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \mathrm{d}x \int_{-\frac{W}{2}}^{\frac{W}{2}} \mathrm{d}y \exp[i\theta_1(x, y)] \tag{50}$$

$$f = |f| \mathrm{e}^{ig} \tag{51}$$

$$g = \arg(f) \tag{52}$$

式(50)、(51)、(52)を式(49)に適用し、

$$\frac{I_z}{I_{\mathrm{c}0}} = \mathrm{Im}\left[|f| \mathrm{e}^{i(\theta_0 + g)}\right] = |f| \sin(\theta_0 + g) \tag{53}$$

臨界電流I_cは、θ_0について、I_zの最大値として求まる。臨界電流は式(53)より、$\theta_0 + g = \frac{\pi}{2} + 2n\pi (n \in \mathbb{Z})$のときに最大値$|f|$をとる。したがって、最大値で規格化した臨界電流は

$$\frac{I_\mathrm{c}}{I_{\mathrm{c}0}} = |f| \tag{54}$$

である。

次に、電流分布について、接合内を垂直に流れる電流分布を考える。式(45)、式(52)より、

$$J_z(x, y) = \cos[\theta_1(x, y) - g] \tag{55}$$

である。2.3 節および 2.4 節で、それぞれの接合形状でのゲージ不変な位相差の第二項θ_1(座標によって変化する項)を導出する。

2.2 十字型接合

十字型接合では、1.4 節の結果を用いて、ゲージ不変な位相差の第二項θ_1の解析解は、

$$\theta_1(x, y) = -\frac{2y\pi}{W} \frac{\Phi_x}{\phi_0} - \frac{2xy\pi}{WL} \frac{\Phi_z}{\phi_0} \tag{56}$$

$$\Phi_x = \mu_0 H_x L d_{\mathrm{eff}} \tag{57}$$

$$\Phi_z = \mu_0 H_z W L \tag{58}$$

である。なお、本研究ではy方向の磁束の影響はないもの($\Phi_y = 0$)とし、平行磁場Φ_x、垂直磁場Φ_zのみを考慮するものとする。また、1.4 節のw_1がLに、w_2がWに対応している。式(56)を式(50)に代入することでfを導出し、式(54)より、その絶対値$|f|$が規格化した臨界電流となる。これを等高線プロットすることで干渉パターンを解析する。また、式(56)を式(55)に代入することで座標x、yに関する式として電流密度が求まる。これを密度プロットすることで電流密度を解析する。

2.3　オーバーラップ型接合

本節では、オーバーラップ型接合の位相差θ_1の導出を記す。また、上下ストリップに関するパラメータを区別する添え字をjと定めるものとする。上の超伝導ストリップ(j = 1)、下の超伝導ストリップ(j = 2)における電流密度は、z軸方向への磁場$H_z\hat{\boldsymbol{z}}$によるベクトルポテンシャル$\boldsymbol{A}$および上下ストリップにおける位相ϕ_{j}を用いて、

$$J_{\mathrm{j}} = \frac{1}{\mu_0\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\phi_{\mathrm{j}} - \boldsymbol{A}\right) \tag{59}$$

と表される。$\boldsymbol{A}$はx軸方向のみの成分を持つことから、

$$\mu_0 H_z = -\frac{\partial A_x}{\partial y} \tag{60}$$

$$A_x = -\mu_0 H_z y \tag{61}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A} = \frac{\partial A_x}{\partial x} = 0 \tag{62}$$

が成り立つ。

上下ストリップが$x = 0$から離れる方向へx軸に関して半無限であるという条件から、

$$\boldsymbol{\nabla}\phi_1 \to 0\ (x \to \infty) \tag{63}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\phi_2 \to 0\ (x \to -\infty) \tag{64}$$

が成り立ち、上下ストリップをx軸方向に流れる電流密度$J_{\mathrm{j}x}$はそれぞれ、

$$J_{1x} \to -\frac{1}{\mu_0\lambda^2}A_x = \frac{H_z}{\lambda^2}y \tag{65}$$

$$J_{2x} \to -\frac{1}{\mu_0\lambda^2}A_x = \frac{H_z}{\lambda^2}y \tag{66}$$

である。式(65)、(66)の微分方程式を解くため、ストリップの形状から境界条件を設定する。

上ストリップについて、

$$\begin{cases} J_{1x} = 0\ \left(x = \dfrac{L}{2}\right) \\ J_{1x} \to \dfrac{H_z}{\lambda^2}y\ (x \to +\infty) \\ J_{1y} = 0\ \left(y = \pm\dfrac{W}{2}\right) \end{cases} \tag{67}$$

下ストリップについて、

$$\begin{cases} J_{2x} = 0 \left(x = +\frac{L}{2}\right) \\ J_{2x} \to \frac{H_z}{\lambda^2} y \; (x \to -\infty) \\ J_{2y} = 0 \left(y = \pm\frac{W}{2}\right) \end{cases} \tag{68}$$

と定める。上ストリップの位相ϕ_1について、

$$\nabla^2 \phi_1 = 0 \left(-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}, -\frac{W}{2} < y < \frac{W}{2}\right) \tag{69}$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0 \left(y = \pm\frac{W}{2}\right) \tag{70}$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} = -\frac{2\pi\mu_0 H_z y}{\phi_0} \left(x = -\frac{L}{2}\right) \tag{71}$$

$$\phi_1 \to 0 \; (x \to \infty) \tag{72}$$

が成り立ち、一般解は

$$\phi_1 \sim \alpha \cos(ky) + \beta \sin(ky) \tag{73}$$

と書くことができる。式(70)、(73)より、

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \sim -k\alpha \sin(ky) + k\beta \cos(ky) = 0 \left(y = \pm\frac{W}{2}\right) \tag{74}$$

を得る。式(74)について、以下の二通りの解が得られる。なお、nは任意の整数である。

$$\alpha \neq 0,\ \beta = 0,\ k\frac{W}{2} = n\pi \tag{75}$$

$$\alpha = 0,\ \beta \neq 0,\ k\frac{W}{2} = \left(n - \frac{1}{2}\right)\pi \tag{76}$$

式(75)、式(76)は両方式(73)を満足するため、どちらを採用するか決定するため物理的条件を考える。現在、遮蔽電流の振る舞いを考えている。オーバーラップ型接合の垂直磁場の印加の様子と遮蔽電流の振る舞いについての概説を図 2.1 に示す。

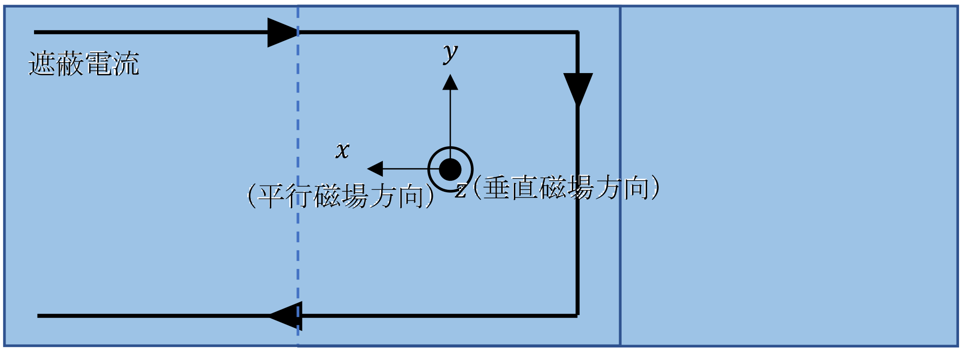

図 2.1　遮蔽電流

図 2.1 より、遮蔽電流について、$y=0$に関して対称性が欲しい。式(75)を採用すると式(73)のcos(偶関数)の項が、式(76)を採用すると式(73)のsin(奇関数)の項が残ることになる。したがって式(76)を採用し、

$$\phi_1(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n(x)\sin(k_n y),\ \ k_n=(2n-1)\frac{\pi}{W} \tag{77}$$

を得る。式(77)に関して、整数n、mを用いた以下の表現を得る。なお、$\delta_{n,m}$はクロネッカーのデルタで、定義を式(79)に示す。また、以下のようにβ_mを定義する。

$$\frac{2}{W}\int_{-W/2}^{+W/2}\phi_1\sin(k_m y)\,\mathrm{d}y=\frac{2}{W}\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n\int_{-W/2}^{+W/2}\sin(k_n y)\sin(k_m y)\mathrm{d}y$$
$$=\sum_{n=1}^{\infty}\beta_n\delta_{n,m}=\beta_m \tag{78}$$

$$\delta_{n,m}=\begin{cases}1\ (n=m)\\0\ (n\neq m)\end{cases} \tag{79}$$

式(78)より、

$$\beta_n(x)=\frac{2}{W}\int_{-W/2}^{+W/2}\phi_1(x,y)\sin(k_n y)\,\mathrm{d}y \tag{79}$$

となり、

$$\frac{\mathrm{d}\beta_n}{\mathrm{d}x^2}-k_n\beta_n=0 \tag{80}$$

である。

$$\beta_n(x)=\beta_n\left(-\frac{L}{2}\right)\exp\left[-k_n\left(x+\frac{L}{2}\right)\right] \tag{81}$$

$x=L/2$において、式(79)は

$$\frac{2}{W}\int_{-W/2}^{+W/2}\left(\frac{\partial\phi_1}{\partial x}\right)_{x=-\frac{L}{2}}\sin(k_n y)\,\mathrm{d}y=-\frac{2}{W}\frac{2\pi\mu_0 H_z}{\phi_0}\int_{-W/2}^{+W/2}y\sin(k_n y)\mathrm{d}y \tag{82}$$

$$\left(\frac{\mathrm{d}\beta_n}{\mathrm{d}x}\right)_{x=-\frac{L}{2}} = -\frac{4\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 W}\left[-y\frac{\cos(k_n y)}{k_n}\right]_{-W/2}^{+W/2} + \frac{4\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 W k_n}\int_{-W/2}^{+W/2}\cos(k_n y)\,\mathrm{d}y \tag{83}$$

$$-k_n\beta_n\left(-\frac{a}{2}\right) = \frac{8\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 w}\frac{(-1)^{n-1}}{k_n^2} \tag{84}$$

である。したがって、

$$\beta_n(x) = \frac{8\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 w}\frac{(-1)^n}{k_n^3}\exp\left[-k_n\left(x+\frac{L}{2}\right)\right] \tag{85}$$

である。式(85)を式(77)に代入して、上下ストリップの位相ϕ_jは

$$\phi_1(x,y) = \frac{8\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 W}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{k_n^3}\exp\left[-k_n\left(x+\frac{L}{2}\right)\right]\sin(k_n y) \tag{86}$$

$$\phi_2(x,y) = \frac{8\pi\mu_0 H_z}{\phi_0 W}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{k_n^3}\exp\left[-k_n\left(\frac{L}{2}-x\right)\right]\sin(k_n y) \tag{87}$$

となる。位相差の第二項θ_1は、式(86)、(87)の位相の差を取ることで、

$$\theta_1(x,y) = \frac{2\pi\Phi_x}{\phi_0}\frac{x}{L} - \frac{16\pi\Phi_z}{\phi_0 W^2 L}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{k_n^3}e^{-\frac{k_n L}{2}}\cosh(k_n x)\sin(k_n y) \tag{88}$$

$$\Phi_x = \mu_0 H_x L d_\mathrm{eff} \tag{89}$$

$$\Phi_z = \mu_0 H_z W L \tag{90}$$

と表される。なお、十字型接合と同様に、y方向の磁場は0であるとし、他 2 方向の磁場のみの効果を考えるものとしている。式(88)を式(50)に代入することで干渉パターンを、式(55)に代入することで電流分布を解析する。

第 3 章　結果と考察

3.1　臨界電流の磁場依存性

この節では、それぞれの接合ついて、臨界電流の磁場依存性を等高線プロットした結果を示す。また、$L/W = 1$であるとして計算を行った。

3.1.1　十字型接合

十字型接合における干渉パターンを図 3.1 に示す。

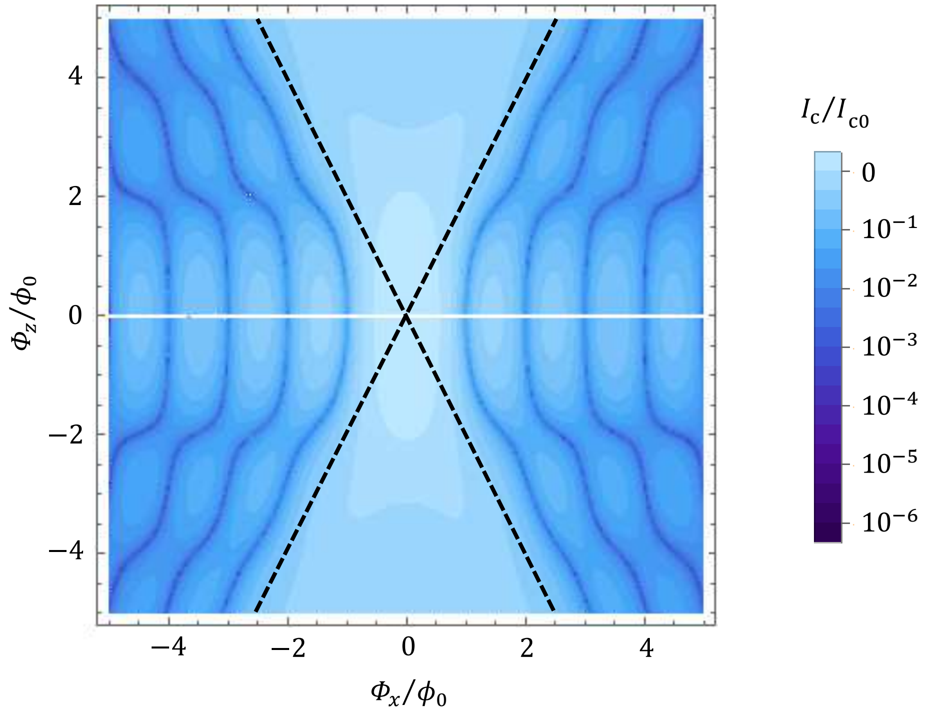

図 3.1　十字型接合における干渉パターン（臨界電流の磁場依存性）

視覚的な特徴として、電流が極小値を取る曲線が見られる。$\Phi_z/\phi_0 = 0$の直線上、つまり平行磁場のみが印加されている場合、Φ_xが磁束量子ϕ_0の定数倍の箇所で極小値となっていることがわかる。この結果は、平行磁場の印加により Fraunhofer 型の干渉パターンを示すことに対応している。また、$\Phi_z/\phi_0 = 0$、$\Phi_z/\phi_0 = 2$、$\Phi_z/\phi_0 = 4$と、$\Phi_z/\phi_0 = 2$ごとの直線に沿うように歪みが見られる。また、垂直磁場が平行磁場に比べ大きい領域、概ね$\Phi_z < 2|\Phi_x|$の領域において、一切の干渉が発生していないことが分かる。このことから、十字型接合では垂直磁場の印加では干渉が発生しないといえる。次に比較のため、オーバーラップ型の干渉パターンを示す。

3.1.2　オーバーラップ型接合

オーバーラップ型接合における臨界電流の磁場依存性プロットを図 3.2 に示す。なお、ここでは$L/W = 0$であるとしている。

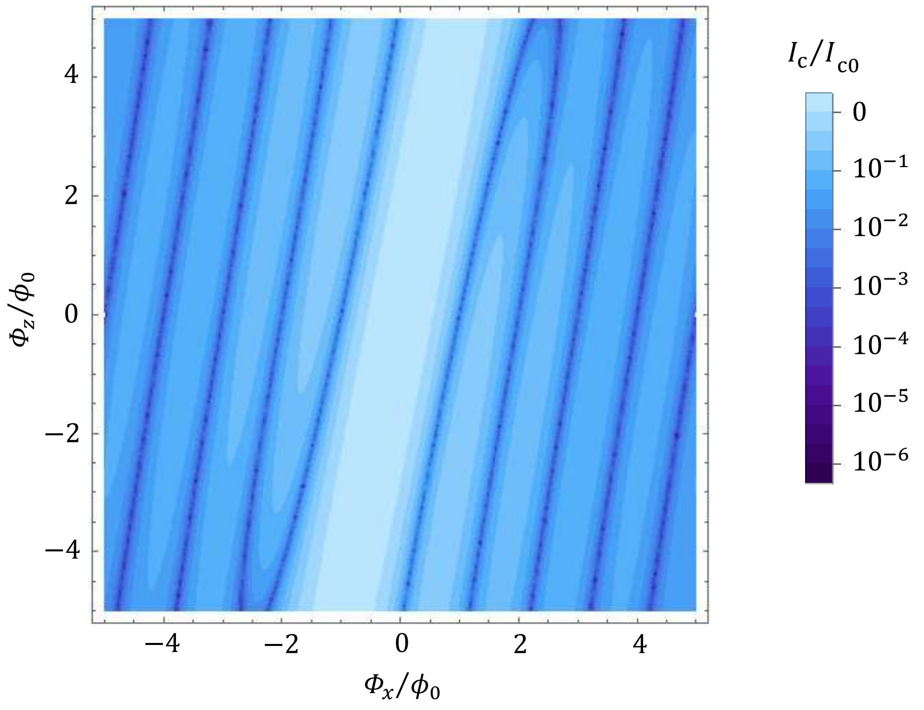

図 3.2　オーバーラップ型接合おける干渉パターン(臨界電流の磁場依存性)

十字型接合とは異なり、目立った干渉の歪みはなく、線形の干渉がほぼ等間隔に並んでおり、一部が接続することで歪曲した形状を取った。また、十字型接合のプロットにはあった、目立った「干渉のない領域」がない。このことから、十字型接合とは異なり、オーバーラップ型接合では垂直磁場の印加によって干渉を生じることが予想される。

図 3.2 のような干渉の形状の特徴は、平行に磁場を印加したとき、その数倍の垂直磁場を印加することで平行磁場の印加を打ち消すことができると言い換えることができると考えている。その理由の考察を図 3.3、図 3.4 に示す。

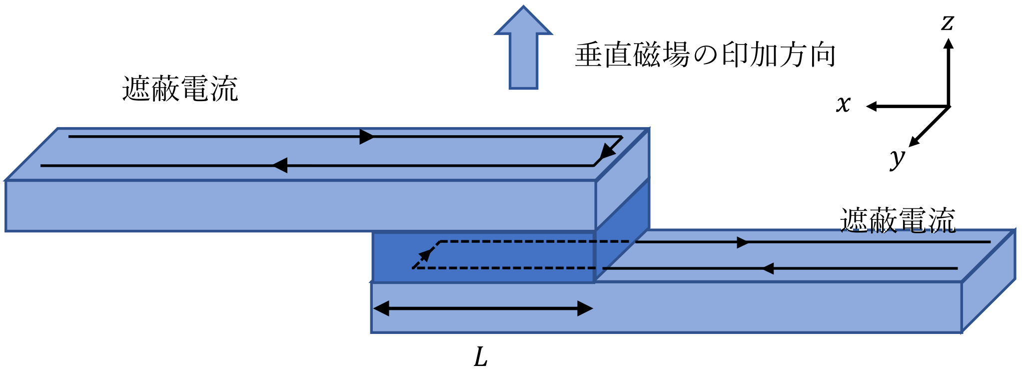

図 3.3　オーバーラップ型接合において干渉形状が線形になる理由の考察①

図 3.3 のように、接合に対して垂直な磁場(z軸正の向き)を印加すると、それぞれの超伝導ストリップに図中に示す向きに遮蔽電流が流れる。ここで、接合部付近を流れる遮蔽電流に着目する。接合部付近では、上下ストリップについて、それぞれ正負逆向きにy軸方向の電流が流れる。これを踏まえ、図 3.4 を示す。

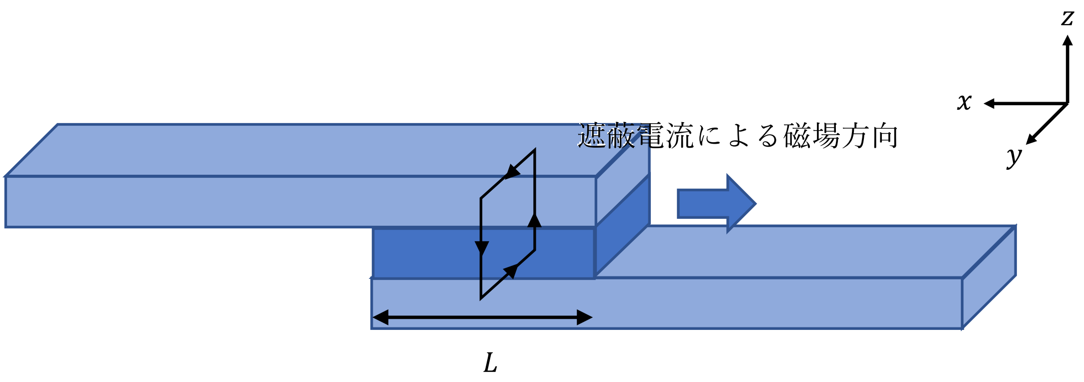

図 3.4　オーバーラップ型接合において干渉形状が線形になる理由の考察②

図 3.4 のように、上下ストリップを流れる遮蔽電流により、x軸負方向への磁場が生じると考えられる。つまり、z軸正方向へ磁場を印加することで、x軸負方向への磁場が生じるといえ、図 3.2 に示したような両磁場を増加する方向への傾きを持った線形の干渉パターンが得られたと考えられる。

3.1.3　重なり長さの違いが与える影響

オーバーラップ型接合において、重なり長さを変更してジョセフソン電流の磁場依存性のプロットを行った。図 3.5 にその結果を示す。

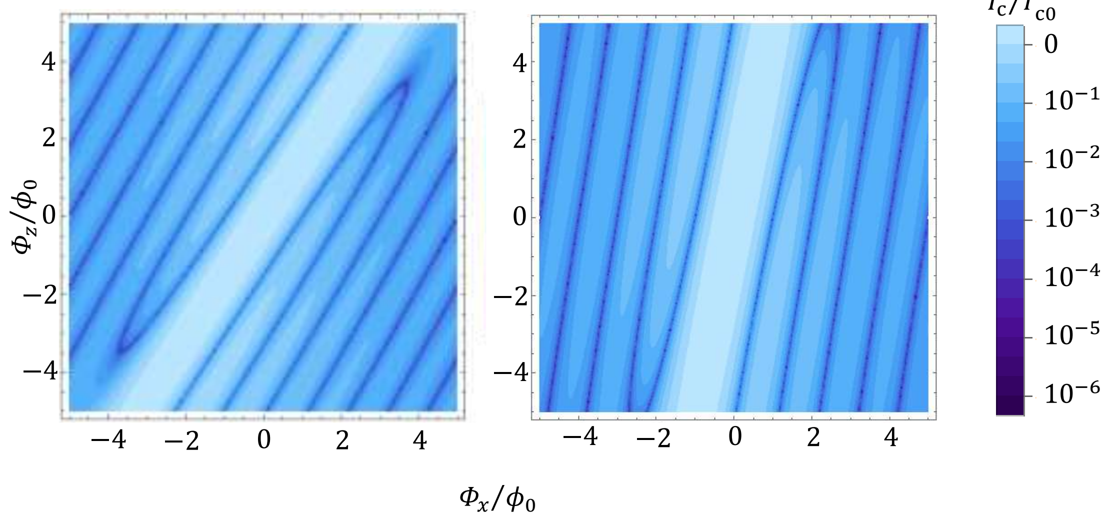

図 3.5　オーバーラップ型接合において重なり長さLがジョセフソン電流に与える影響 (a) $L: W = 0: 1$、(b) $L: W = 1: 1$

視覚的な特徴として、重なり長さLを増加することで、干渉の傾きが増加していることがわかる。この結果は、重なり長さを増加するほど垂直磁場の印加に鈍くなっていくことを示している。この結果は、図 3.3、図 3.4 に示した考察と照らし合わせると、重なり長さが大きくなることで、垂直磁場を印加したときに生じるx軸負の向きへの磁場の原因である、y軸方向の遮蔽電流の影響が相対的に小さくなっているためであると考えられる。なお、さらに重なり長さを増加すると、傾きもさらに大きくなっていったが、図 3.5(b)の 10 倍である、$L = 10$の時点で、縦軸に対してほぼ垂直になった。

また、重なり長さを変化しても、平行磁場のみで垂直磁場が印加されていない領域の直線を引いたとき、磁束量子の整数倍のステップ$n\phi_0$で極小値をとる、Fraunhofer 型のプロットとなっていることが分かる。

3.2　電流分布

この節では、それぞれの接合の電流分布を示す。各プロットについて、縦、横軸が位置を示す座標であり、紫色が濃いほど絶縁層を垂直に貫く規格化電流が1に近づき、青色が濃いほど-1に近づくことを意味している。また、オーバーラップ型接合の垂直磁場の効果が分かりやすいよう、$L/W = 1:2$を採用している。

3.2.1　十字型接合

十字型接合における電流分布の密度プロットを図 3.6 に示す。

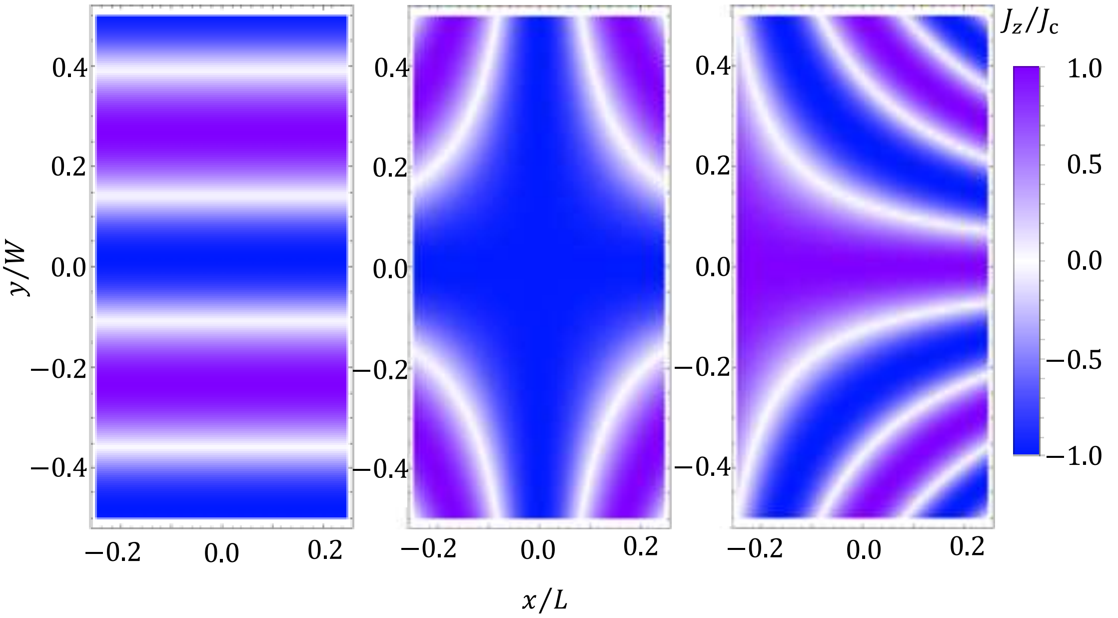

図 3.6　十字型接合における電流分布

(a)$(\Phi_x, \Phi_z) = (1,0)$、(b) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,3)$、(c) $(\Phi_x, \Phi_z) = (1,3)$

図 3.6(a)は、平行磁場のみを印加した場合のプロットの一例である。x軸に平行でx軸方向へは変化しない縞状の分布として表れる。正の電流と負の電流が接合内に等量含まれているとき、正味の電流はゼロとなり干渉となって現れる。これがΦ_x/ϕ_0間隔で発生するため、Fraunhofer 回折型の干渉パターンが現れる。図 3.6(b)は、垂直磁場のみを印加した場合である。垂直磁場を印加すると、四隅だけが変調されるパターンが現れる。この中央部の大領域が存在することが、干渉が現れないことと対応すると考えている。図 3.6(c)は、平行磁場と垂直磁場を両方印加した、「斜め磁場」の場合である。(a)、(b)を混合したようなパターンとなる。干渉を生じない垂直磁場の印加による影響が大きくなるため、図 3.1 の干渉が現れない領域が$|\Phi_z|$を増加する方向へ広がっていくパターンに対応していると考えられる。なお、図 3.6 には含めていないが、磁場を印加していない場合は一様に$J_z/J_c = 1.0$の電流分布となった。

3.2.2　オーバーラップ型接合

オーバーラップ型接合における電流分布のプロットを図 3.7 に示す。

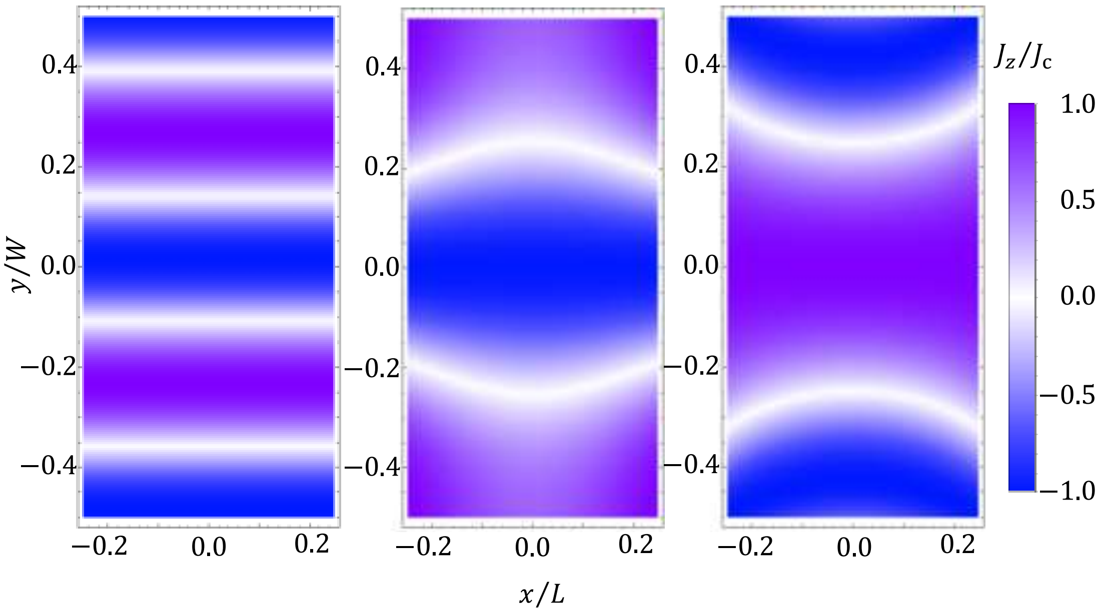

図 3.7　オーバーラップ型接合における電流分布
(a)$(\Phi_x, \Phi_y) = (1,0)$、(b) $(\Phi_x, \Phi_y) = (0,3)$、(c) $(\Phi_x, \Phi_y) = (1,3)$

図 3.7(a)は、オーバーラップ型接合において、平行磁場のみを印加した場合の電流分布の一例である。図 3.6(a)と比較して、同じパターンが得られていることが分かる。図 3.7(b)は、垂直磁場のみを印加した場合である。十字型接合のそれとは異なり、平行磁場のみを印加したパターンの中央を上下に引き延ばしたように湾曲したパターンが得られた。このパターンから、オーバーラップ型接合では電流密度の接合面内の面積分の結果が 0 となりえ、垂直磁場のみの印加によって干渉が生じると予想される。図 3.7(c)は、斜め磁場の場合である。視覚的には、図 3.7 (a)の分布を$|\Phi_z| = 0$に近づく方向へ引き延ばしたような電流分布となった。こちらも垂直磁場と同様、干渉を生じうるといえる。

3.2.3　垂直磁場の効果

次に、垂直磁場の効果を見るため、垂直磁場のみを印加し、増加していった場合の各タイプの接合の電流密度の密度プロットを図 3.8、図 3.9 に示す。

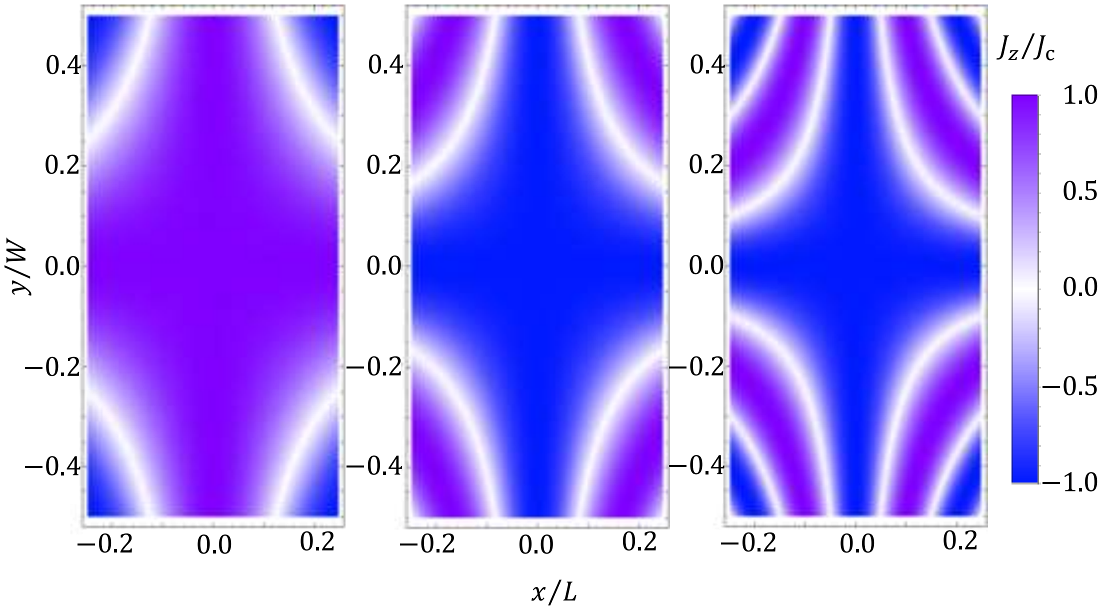

図 3.8　十字型接合における垂直磁場を増加させたときの電流分布の変化
(a) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,2)$、(b) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,3)$、(c) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,5)$

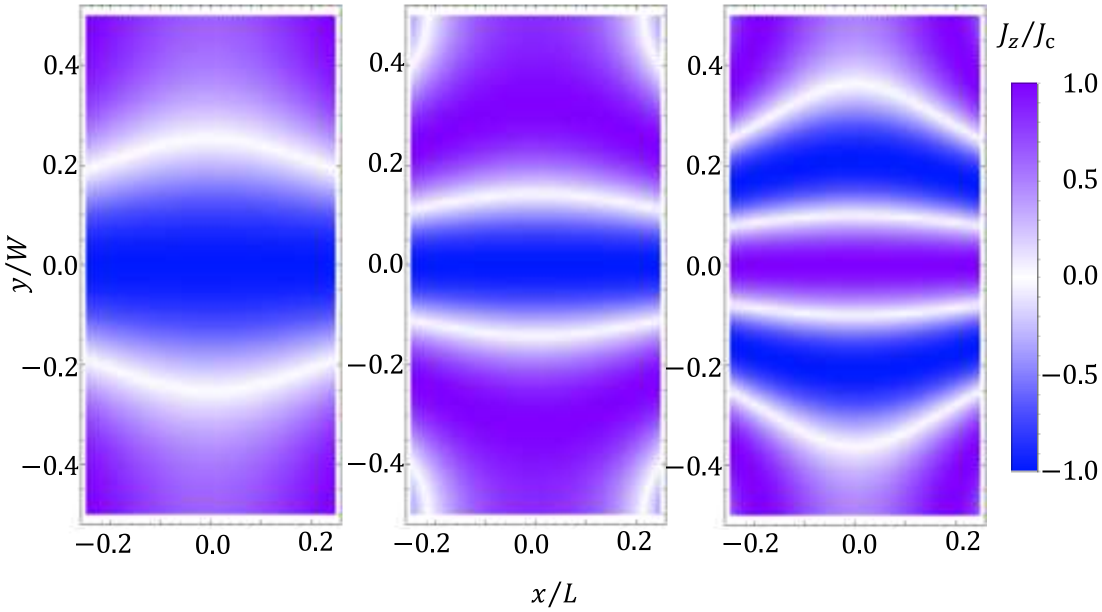

図 3.9　オーバーラップ型接合における垂直磁場を増加させたときの電流分布の変化
(a) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,3)$、(b) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,5)$、(c) $(\Phi_x, \Phi_z) = (0,7)$

図 3.8(a)、(b)、(c)より、印加する垂直磁場を増加すると、四隅が発達していく様子が確認できる。中央の大領域が存在するため、接合全体の積分で与えられる正味の電流がゼロになることはない。一方で、図 3.9(a)、(b)、(c)より、オーバーラップ型接合では平行磁場による電流分布を引き延ばしたような形になっており、その縞の正負により正味の電流が極小値を取ると考えられる。

第 4 章　まとめ

十字型接合とオーバーラップ型接合の二つのジョセフソン接合について、接合電流を解析するために、接合電流を変調するゲージ不変な位相差θ(座標に関する項θ_1)を導出し、規格化臨界電流I_c/I_{c0}と電流密度J_z/J_cを位相差θに関する式として表し、さまざまな大きさの斜め磁場を印加した時の電流分布の磁場依存性と電流分布を解析的に視覚化することで、斜め磁場の印加が接合電流に与える影響を観察した。また、ジョセフソン接合の形状の違いが接合電流に与える影響を考察した。

2 タイプの接合について得られた結果の違いの中で最も目を見張るものとして、垂直磁場の効果に大きな差異があることを電流分布という観点から考察した。十字型接合では垂直磁場のみ印加する場合、どのような大きさで印加しても干渉を生じないが、オーバーラップ型では平行磁場と同様に(ただし、$\sin\theta$のような単純な周期ではないが)垂直磁場のみの印加で干渉が生じる。十字型接合の臨界電流の磁場依存性はそのために垂直磁場の絶対値$|\Phi_z|$を増加する方向へ干渉がない領域が広がっていく様子が観察された。一方オーバーラップ型接合では、目立った干渉がない領域が見られず、線形に近いプロットとなった。四隅が変調される十字型接合に対し歪んだ縞状の分布となったオーバーラップ型の電流分布からも干渉の有無が推測できた。また、オーバーラップ型接合において、その接合部のx軸方向への重なり長さLの大きさを変え、臨界電流の磁場依存性にどのような変化が生じるか検証した。重なり長さが増加すると、垂直磁場Φ_z方向への変化に鈍感になった(磁場依存性の傾きが縦軸に漸近していく方向へ増加した)。また、この結果を含め、オーバーラップ型接合において線形に近い干渉パターンが見られた理由について、垂直磁場を印加することで生じる遮蔽電流と結び付けて考察を行った。

基礎的な領域の研究で、実験による検証や実用的な機器への応用までは至らなかったが、引継ぎ先で垂直磁場の印加による位相制御や SFQ 回路、量子ビット計算などの応用へ繋がることを期待したい。

研究業績

国内学会

1.　上田天馬、小田部荘司、馬渡康則 : 第 82 回応用物理学会秋季学術講演会、9 月 10 日 – 9 月 13 日、2021 年、オンライン

2.　上田天馬、小田部荘司、馬渡康則 : 第 102 回低温工学・超電導学会研究発表会 1B-a01、12 月 14 日 - 12 月 15 日、2021 年、オンライン

3.　上田天馬、小田部荘司、馬渡康則 : 第 69 回応用物理学会春季学術講演会 23p-D215-16、3 月 22 日 - 3 月 26 日、オンライン

国際学会

1.　Tenma Ueda, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari, The 35th International Symposium on Superconductivity (ISS2022), ED5-3, November 29 - December 1, 2022, WINC AICHI, Nagoya, Japan

参考文献

[1]　松下照男、磁束ピンニングと電磁現象、産業図書

[2]　松田瑞史、栗城眞也、SQUID の原理とシステム化技術
https://www.jstage.jst.go.jp/article/oubutsu1932/71/12/71_12_1534/_pdf

[3]　Yasunori Mawatari, “Anomalous interference patterns in critical currents of small planar Josephson junctions exposed to oblique magnetic fields”

[4]　B. D. Josephson, Superconductors through Barriers, Adv. Phys. 14, 419 (1965).

[5]　M. Weihnacht, Influence of Film Thickness on D. C. Josephson Current, Phys. Stat. Sol. (b), 32, 2, K169 (1969).

[6]　I. S. Gradshtein and I. M. Ryshik, Table of Integrals, Series, and Products, 5th ed. (Academic, 1994)

[7]　藤巻朗、低エネルギー情報ネットワークを目指した超伝導デジタル回路開発
https://www.jstage.jst.go.jp/article/oubutsu/82/7/82_566/_pdf

[8]　A. Barone and G. Paterno: “Physics and Applications of the Josephson Effect”, Wiley, New York, 1982.

[9]　R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver, and J. E. Mercereau, Phys. Rev. Lett. 12, 159 (1964).

[10]　J. Clarke, A. I. Braginski, eds. The SQUID handbook (WILEY-VCH Verlag, GmbH, 2004).

[11]　I. Rosenstein and J. T. Chen, Phys. Rev. Lett. 35, 1310 (1975).

[12]　S. L. Miller, K. R. Biagi, J. R. Clem, and D. K. Finnemore, Phys. Rev. B 31 2684 (1985).

[13]　R. Monaco, M. Aaroe, J. Mygind, and V. P. Koshelets, J. Appl. Phys. 104, 023906 (2008).

謝辞

最初に、九州工業大学大学院情報工学研究院電子情報工学研究系エレクトロニクス分野の小田部荘司教授に深くお礼を申し上げます。国内・国際での学会への参加の機会だけでなく、学外の研究者の方との交流や論文投稿の機会も設けて下さり、大学院生としての活動の幅広い支援を賜りました。

また、国立研究開発法人産業技術総合研究所、電子光技術基礎研究部門の馬渡康則先生にも深くお礼を申し上げます。国際学会で一度顔を合わせた以外はすべてオンラインでのやり取りになりましたが、研修という形で受け入れて下さり、研究内容そのものについてだけでなく、学会発表や論文での表現などに関しても多くのご指導を頂きました。

また、大学生活、大学院生活の心の支えとなった先輩、後輩、同僚の方々、その中でも特に、同じ研究テーマで諸式の導出を行った原岡壮馬君、そして唯一の同学年の大学院生である岩崎慎也君の諸氏に感謝の意を示します。

最後に、重ね重ねにはなりますが、支えて下さった方々に厚くお礼を申し上げます。

【本研究は、JSPS 科研費 20K05314 の助成を受けて行われた。】