

令和5年度 修士論文

有限要素法を用いた超伝導ケーブルの
事故時の臨界電流及び表面磁場の評価

九州工業大学情報工学府

情報創成工学専攻 物理情報工学専門分野

学生番号 226E0318

ZHANG Yuwei

指導教員：小田部 荘司

目次

| | |
|--|--------|
| 第1章 序論..... | - 1 - |
| 1.1 超伝導体..... | - 1 - |
| 1.1.1 超伝導体の歴史..... | - 1 - |
| 1.1.2 銅酸化物超伝導体..... | - 2 - |
| 1.1.3 ビスマス系超伝導体..... | - 3 - |
| 1.1.4 RE系超伝導体..... | - 3 - |
| 1.1.5 第1種・第2種超伝導体..... | - 3 - |
| 1.1.6 超伝導体の n 値..... | - 4 - |
| 1.2 鉄道への超伝導ケーブルの導入..... | - 4 - |
| 1.3 有限要素法..... | - 5 - |
| 1.3.1 モデル構築..... | - 6 - |
| 1.3.2 節点と要素..... | - 6 - |
| 1.3.3 支配方程式の構築..... | - 6 - |
| 1.3.4 境界条件の設定..... | - 6 - |
| 1.3.5 数値解法..... | - 6 - |
| 1.3.6 結果の解釈..... | - 6 - |
| 1.4 JMAG..... | - 7 - |
| 1.5 \mathbf{A} - ϕ 法..... | - 7 - |
| 1.6 臨界状態モデル(Bean モデル)..... | - 9 - |
| 1.7 本研究の目的..... | - 10 - |
| 第2章 FEMによる解析方法と内容..... | - 11 - |
| 2.1 解析方法..... | - 11 - |
| 2.1.1 Bi2223 超伝導線材素線の構造..... | - 11 - |
| 2.1.2 計算用回路..... | - 12 - |
| 2.2 JMAGによる電気特性の妥当性の検証..... | - 13 - |
| 2.3 解析内容..... | - 15 - |
| 2.3.1 Bi2223 線材の解析..... | - 15 - |
| 2.3.2 Bi2223 線材の臨界電流に対する線材巻きピッチ長さの影響..... | - 15 - |
| 2.3.3 Bi2223 ケーブルの臨界電流計算に対する通電速度の影響..... | - 16 - |
| 2.3.4 事故時の超伝導ケーブルの電気特性..... | - 18 - |
| 第3章 結果及び考察..... | - 20 - |
| 3.1 Bi2223 線材の解析..... | - 20 - |
| 3.2 Bi2223 線材の臨界電流に対する線材巻きピッチ長さの影響の解析..... | - 21 - |
| 3.3 Bi2223 ケーブルの臨界電流計算に対する通電速度の影響..... | - 24 - |
| 3.4 事故時の超伝導ケーブルの電気特性..... | - 25 - |

| | |
|---------------|--------|
| 第 4 章 結論..... | - 31 - |
| 参考文献..... | - 32 - |
| 謝辭..... | - 33 - |
| 研究業績..... | - 34 - |

第 1 章 序論

1.1 超伝導体

1.1.1 超伝導体の歴史

超伝導体のルーツは 1911 年までさかのぼる。ヘルムホルツ大学の物理学者ヘイキシュ・カメリング・オネス (Heike Kamerlingh Onnes) によって、水銀を冷却する実験を行い、極低温で水銀の電気抵抗が急激になくなり、完全に消失することを発見した[1]。通常の導体よりも電流が流れやすいこの性質を持つ物質は超伝導体と呼ばれ、この現象が起こる温度を臨界温度と定義している。臨界温度以上の超伝導体の抵抗は、通常の抵抗を持つ導体と大差ないが、臨界温度以下では超伝導状態に変化し、電気抵抗ゼロと完全反磁性を示す。超伝導状態と常伝導状態の関係は、図 1.1 で見ることができる。超伝導体は、温度 T が上昇するにつれて、超伝導状態から常伝導状態に転移する。同様に、常伝導状態への転移は、超伝導体に印加する磁場 H を増加させるか、超伝導体を流れる電流密度 J を増加させることによって達成することができる。これらの相境界はそれぞれ温度 T_c 、磁界 H_c 、電流密度 J_c に存在する。

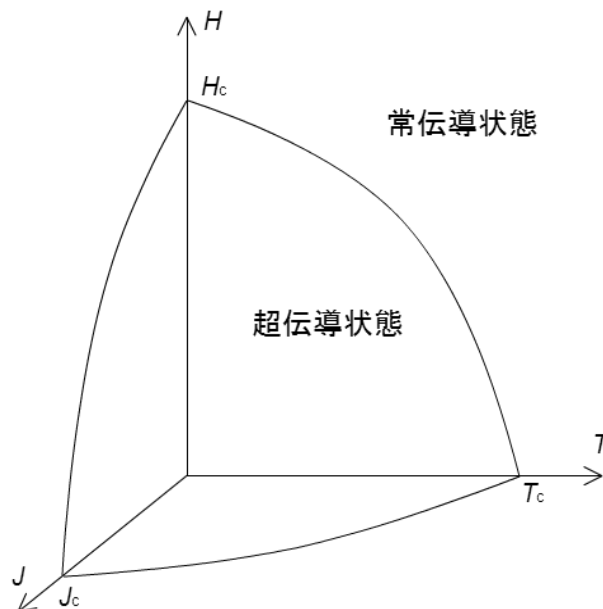


図 1.1 超伝導状態と常伝導状態の関係

1957 年、3 人の物理学者 (ジョン・バーディーン、レオン・クーパー、ロバート・シュライバー) は、超伝導現象を理論的に説明するために BCS 理論を提唱した。この理論は、低温に

おける超伝導のメカニズムを説明するもので、電子の対はクーパー対として知られている、この理論によって、超伝導体の臨界温度 T_c が 30 K を超えないと予想された[2]。

1986 年に IBM の研究者らが酸化物の化合物において、液体窒素の温度でも超伝導現象が観測されることを報告した。臨界温度 T_c が 35 K である $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ などの LaBaCuO 系超伝導体である、これはそれまでの低温超伝導体とは異なり、高温超伝導体として注目されましたが発見された、この発見はヨハネス・ベレンシャップ (Johannes Georg Bednorz) とカール・アレクサンダー・ミュラー (Karl Alexander Müller) によるものである。これより高温で超伝導状態となる超伝導体の発見が期待された。その後、銅及び酸素を含む超伝導体は銅酸化物超伝導体と呼ばれ、超伝導体に関する研究は急速に発展した。1987 年に T_c が液体窒素の沸点(77.3 K)以上の高温超伝導体(HTS: High Temperature Superconductor)も発見され、今後より高い T_c を持つ超伝導体の発見が期待されている。

2008 年にヨーゼフ・ゲオルク・ベデノーシュ (Johannes Georg Bednorz) とアレクサンダー・ミュラー (Karl Alexander Müller) の二人の物理学者が鉄系超伝導体を発見した、鉄系超伝導体は、これ以前に知られていた超伝導体とは異なり、高温 (液体窒素 77.3 K の温度程度) で超伝導を示すという点で注目されている、実用化の可能性についての期待が高くなって行った。

2013 年、グラフェンと呼ばれる炭素原子の単層からなる物質が超伝導であることが報告された、近年パワーデバイスに利用される半導体であるシリコンカーバイド (SiC) 結晶基板の表面上に、単一原子層のグラフェンを作製し、その上にカルシウム (Ca) を蒸着 (真空中で原子を堆積すること) して加熱処理してできた試料が、冷やすと超伝導を発現することを発見しました。これにより、新しいタイプの超伝導体の可能性が開かれた[3]。

こうした発見と発展により、超伝導体の理論的理解と実用化は大きく前進し、さまざまな分野での応用が模索されている。超伝導体はすでに磁気浮上列車や磁気共鳴画像装置 (MRI) などの技術に利用されており、今後も新たな発見と応用が期待されている。

1.1.2 銅酸化物超伝導体

銅酸化物超伝導体は、1986 年に IBM の研究者によって発見され、銅素と酸素から構造される二次元銅酸素シートを基本構造として、銅酸化物超伝導体になる、これらの物質は、通常の超伝導体よりも高温で超伝導を示し、主にイットリウム・バリウム・銅・酸素 (YBCO) 系超伝導体が代表的である。Y 系の銅酸化物超伝導体の臨界温度は 92 K に到達した、また 1993 年で臨界温度が 135 K の水銀系銅酸化物超伝導体「 $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ 」が発見された、このような超伝導体を線材化、電力輸送と MRI などへの応用が期待されている[4]。銅酸化物超伝導体は複雑な結晶構造をあり、高温超伝導のメカニズムにおいて BCS 理論では説明しきれない相互作用が重要視されている。

1.1.3 ビスマス系超伝導体

ビスマス系超伝導体は、希土類元素を含まない酸化物超伝導体の一種で、主にビスマスとカルシウム、ストロンチウム、銅から構成される化合物である。代表的なものには Bi-2212 (ビスマス・ストロンチウム・カルシウム・銅・酸素) や Bi-2223 (ビスマス・ストロンチウム・カルシウム・銅・酸素) などは典型的な例である。ビスマス系の超伝導体 Bi-2223 ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$) が 1988 年に科学技術庁金属材料技術研究所(現・物質・材料研究機構)の前田弘のグループによって開発された。ビスマス系超伝導体は複雑な結晶構造を持っている。ビスマス酸化物層や銅酸化物層が積層され、これが高温超伝導のメカニズムに寄与している。ビスマス系超伝導体は、液体窒素の温度範囲 (約 30 K から 110 K まで) 以上で高温超伝導を示すことが特徴である。この特性により、液体窒素を冷却剤として利用することが可能になって、実用的な応用が期待されている、液化天然ガス (LNG) の蒸発温度である 110 K の温度を持つため、高価な液体ヘリウムが不要となり、冷却コストを大幅に削減することが期待されている。[5]。

1.1.4 RE 系超伝導体

RE 系超伝導体 (Rare Earth 系超伝導体) は希土類元素を含む複雑な結晶構造を持つ化合物で、その中でも高温超伝導を示すものがある、代表として、RE123 系の Y123 ($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_x$) の臨界温度 T_c は 93 K となっている[6]。Y 系超伝導体 (Y123) を含む RE123 系超伝導体は、液体窒素中 77 K 付近の磁場中で高い臨界電流密度 J_c を有することから、液体窒素温度で動作可能な高温超伝導線材として期待されている。

1.1.5 第 1 種・第 2 種超伝導体

超伝導体には第 1 種と第 2 種の 2 種類があり、その磁気的な性質により区別されている。第 1 種超伝導体は図 1.2 に示すように臨界温度以下では磁場を完全に排除し、超伝導体内の磁界はゼロに保たれるという性質である。1933 年にマイスナー (Fritz Walther Meissner) とオクセンフェルト (Robert Ochsenfeld) によって発見されたことから、マイスナー効果と呼ばれる。内部に超伝導電流が流れる。臨界磁場を超えると急激に超伝導状態から正常な状態 (通常の金属状態) に転移する。一般的に、低温での超伝導が見られる金属や合金である。

第 2 種超伝導体は図 1.2 に示すように臨界温度以下では下部臨界磁界 H_{c1} までマイスナー状態を示し、上部臨界磁界 H_{c2} まで磁束の侵入を許し、内部に部分的な超伝導電流が存在する。外部磁場が増加すると超伝導電流の通る領域が増加し、最終的に超伝導状態から通常の状態へと転移する[7]。

高温超伝導体の中には第一種超伝導体も存在するけど、一般的には第二種超伝導体が多いである。例えば、 $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ （水銀・バリウム・カルシウム・銅・酸素）など、一部の化合物が高温超伝導性を示す中で第一種超伝導体の特徴を持っていることがある。高温超伝導体が主に第二種超伝導体である理由は、通常の冷却手段（液体窒素や液体ヘリウムなど）で冷却されることが一般的で、その範囲では第二種超伝導体が安定することができる。第二種超伝導体は外部磁場に対して部分的な超伝導状態を保ち、磁場の侵入を許容するため、高磁場応用などで利用することが可能である。

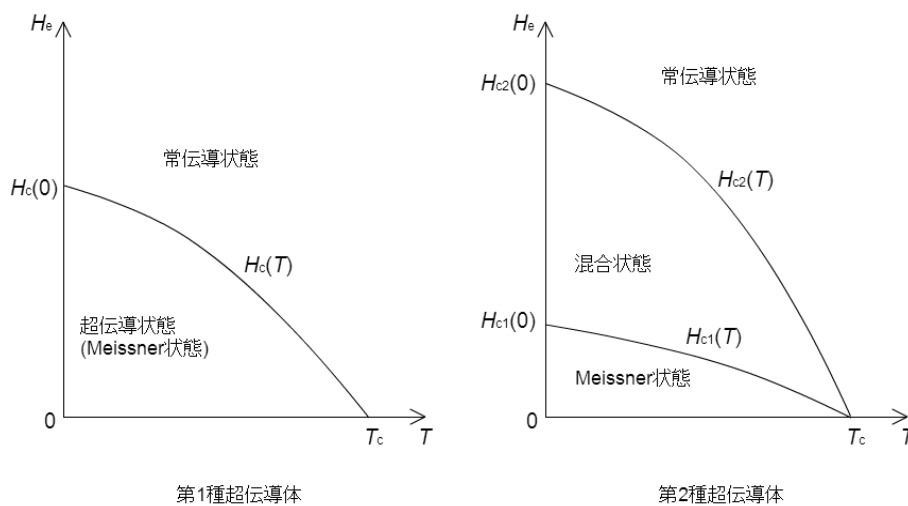


図 1.2 第 1 種超伝導体(a)・第 2 種超伝導体(b)

1.1.6 超伝導体の n 値

従来の第 2 種超伝導体には、ある臨界電流以下でゼロ抵抗状態、それ以上では抵抗状態という単純な近似を用いることによって、 E - J 特性は以下のように表される。

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (1.1)$$

ここで、 E_0 は超伝導体の臨界電流密度 J_c を定義する基準値である。このような超伝導体内の電磁現象を記述するモデルは n 値モデルと呼ばれる。

指数 n を n 値と呼び、第 2 種超伝導体の非線形性を示すパラメーターとして、 J_c とともに用いられている。[8]

1.2 鉄道への超伝導ケーブルの導入

超伝導ケーブルは、その特異な性質から電気抵抗がほとんどないため、エネルギーの効率的な伝送を可能にする技術として注目されています。ここでは鉄道においては、超伝導ケー

ブルの導入がいくつかの利点と開発状況について説明する。

高温超伝導線材には、臨界温度以下で一般の銅線と同じように使用できる。超伝導状態になる温度で、電気抵抗がゼロのため、送電線に活用すれば、長距離でも電力の損失が極めて少なくなため、これにより、鉄道の電力供給において効率が向上し、エネルギーの節約が期待できる。超伝導ケーブルは高電流密度を持つため、限られたスペース内で大量の電力を伝送できるため、車両の動力伝送において効率的なシステムを構築することが可能である、超伝導ケーブルは強力な磁場を生成することができるため、磁気浮上鉄道（Maglev）において車両を浮上・推進するための駆動システムとして利用することが可能である。これにより、地上との摩擦がほぼない状態での高速で静音かつエネルギー効率の良い運行が可能になる。

鉄道への導入に向けた超伝導線材を応用するため、コイル状や螺旋状に巻き線をし、ケーブルとする。図 1.3 に示すように、超伝導ケーブルを鉄道のき電線へ応用すると、電気抵抗がゼロである性質から、損失なく電気を遠くまで運ぶことができるため、電力供給の安定性が向上する。電力の損失が少ないため、電力の変動や電圧の低下が軽減され、鉄道網全体の信頼性が上がる。変電所の負荷平準化や電圧効果の低減による変電所数の削減、回生効率の向上が期待できる。また、レールに流れる帰線電流を超伝導ケーブルに流すことで大地への漏れ電流もなくなり漏電の問題も解決できる[9]。

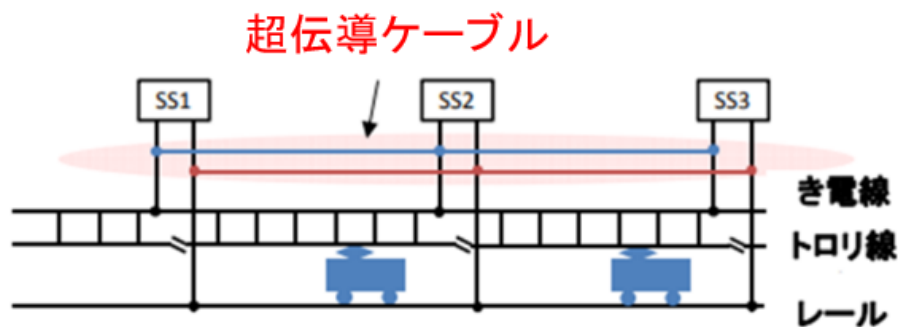


図 1.3 超伝導ケーブルを導入した場合

1.3 有限要素法

有限要素法（Finite Element Method, FEM）は数値解析手法の一つ。解析的に解くことが難しい微分方程式の近似解を数値的に得る方法の一つであり[10]、Turner-Clough-Martin-Topp によって導入された[11]。方程式が定義された領域を小領域（要素）に分割し、各小領域における方程式を比較的単純で共通な補間関数で近似する[12]。構造力学分野で発達し[6]、他の分野でも広く使われている手法である。その背景となる理論は、関数解析(リースの表現定理、ラックス＝ミルグラムの定理など)と結びついて、数学的に整然としている。主に工学、物理学、地球科学、生体医工学などの分野で広く使用されている。ここで、FEM の基本的な概念と手順について説明する。

1.3.1 モデル構築

FEM は対象となる領域を有限な数の要素に分割し、それぞれの要素に対して数学的なモデルを適用する。この際、物体や領域を要素で近似することにより、連続体の問題を離散的な問題に変換して計算する。

1.3.2 節点と要素

モデルの構築では、要素と呼ばれる小さな部分に対して、計算の基本となる物理的な特性や挙動を定義する。これらの要素は、節点と呼ばれる端点で接続され、節点には変数が関連付ける。

1.3.3 支配方程式の構築

各要素において物理法則（弾性力学、熱伝導など）を数学的にモデル化し、連立方程式を構築する。これには、節点の変位や温度などの未知数が含まれる。これにより、対象となる物理的な問題に関する支配方程式が得られる。

1.3.4 境界条件の設定

未知数が含まれる連立方程式を解くには、適切な境界条件が必要である。これには、物体や領域の境界での変位や温度、力などが含まれる。境界条件を与えることで、解の一意性が確保することができる。

1.3.5 数値解法

連立方程式を解くために、数値解法（ガウスの消去法、反復法など）が適用される。この際、コンピュータを用いて大規模な計算が行われる。解の精度や計算効率は選択された数値解法に依存する。

1.3.6 結果の解釈

計算が終了したら、各節点や要素での変位、応力、温度分布などの解を得ることができる。これらの結果を解釈し、設計や解析のための意思決定を行う。

FEM は複雑な物理現象や構造の解析において非常に強力なツールであり、多岐にわたる応用が可能である。有限要素法は構造解析、熱解析、電磁場解析、流体力学など、様々な分野で利用されている。

1.4 JMAG

「JMAG Designer」は、電磁場解析および設計のためのソフトウェアツールで、主に電磁気、磁気、電気機械エネルギーシステムの設計と解析に使用されている、JMAG は 1983 年に株式会社 JSOL が開発した電気機器設計、開発のためのシミュレーションソフトウェアであり、有限要素法を用いて高速に解析することによりバルク内部の複雑な物理現象を正確に捉えることができる。JMAG は、電磁場の解析を行うためのシミュレーションツールである。これにより、電磁場中の様々な物理現象をモデリングし、解析することができる。電動機、変圧器、発電機などの電気機械エネルギーシステムの設計に利用されて、効率の向上や性能の最適化が可能になる。

JMAG は、は様々な材料の特性をモデル化するための機能を提供している。これには磁気特性、電気特性、熱特性なども含まれ、非線形および非同次材料のモデリングが可能であり、実際の物理現象に対してより現実的なシミュレーションすることができる。電気機械エネルギーシステムの設計や解析において、エンジニアや研究者にとって非常に役立つツールの一つである[13]。

1.5 A-φ法

渦電流問題を高速に解く方法として、磁気ポテンシャル \mathbf{A} と電気スカラーポテンシャル ϕ を未知数として解くベクトルポテンシャル法(A-φ法)というものがある[14]。

磁束密度 \mathbf{B} は、磁気ポテンシャル \mathbf{A} を用いると、

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.2)$$

と表せる。これを Maxwell 方程式

$$\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (1.3)$$

に代入すると、

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} = -\nabla \times \dot{\mathbf{A}} \quad (1.4)$$

すなわち、

$$\nabla \times (\mathbf{E} + \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad (1.5)$$

と表せる。ここで \mathbf{E} は電場の強度、 $\dot{\mathbf{B}}$ は $\partial \mathbf{B} / \partial t$ である。任意のスカラー関数 ϕ について、 $\nabla \times \nabla \phi = 0$ であるから、 \mathbf{E} は

$$\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{A}} - \nabla \phi \quad (1.6)$$

と表せる。

透磁率 μ 、電気伝導率 σ の導体中の磁場強度を \mathbf{H} 、電流密度を \mathbf{J} とする。

$\nabla \times \mathbf{H}$ に関する Maxwell 方程式は

$$\nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{J} = 0 \quad (1.7)$$

であるが、周波数が極めて低い場合を考えると電束密度 \mathbf{D} の時間微分は無視できると考えられると

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.8)$$

となる。式(1.8)に、式(1.2)および関係式

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1.9)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \quad (1.10)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.11)$$

を代入すると

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \quad (1.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla \cdot (\nabla \phi + \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad (1.13)$$

となる。任意のベクトル \mathbf{A} において

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.14)$$

が成立する。これにクーロンゲージ条件($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$)を代入する、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.15)$$

となる。式(1.12)、式(1.13)に代入すると、

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \phi) \quad (1.16)$$

となる。ここで $\phi = \Phi$ と定義して、式(1.13)、式(1.16)に代入すると、それぞれ

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \Phi) \quad (1.17)$$

$$\nabla \cdot \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \Phi) = 0 \quad (1.18)$$

となる。これらが導体中の支配方程式である。

次に、空気領域では、 \mathbf{J}_{ex} を外部電流密度とすると、Maxwell 方程式より

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{ex} \quad (1.19)$$

$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A}$ (μ_0 は空気中の透磁率)と Maxwell 方程式から。

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J}_{ex} \quad (1.20)$$

よって空気中の支配方程式は、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_{ex} \quad (1.21)$$

となる。

支配方程式を空間で離散化すると誤差が生じる。たとえば、導体中の支配方程式では、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \Phi) = \delta \mathbf{x} \quad (1.22)$$

となり、 $\delta \mathbf{x}$ が誤差である。有限要素法では、左辺の微分方程式と右辺の誤差に重み $\delta \mathbf{w}$ をかけて体積積分したものをゼロと考えることにより、誤差 $\delta \mathbf{x}$ を考慮しなくてもよいようにしている。

$$\int_V \delta \mathbf{w} \cdot \left\{ \frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \Phi) \right\} dV = \int_V \delta \mathbf{w} \cdot \delta \mathbf{x} dV = 0 \quad (1.23)$$

A- ϕ 法の有限要素法では、重み $\delta \mathbf{w}$ をAの各成分の微小変化

$$\delta \mathbf{w} = (\delta A_x, \delta A_y, \delta A_z) \quad (1.24)$$

とする。

他の支配方程式についても同様の操作を行う。

1.6 臨界状態モデル(Beanモデル)

第2種超伝導体では、混合状態下に磁束線が超伝導体内部に入り込むことから、超伝導電流の影響により磁束線はLorentz力を受ける。Lorentz力 \mathbf{F}_L は超伝導体に流れる電流密度 \mathbf{J} と超伝導体に侵入する磁束密度 \mathbf{B} から表すことができ、 $\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ である。磁束線はLorentz力による駆動力を受け動こうとするが、この磁束線の動きを止めるようにこの力に等しい制動力が働く。その一つがピンニング力 \mathbf{F}_P であり、もう一つが粘性力 \mathbf{F}_V である。これらの力が釣り合っているモデルのことを、臨界状態モデルという。臨界状態モデルは、

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_V = 0 \quad (1.25)$$

で表せる[8]。

ここで、無限円柱を想定した超伝導体について考える。このとき、準静的に外部磁場が変化するような過程においては、磁束線の速度 \mathbf{v} が小さいため、粘性力 \mathbf{F}_V は無視できる。そのため、

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_P = 0 \quad (1.26)$$

で表せる。対称性より、半径方向の磁束密度 B_r 、動径方向の磁束密度 B_ϕ はそれぞれ0となる。ここで、 δ は磁束線の半径方向の移動を示すものとし、1、または-1を示すものとする。また、 B_z はz方向の磁束密度、 J_c は臨界電流密度、 r はバルク中心からの動径方向の距離、 μ_0 は真空の透磁率とすると、

$$F_L = \frac{B_z}{\mu_0} \frac{dB_z}{dr} \quad (1.27)$$

$$F_p = \delta J_c B_z \quad (1.28)$$

より、

$$-\frac{B_z}{\mu_0} \frac{dB_z}{dr} = \delta J_c B_z \quad (1.29)$$

となる。

1.7 本研究の目的

ビスマス系の超伝導体 Bi-2223 ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10}$)が 1988 年に科学技術庁金属材料技術研究所(現・物質・材料研究機構)の前田弘のグループによって開発された以来、線材化の工夫がなされ、送電ケーブルになるために研究を進んでいる。他の高温超伝導体と比較して 110 K 以下で超伝導になることから、この特性により、液体窒素を冷却剤として利用することが可能になって、多くの用途に適用が期待される。液化天然ガス (LNG) の蒸発温度である 110 K の温度を持つため、高価な液体ヘリウムが不要となり、冷却コストを大幅に削減することが期待されている。また超伝導状態になる温度で、電気抵抗がゼロのため、超伝導ケーブルを鉄道のき電線へ応用すると、電気抵抗がゼロである性質から、損失なく電気を遠方まで運ぶことができるため、変電所数を減らし、回生効率が上昇することが期待できる。また、レールに流れる帰線電流を超伝導ケーブルに流すことで大地への漏れ電流もなくなり電食の問題も解決できる、超伝導ケーブルは高電流密度を持つため、限られたスペース内で大量の電力を伝送できるため、車両の動力伝送において効率的なシステムを構築することが可能である。超伝導体の臨界電流密度が、通常のケーブルの運転電流密度に比べて 1000 倍以上大きいという特徴を持つことから、ケーブルのコンパクト化、大容量化が実現可能であると期待されている。現在では超伝導体を用いた送電ケーブルの開発が進み、超伝導ケーブルの接合や、超伝導ケーブルの表面磁場の測定など、さまざまな研究が始まっている [16]。

「JMAG Designer」は様々な材料の特性をモデル化するための機能を提供している。これには磁気特性、電気特性、熱特性なども含まれ、非線形および非同次材料のモデリングが可能であり、実際の物理現象に対してより現実的なシミュレーションすることができる。

本研究では、有限要素法を用いて超伝導線材がケーブル化され、捻じられた状態の超伝導線材をシミュレーションし、トラブルが発生する場（超伝導素線が断路している場）の臨界電流変化と磁場分析を行なった。

第2章 FEMによる解析方法と内容

2.1 解析方法

本解析では、JMAG-Designer 18.1 を用いて超伝導線材の電気特性のシミュレーションを行った。

2.1.1 Bi2223 超伝導線材素線の構造

解析に用いた超伝導線材は、幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi-2223 超電導体で構成されている。本研究では、超伝導体の電気特性について、臨界電流密度の磁界依存性を用いて計算を行った。 J_c - B 特性のデータは図 2.1 で示す 77 K の結果を用いた[5]。

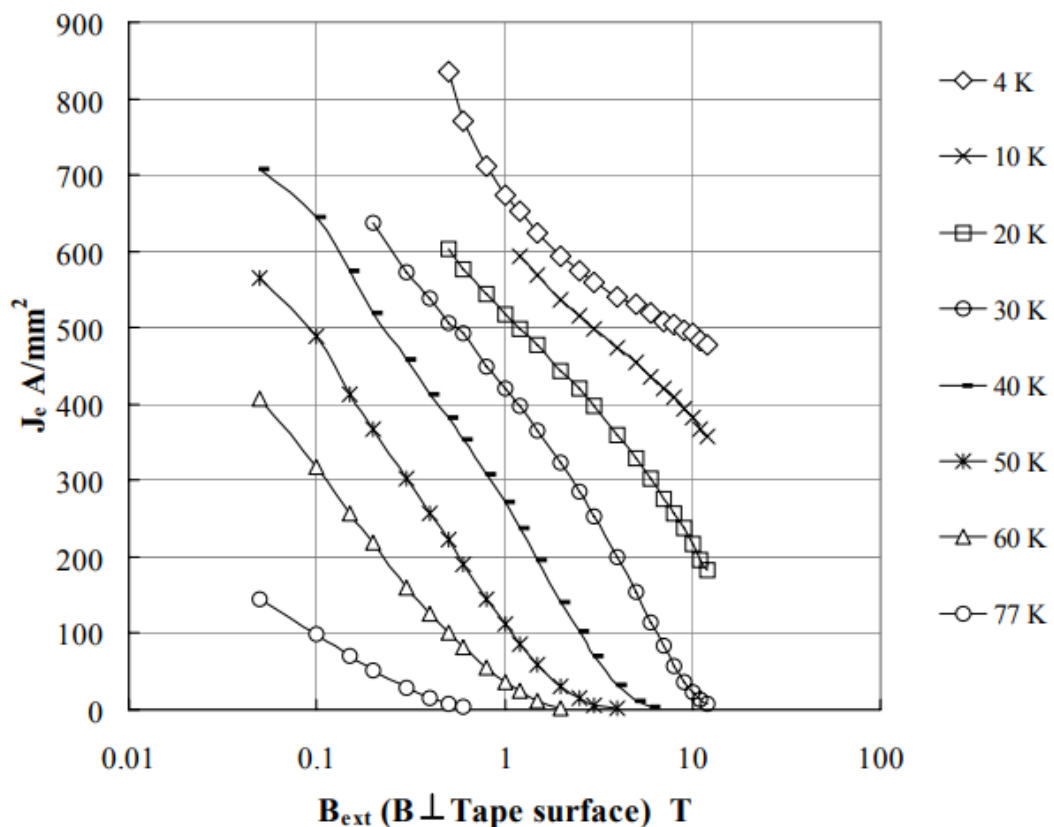


図 2.1 文献[5]にある J_c - B 特性

作成したモデルは図 2.2 に示すように、超伝導体は幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi 系線材であ

る、臨界電流密度は $2.4 \times 10^8 \text{ A/m}^2$ であるため、臨界電流が 192 A となる。

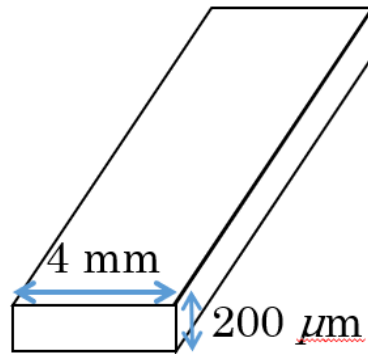


図 2.2 超伝導薄膜モデル

2.1.2 計算用回路

本研究計算用な回路は図 2.3 が示したように使っている、直流電流 DC は左から超伝導体を通して右へ流す、最後大地に流す。電圧表から回路の電圧を知り、超伝導体の電界 E を計算する、最後に $I-E$ 特性のグラフを作り、臨界電流を計算した。本研究の臨界電流は電界が $100 \mu\text{V/m}^2$ の時の電流を臨界電流として定義している。

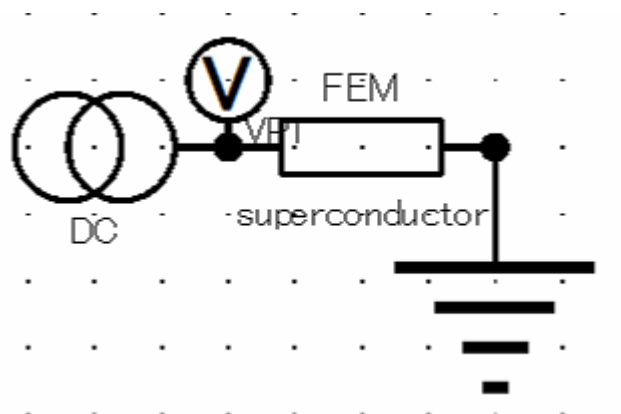


図 2.3 計算用回路図

2.2 JMAG による電気特性の妥当性の検証

操作とモデルによって、シミュレーション結果の妥当性を調べるために、Brandt らの論文から理論値結果と比較した[15]。この計算の臨界電流密度の磁界依存性は Bean モデルで行った。理論式によると、外部から超伝導平板内に電流を流す時、平板内の電流密度 $J(y)$ は

$$J(y) = \begin{cases} \frac{2J_c}{\pi} \arctan \left(\frac{a^2 - b^2}{b^2 - y^2} \right)^{1/2}, & |y| < b \\ J_c, & b < |y| < a \end{cases} \quad (2.1)$$

となる。この電流密度を積分すると、電流 I が得られる。

$$I = 2J_c(a^2 - b^2)^{1/2}, \quad b = a(1 - I^2/I_{\max}^2)^{1/2} \quad (2.2)$$

ここで、 $I_{\max} = 2aJ_c$ (超伝導平板厚さ $d = 1 \mu\text{m}$)は完全侵入する時、 $b = 0$ で発生する最大電流である。

電流密度 $J(y)$ による発生する磁界 $H(y)$ は

$$H(y) = \begin{cases} 0, & |y| < b \\ \frac{H_c y}{|y|} \operatorname{arctanh} \left[\frac{y^2 - b^2}{a^2 - b^2} \right]^{1/2}, & b < |y| < a \\ \frac{H_c y}{|y|} \operatorname{arctanh} \left[\frac{a^2 - b^2}{y^2 - b^2} \right]^{1/2}, & |y| > a \end{cases} \quad (2.3)$$

となる。ここで、 a は薄膜の幅、 $b = a(1 - I^2/I_{\max}^2)^{1/2}$ 、臨界磁場は $H_c = J_c/\pi$ である。理論計算式により、理論値の結果は図 2.4 に示す[15]。

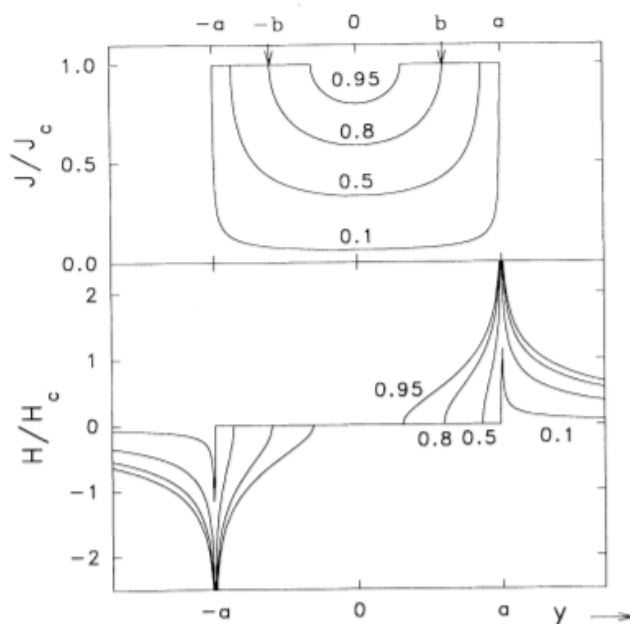


図 2.4 電流密度 $J(y)$ (上)と磁場 $H(y)$ (下)の理論値結果[12]

解析値は JMAG の解析結果である。解析値と理論値の比較結果は図 2.5 と図 2.6 に示す。

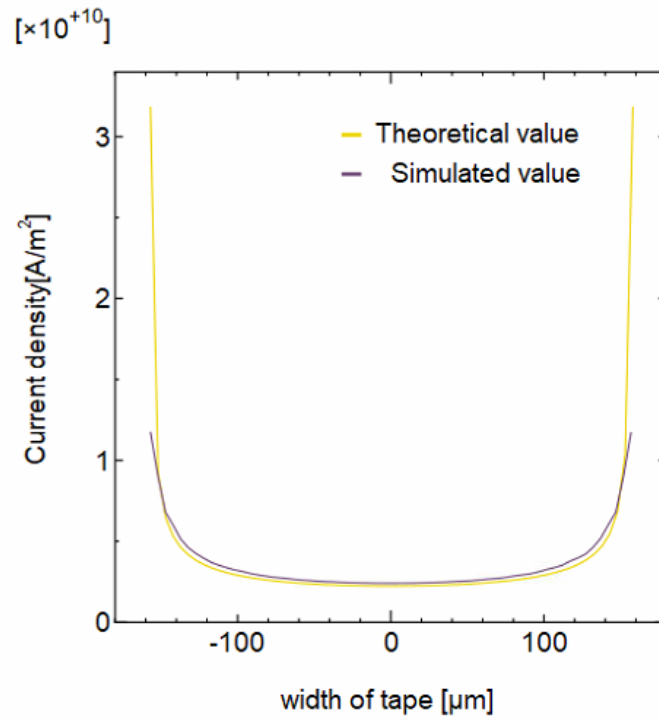


図 2.5 電流密度の解析結果と理論結果の比較

図 2.5 は電流密度の結果で、図 2.6 は磁界の結果である。比較結果は概ね一致し、適切である[16]。

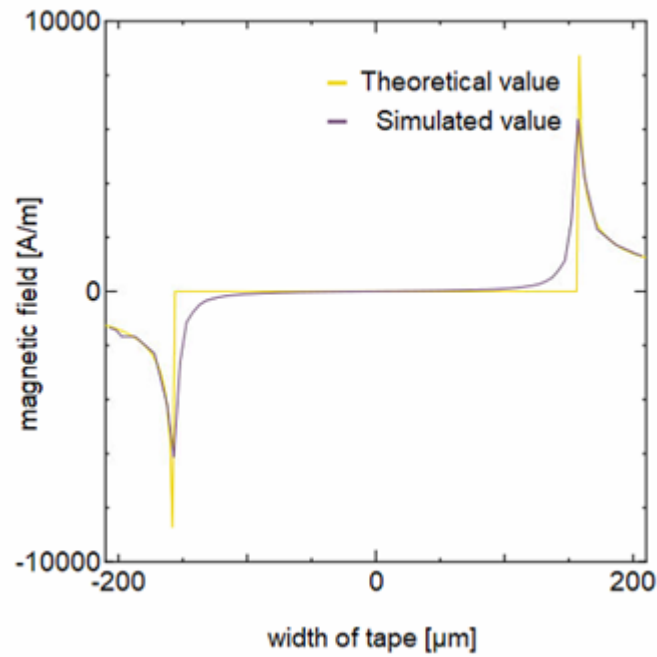


図 2.6 磁界の解析結果と理論結果の比較

2.3 解析内容

2.3.1 Bi2223 線材の解析

JMAG による Bi2223 線材の FEM 計算を行った。解析に用いた超伝導線材モデルは 2.1.1 節に述べたような超伝導線材を同じく幅と厚さを使っている、図 2.7 が示したように幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi2223 線材である。超伝導体の初期電気伝導率を 1.00×10^{13} S/m、最大電気伝導率を 1.00×10^{15} S/m と設定した、超伝導体の電気特性について、2.1.1 節に述べたような、臨界電流密度の磁界依存性を用いて計算を行った。 J_c - B 特性のデータは図 2.1 で示す 77 K の結果を用いた[5]。電流を流して、臨界電流特性を調査した。



図 2.7 JMAG で作った超伝導薄膜モデル

2.3.2 Bi2223 線材の臨界電流に対する線材巻きピッチ長さの影響

線材をケーブル化するには、線材を螺旋や、コイル状に巻き線しなければならない、JMAG による捻じっている Bi2223 線材の FEM 計算を行った。解析に用いた超伝導線材は 2.1.1 節に述べたような超伝導線材を同じく幅と厚さを使っている、図 2.7 が示したように幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi2223 線材である、線材にスキューを入れて、捻った形(螺旋状になっている)になる、巻き直径は 20 mm、線材巻きピッチは 50 mm、100 mm、200 mm、300 mm、400 mm に設定し、作成したモデルは図 2.9 に示す。図 2.8 はケーブル線材巻きピッチ長さと捻じる角度の関係図である。超伝導体の初期電気伝導率を 1.00×10^{13} S/m、最大電気伝導率を 1.00×10^{15} S/m と設定した、超伝導体の電気特性について、2.1.1 節に述べたような、臨界電流密度の磁界依存性を用いて計算を行った。 J_c - B 特性のデータは図 2.1 で示す 77 K の結果を用いた[5]。直線線材を巻き線とし、臨界電流特性を調査した。

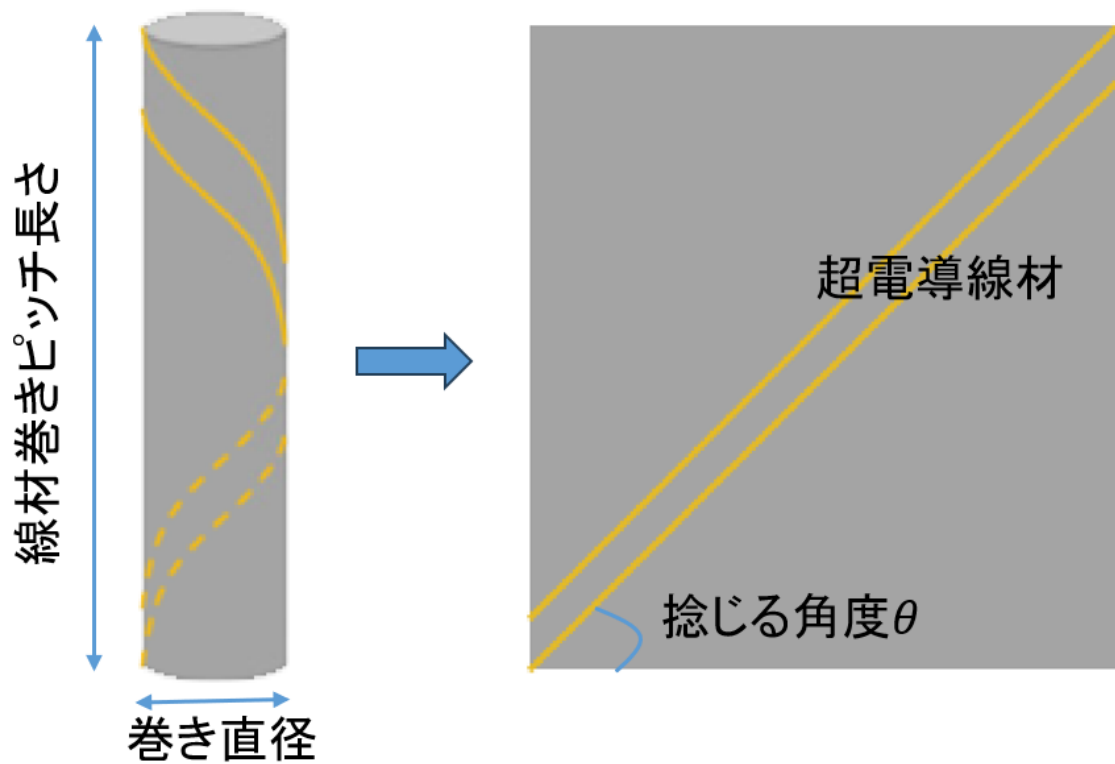


図 2.8 ケーブル線材巻きピッチ長さと捻じる角度の関係図

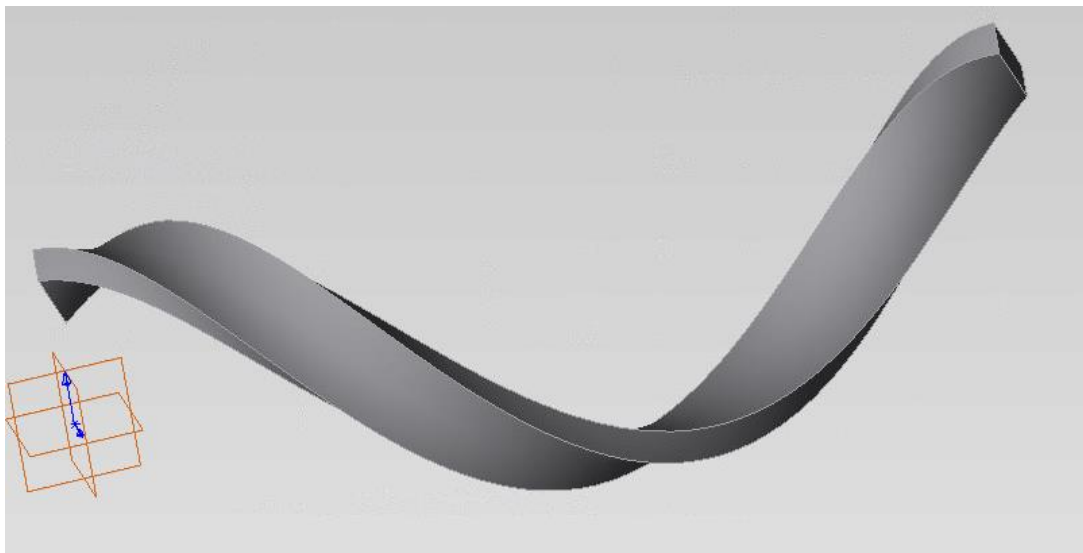


図 2.9 JMAG で作った超伝導薄膜モデル

2.3.3 Bi2223 ケーブルの臨界電流計算に対する通電速度の影響

式 1.3 のよう磁場の変化は超電導体内で電磁誘導を起こし、電場が発生する。超伝導線材を

ケーブル化は複数の素線が互いにかみ合うになる、速い通電速度は大きな電場が発生し、最後は計算に大きな誤差を与える。それを防ぐため適切な通電速度で計算を行わなければならない。

JMAG による Bi2223 線材で作られた超伝導ケーブルの FEM 計算を行った。解析に用いた超伝導線材は 2.1.1 節に述べたような超伝導線材を同じく幅と厚さを使っている、図 2.7 が示したように幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi2223 線材である、線材にスキューを入れて、捻った形（螺旋状になっている）になる、図 2.10 が示したように外層半径は 20 mm の線材 8 本と外層半径は 18.9 mm の線材 8 本を組み立て作っている、巻きピッチは 200 mm 内層と外層の巻き方向が逆になって、内層 (s) 巻き、外層 (z) 巻きしている。電流速度は 0.01 A/s 、0.1 A/s 、1 A/s 、10 A/s 、100 A/s に設定してケーブルを通電し、臨界電流特性を調査した。

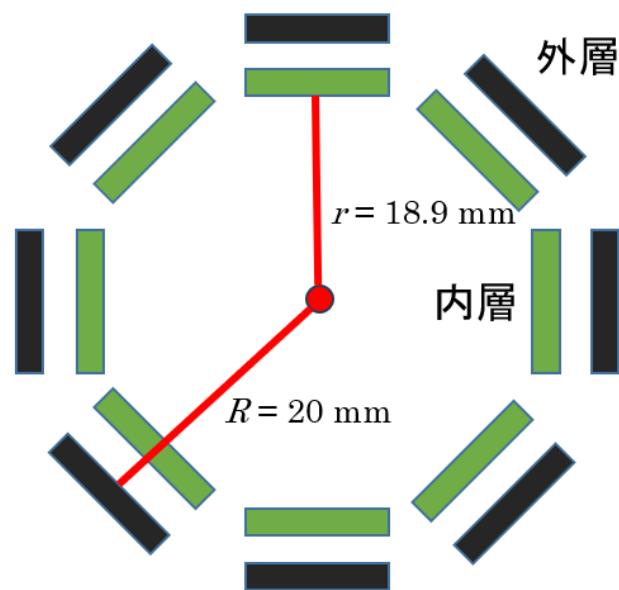


図 2.10 超伝導ケーブル断面図

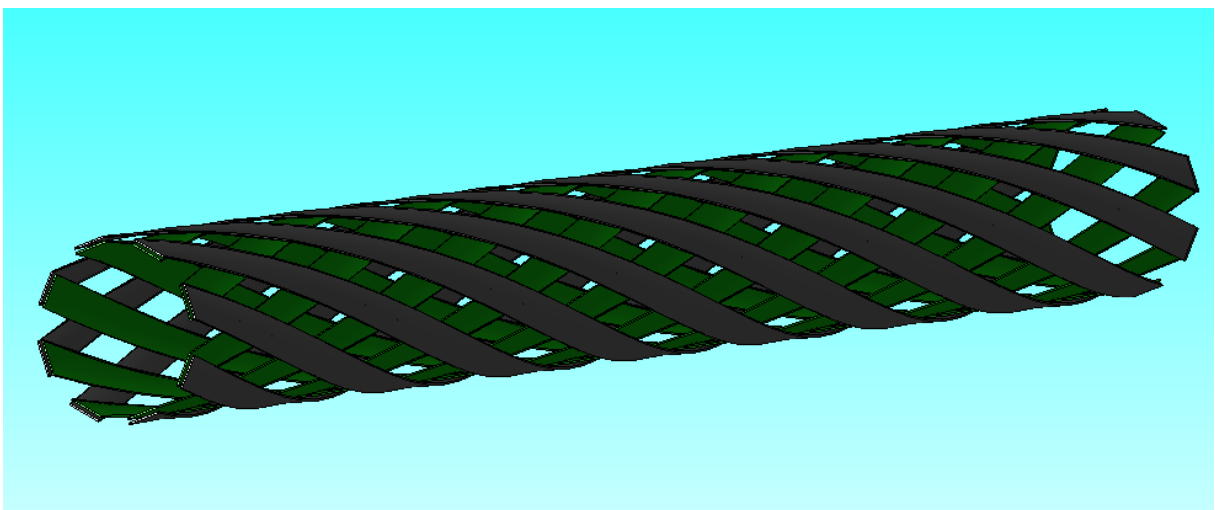


図 2.12 JMAG で作った超伝導ケーブルモデル

2.3.4 事故時の超伝導ケーブルの電気特性。

電力ケーブルはよく自然災害や事故により、外部から衝撃を受け超伝導ケーブル内に素線が断路した場が存在する、本研究は超伝導ケーブルがトラブルを発生する場、内部が断路した素線が存在する場で、超伝導ケーブルに通電し、その電気特性を調査した。

JMAG による Bi2223 線材で作られた超伝導ケーブルの FEM 計算を行った。解析に用いた超伝導ケーブルは 2.3.3 節に述べたような超伝導ケーブルを使っている (図 2.12)、超伝導ケーブルの部分素線を断路し、他の素線にどの影響が与えるのかを調査した。

最初に初期状態 (トラブルが発生していない状態) を通電し、電気特性を調査した。次は図 2.13 が示したように外層の素線から断路した素線を一本から三本まで一本ずつ増やして、ケーブルに通電し、電気特性を調査した。最後に図 2.14 が示したように内部で断路した素線を一本から三本まで一本ずつ増やしてケーブルに通電し電気特性を調査した。

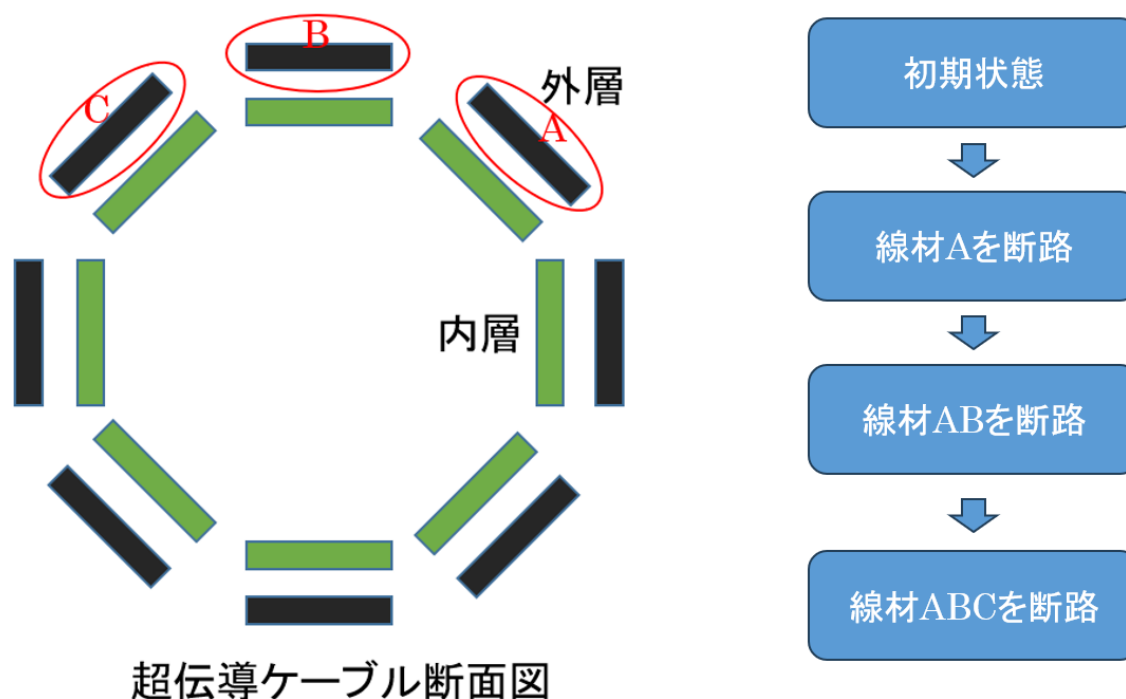


図 2.23 超伝導ケーブル素線の壊す方 (外層)

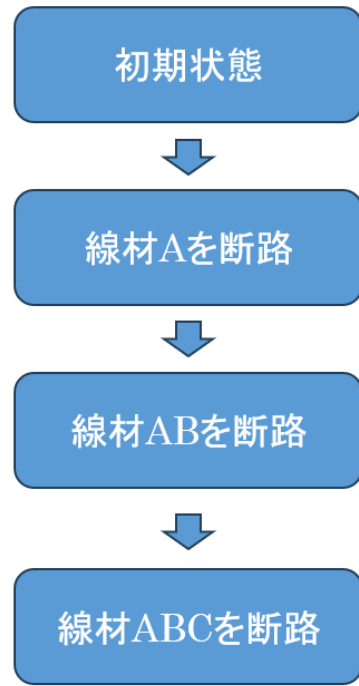
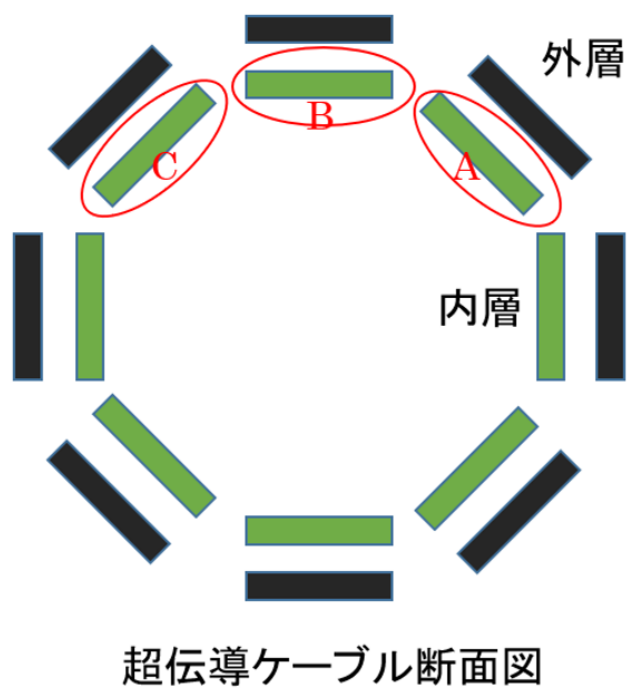


図 2. 34 超伝導ケーブル素線の壊す方（内層）

第3章 結果及び考察

3.1 Bi2223 線材の解析

Bi2223 超伝導線材モデルは 2.3.1 節で説明した。電気特性の結果を図 3.1 に示す。研究の臨界電流は電界が $100 \mu\text{V}/\text{m}^2$ の時の電流を臨界電流として定義しているため、図 3.1 により、Bi2223 線材の臨界電流は 192 A である。超伝導体は幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi 系線材である、臨界電流密度は $2.4 \times 10^8 \text{ A}/\text{m}^2$ になっているので、臨界電流が 192 A となる、シミュレーション結果と一致している。

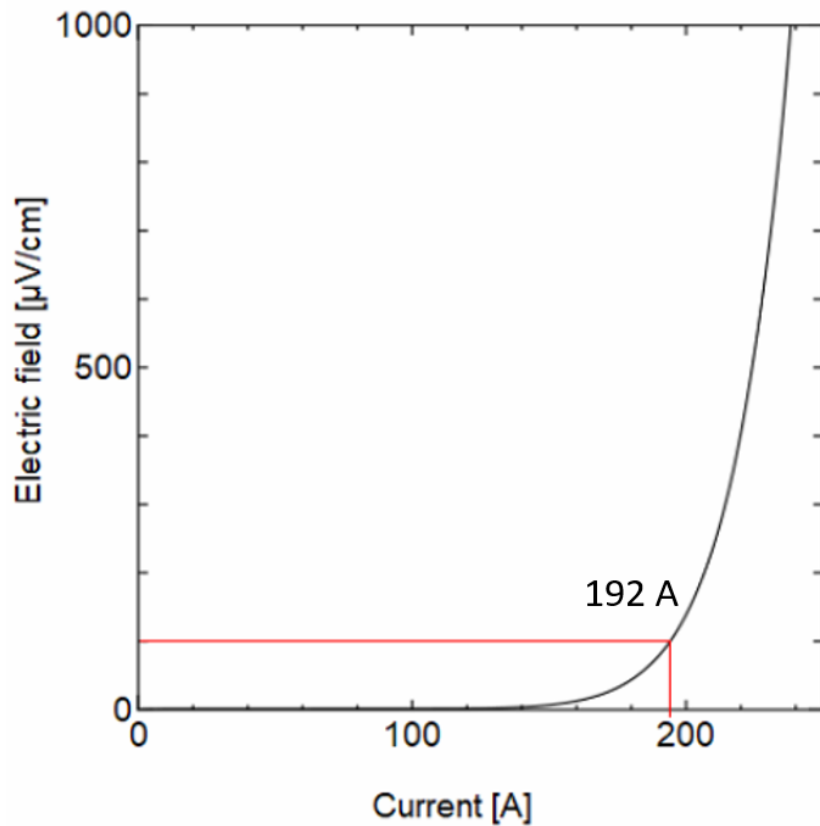


図 3.1 超伝導線材の電気特性

3.2 Bi2223 線材の臨界電流に対する線材巻きピッチ長さの影響の解析

Bi2223 超伝導線材モデルは 2.1.1 節で説明した。電気特性の結果を図 3.2 に示す。黒い線は線材巻きピッチ 50 mm、赤い線は線材巻きピッチ 100 mm、金色の線は線材巻きピッチ 200 mm、緑の線は線材巻きピッチ 300 mm、青い線は線材巻きピッチ 400 mm、パープルの線は線材巻きピッチ 500 mm である。図 3.2 が示したように線材巻きピッチが長ければ長いほど、臨界電流の劣化は少なくなる。線材巻きピッチが 400 mm を超えると、臨界電流の劣化はほぼなくなった。

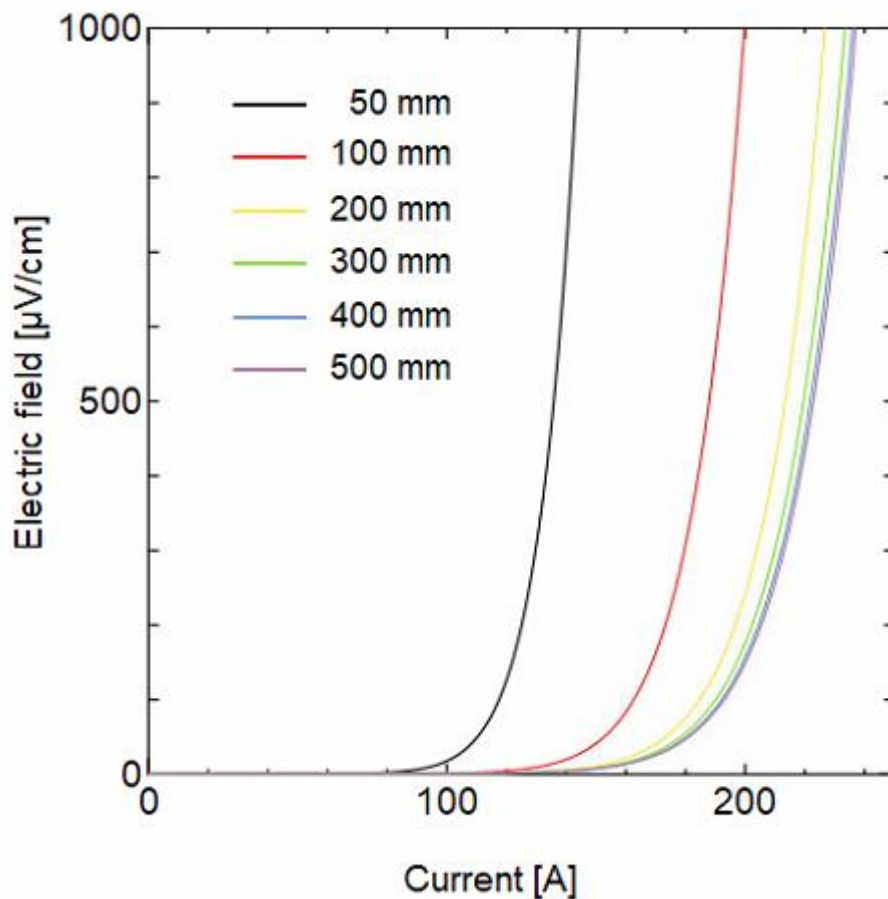


図 3.2 臨界電流に対する線材巻きピッチ長さの影響の結果

線材巻きピッチ 50 mm から 500 mm までの磁場は図 3.3 に示す。線材巻きピッチ 50 mm と 100 mm の線材は外側と内側の磁場分布は不均一になっている、内側の中心部分磁場、外側よりはるか高いである。200 mm を超えると、内側と外側の磁場の差はほとんどなくなる。全体

的にも線材巻きピッチ 50 mm から 200 mm までの磁場が高い。本研究では、超伝導体の電気特性について、臨界電流密度の磁界依存性を用いて計算を行った。 J_c - B 特性のデータは図 3.4 で示す結果を用いた[5]。磁場が上がると、臨界電流密度の値が下がり、それは劣化が発生した原因として考えられている、また線材ピッチが 50 mm 時に、線材ピッチが小さく過ぎると、JAMG 機能により、作られたモデルが歪み過ぎ、線材両端に現実では起こらないすごく高いと低い磁場を発生した (図 3.5)、それは臨界電流の劣化が酷くなる原因として考えられている。

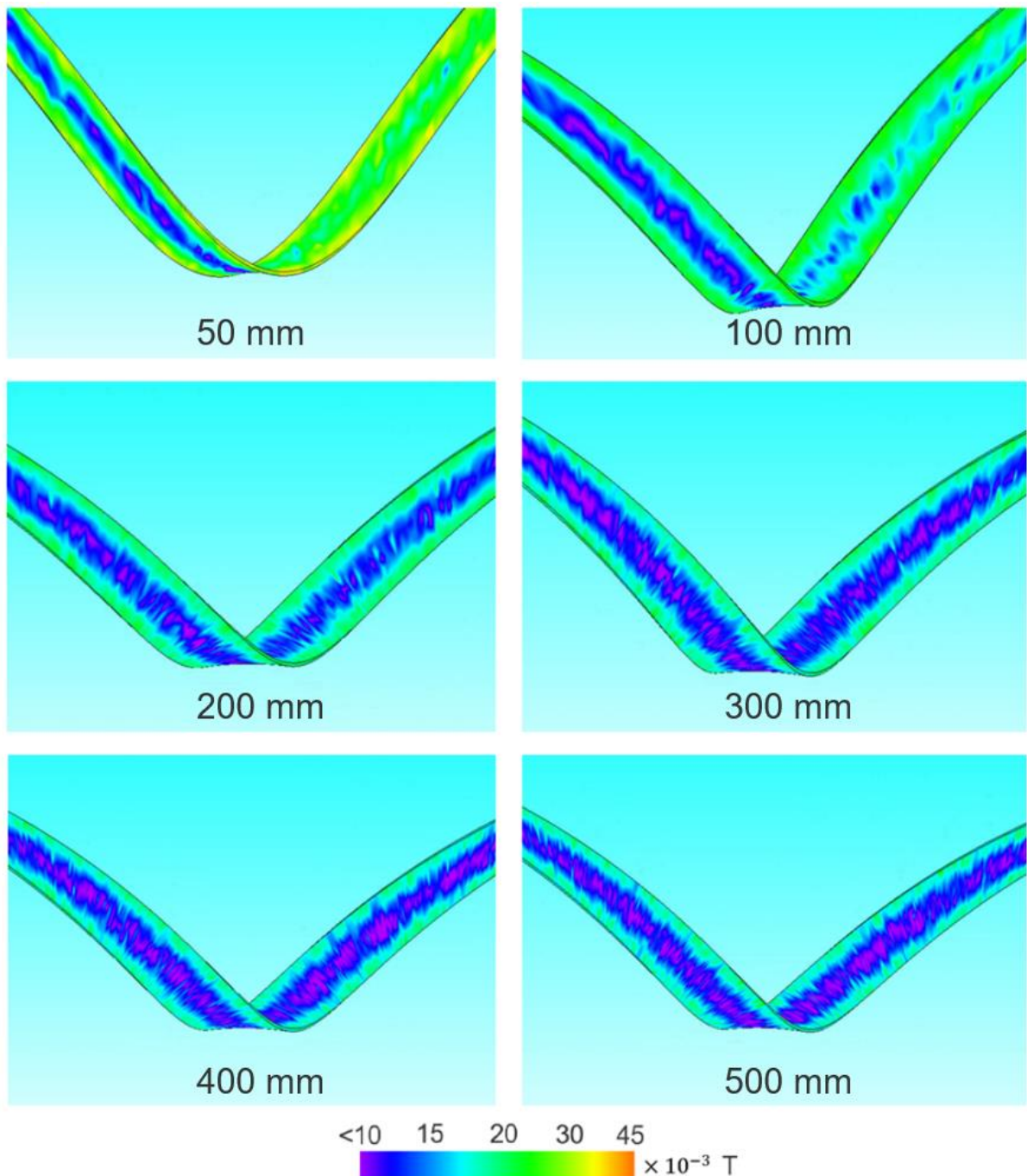


図 3.3 捻った超伝導線材の磁束密度分布プロント

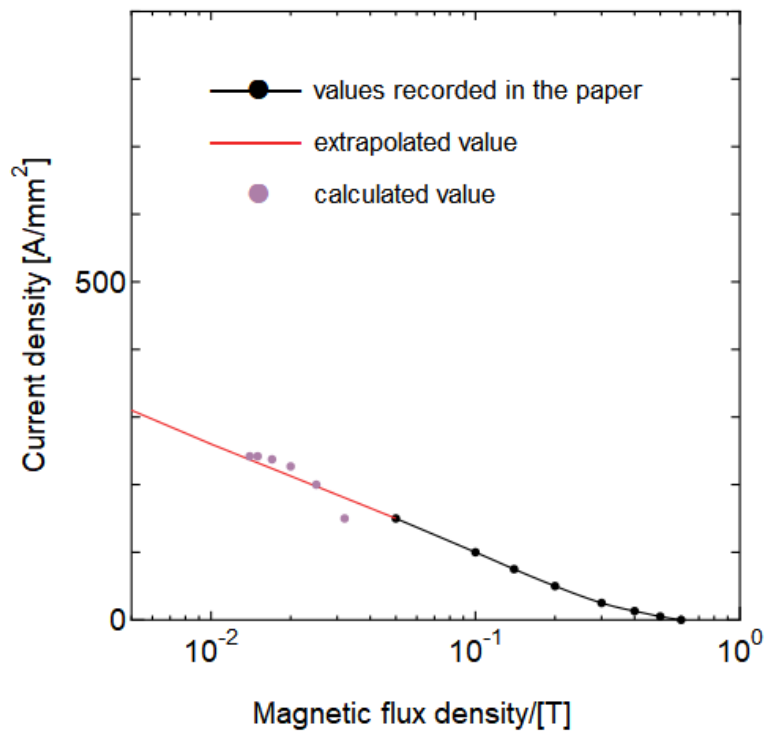


図 3.4 文献[5]にある J_c - B 特性と計算値

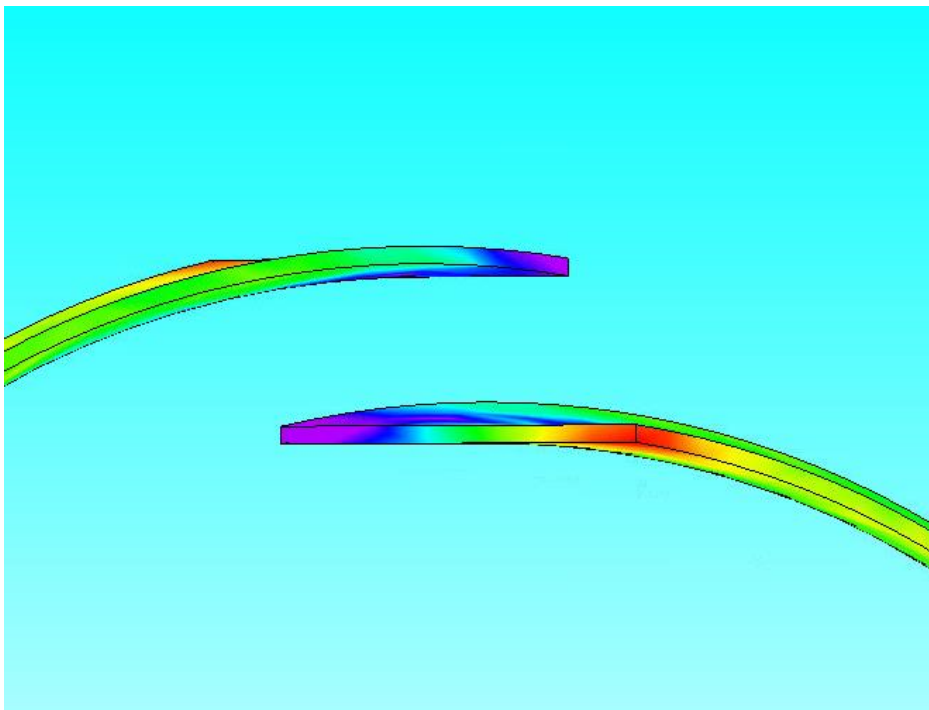


図 3.5 線材ピッチ 50 mm の線材両端の束密度分布プロット

3.3 Bi2223 ケーブルの臨界電流計算に対する通電速度の影響

通電ケーブルは2.3.3節が説明したように作った、ケーブル全体に通電し、通電速度は0.01 A/s、0.1 A/s、1 A/s、10 A/s、100 A/s に設定してケーブルを通電し、臨界電流特性を調査した。Bi2223 ケーブルの臨界電流に対する通電速度の影響結果は図 3.6 が示す。赤い線は通電速度 100 A/s、金色の線は 10 A/s、緑の線は 1 A/s、青い線は 0.1 A/s、紫の線は 0.01 A/s。図 3.6 によると、緑の線と青い線と紫の線はほぼ重なっている。つまり通電速度を 1 A/s 以下にすると、電磁誘導が計算結果に与える影響はほぼなくなったということが分かった、2.3.4 節が行う故障中超伝導ケーブルの電気特性の計算の通電速度を 1 A/s にする。

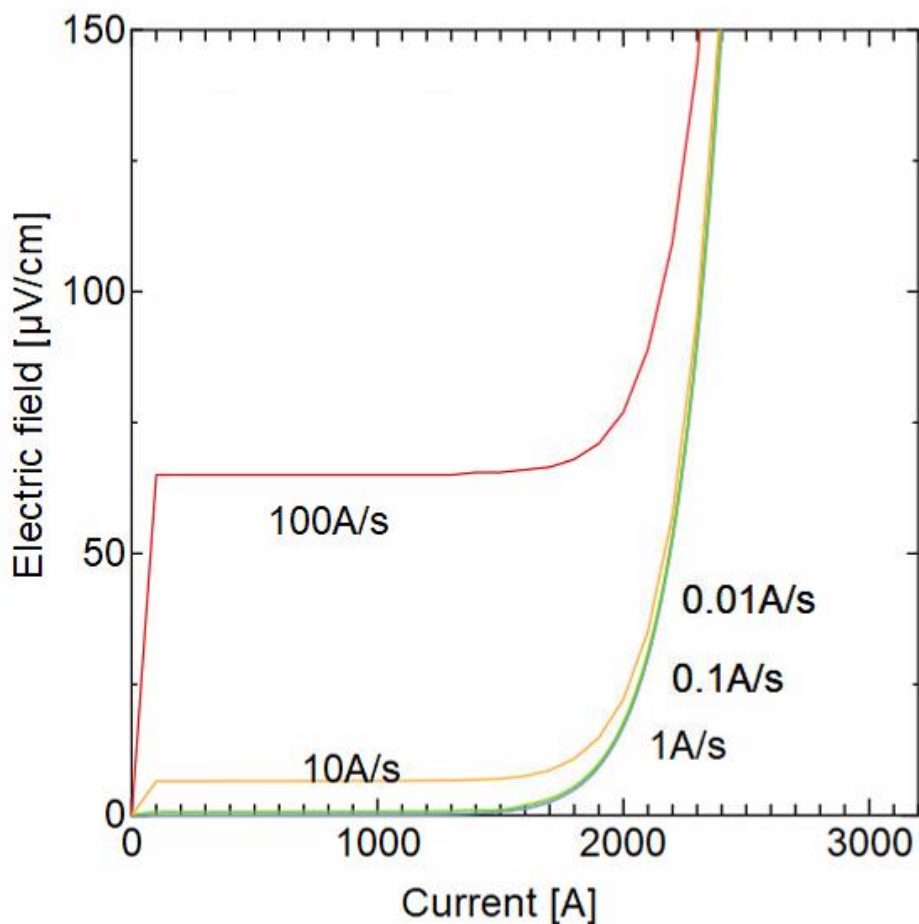


図 3.6 通電速度の影響の結果

3.4 事故時の超伝導ケーブルの電気特性。

解析に使用した超伝導線材ケーブルのモデルは 2.3.3 節が説明したように作った、電磁誘導の影響を最低限にするため通電速度を 1 A/s に設定する。2.3.4 節が説明したようにケーブルの素線を一本ずつお壊し（素線を断路する）通電する。臨界電流の結果は図 3.7 が示す。赤い線は外層を壊した場で超伝導ケーブル一本あたりの臨界電流変化、緑の線は外層を壊した場で超伝導ケーブル一本あたりの臨界電流変化。ケーブル化した線材は元の単一本の捻じった超伝導線材と比べると、一本あたりの臨界電流の値が下がった。内層の線材と外層の線材を壊すと、本あたりの臨界電流の値は上昇する。内層を壊して上昇した値は外層を壊して上昇した値と比べて明らかに大きい。

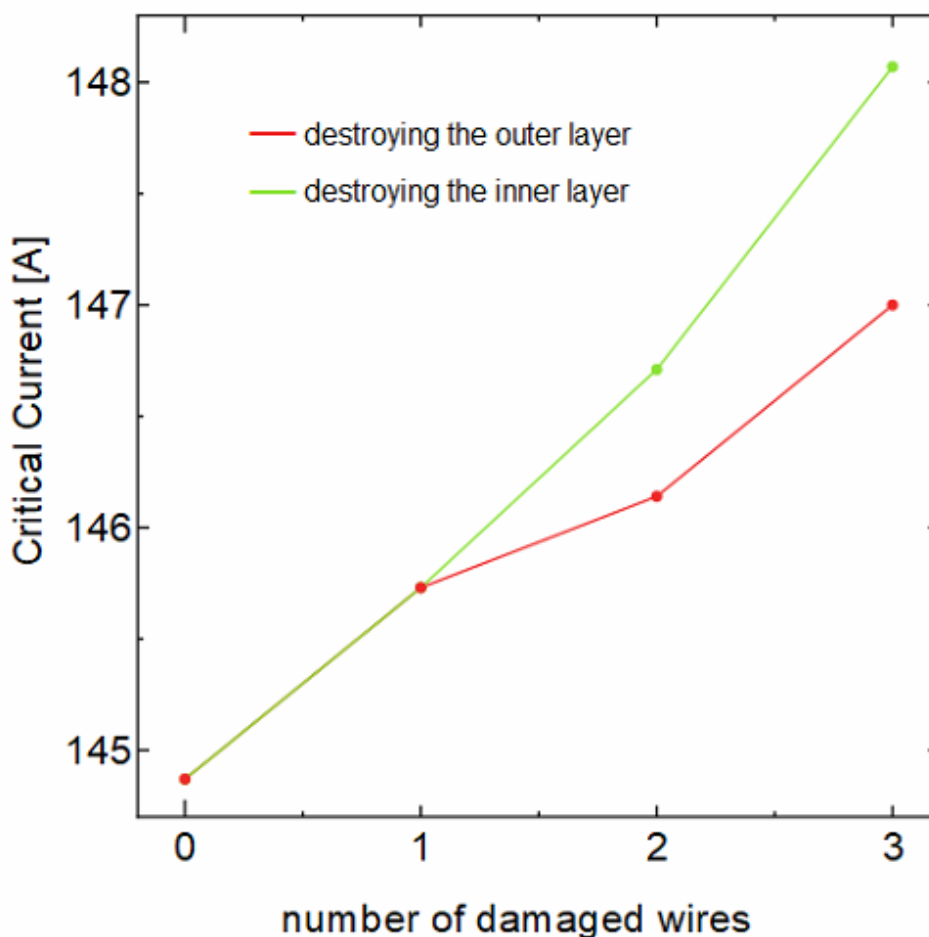


図 3.7 超伝導ケーブル部分の素線を壊すと臨界電流の変化

超伝導ケーブルの初期状態（壊していない状態）の磁場の分布は図 3.8 が示す。本研究が示

した磁場分布図はすべて超伝導ケーブルが臨界電流を到達した時の磁場分布である。内層の磁場は外層より低い、線材の内側は外側より低い、磁場の分布は均一している。

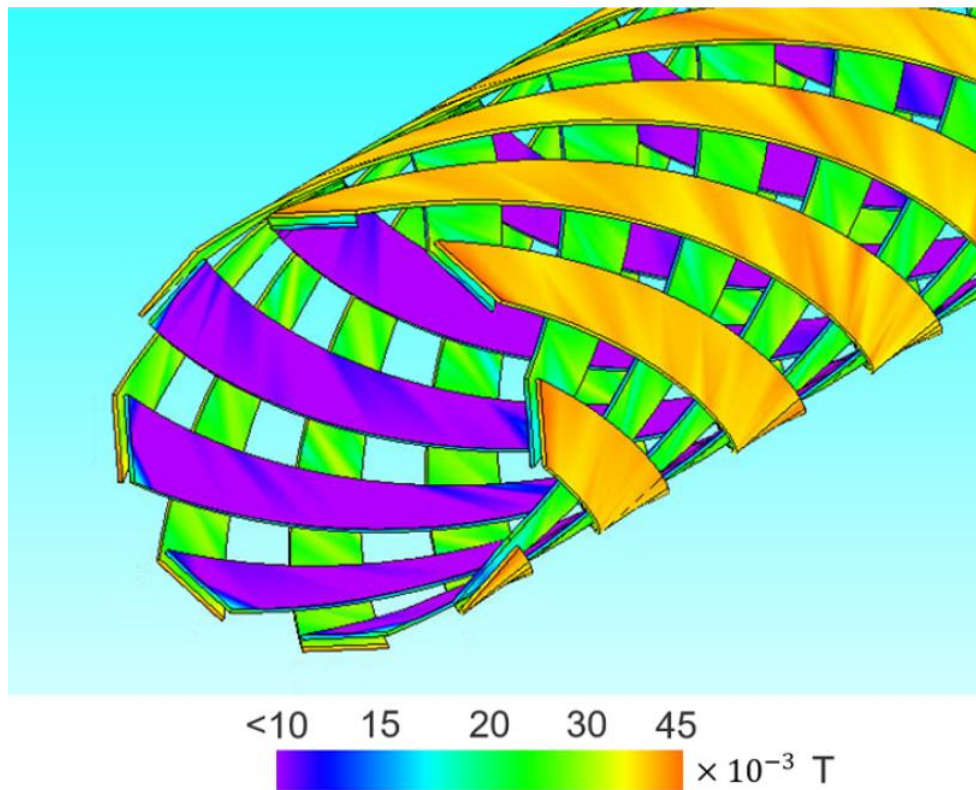


図 3.8 超伝導ケーブルの初期状態の磁束密度分布プロント

超伝導ケーブル外層部分線材を壊したあとの磁場の分布は図 3.9 が示す。壊した外層素線付近に高磁場が発生している。壊した外層素線と重なっている内層素線の内側の磁場上昇量が大きい。

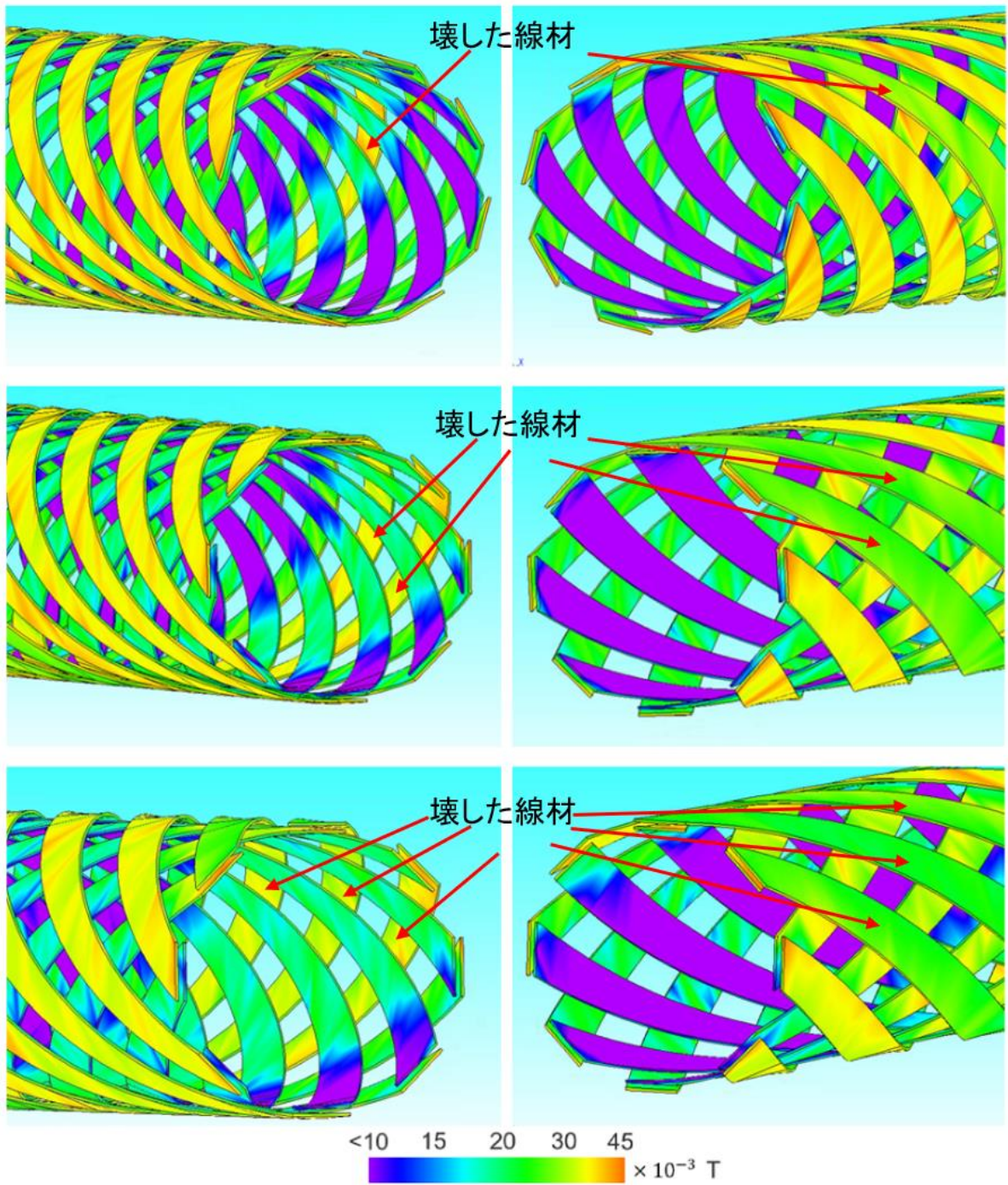


図 3.9 超伝導ケーブル外層線材を壊した場の磁束密度分布プロント

超伝導ケーブル外層部分線材を壊したあとの磁場の分布は図 3.10 が示す。壊した内層素線と重なっている外層素線の磁場は大きく減った。壊した内層素線付近の内層素線の磁場は少し上がった。

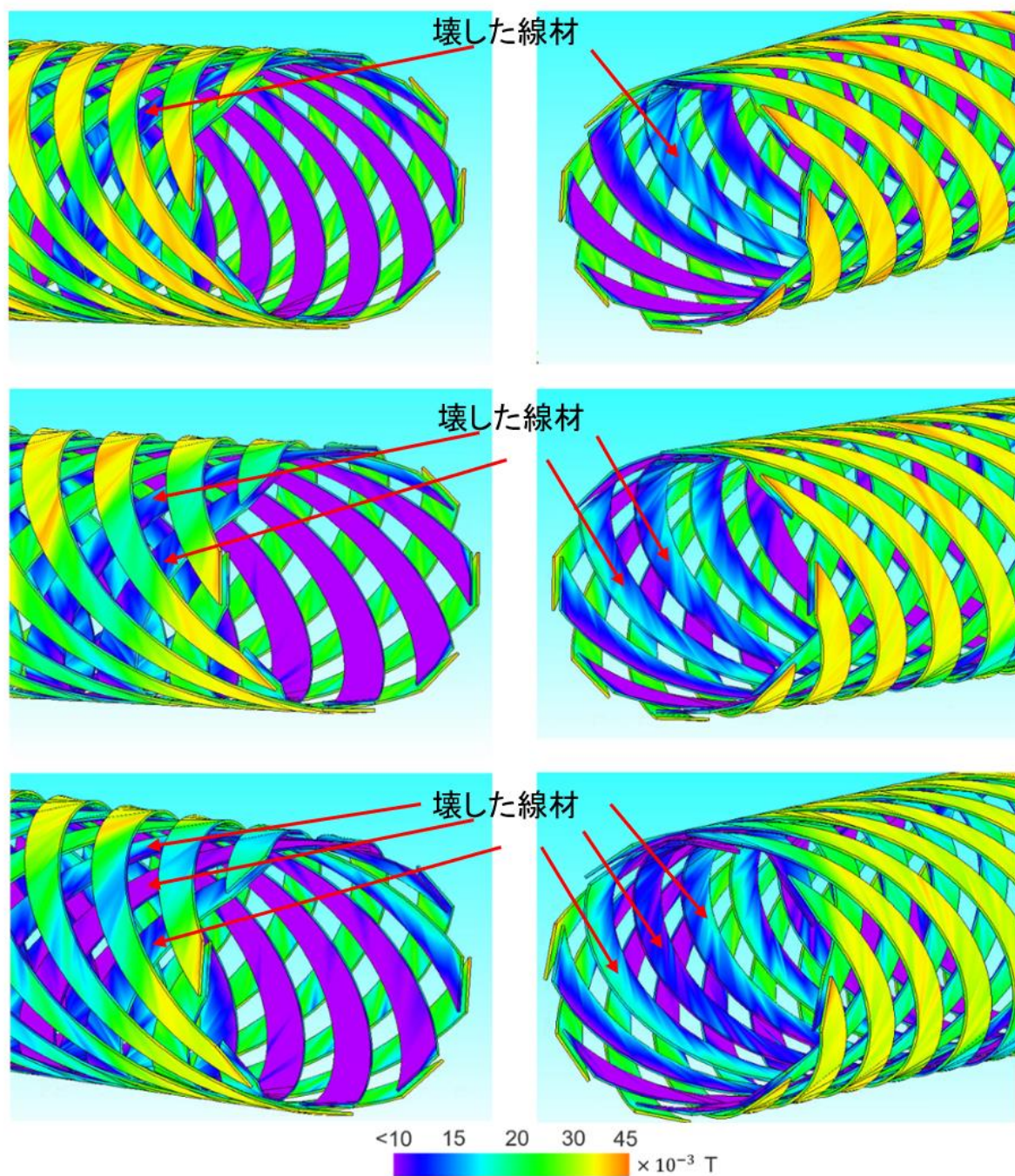


図 3.10 超伝導ケーブル内層線材を壊した場の磁束密度分布プロント

素線を壊すと、なぜ一本あたりの臨界電流を上昇するのかを調査するため、内層の線材すべて外して、外層線材だけ残り、臨界電流と磁場の分布を調査した。臨界電流の結果図 3.11

が示す。ケーブルの臨界電流は 1250 A で、一本あたりの臨界電流 156.25 A である。

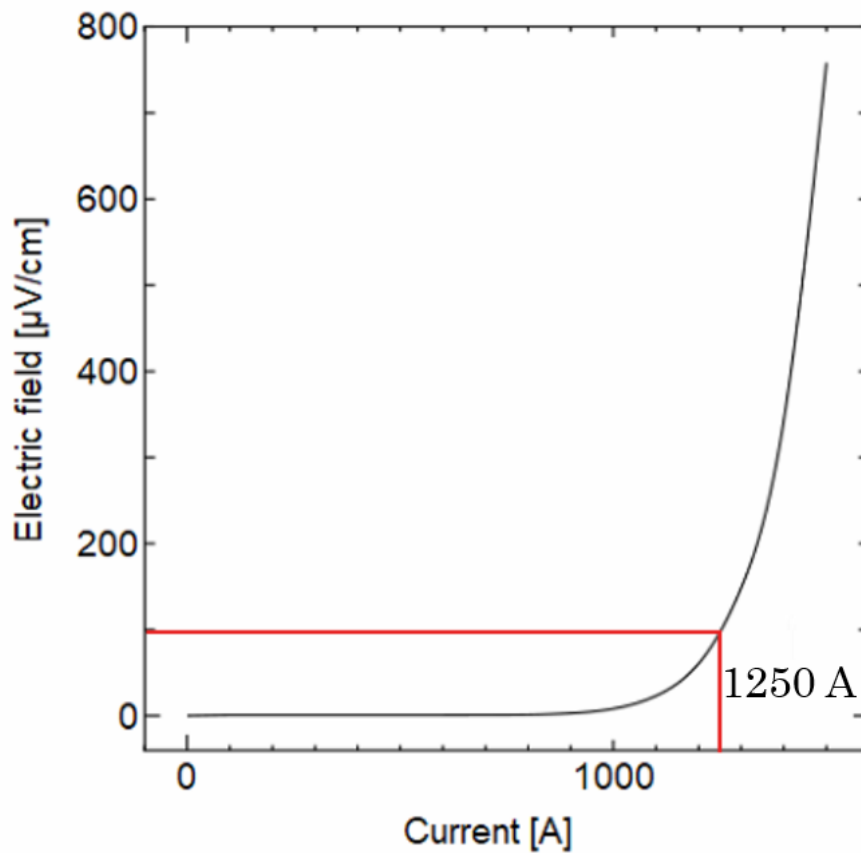


図 3.11 外層線材だけの超伝導ケーブル電気特性

磁場の分布は図 3.12 が示す。内層がいる時比べて磁場は遥かに小さい、ケーブルの内層と外層が非常に近くに寄りかかっているとケーブル全体的に磁場は大きくなっていく、どちらを取り除いても、この現象を緩和することができる、本研究超伝導体の導電率は磁場を依存して導入したもので、これは外層と内層がどちらの素線を断路しても、一本当たりの臨界電流が上昇する原因と考えられている。

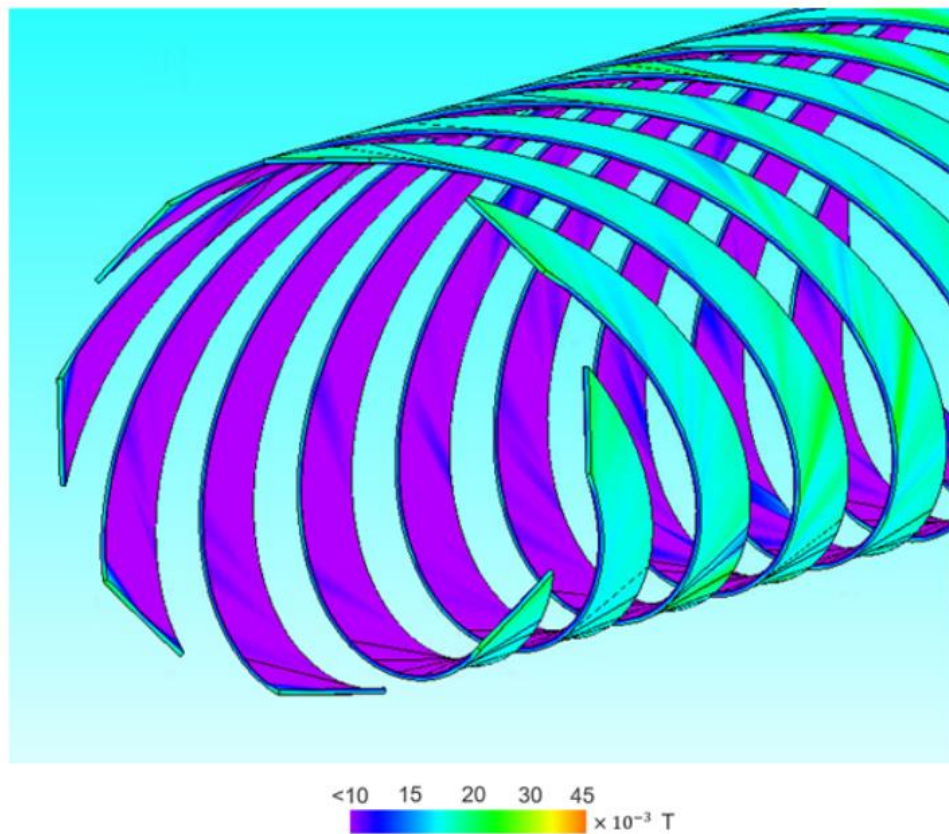


図 3.12 外層線材だけの超伝導ケーブル磁束密度分布プロット

また外層の素線を壊している付近には、他の場所に比べて高磁場が発生している。内層の素線を壊している付近には、他の場所に比べて低磁場が発生している、超伝導体ケーブル内層と外層が重なっている部分は、内層を壊した場のほうが磁場の下げる量が多いということである。3.2 節が説明したように本研究では、超伝導体の電気特性について、臨界電流密度の磁界依存性を用いて計算を行った。 J_c - B 特性のデータは図 3.4 で示す 77 K の結果を用いた [5]。JMAG ではそれを超伝導体の電気伝導率に変換した、これが超伝導ケーブル内層を壊すと、臨界電流を上がる量が明らかに大きい理由と考えられている。

第4章 結論

本研究では、有限要素法を用いて超伝導線材がケーブル化され、捻じられた状態の超伝導線材をシミュレーションし、トラブルが発生する場（超伝導素線が断路している場）の臨界電流変化と磁場分析を行なった。本研究で使用した超伝導線材はすべて幅 4 mm 厚さ 200 μm の Bi2223 線材である。

超伝導線材をケーブル化するには、線材を巻き線にするのが必要である、超伝導線材を各線材巻きピッチ長さのモデルを作成し、臨界電流特性を計算した。線材巻きピッチが 400 mm を超えると、臨界電流の劣化はほぼなくなった。200 mm 以下にすると、劣化が酷くなっていく。線材は外側と内側の磁場分布は不均一になっている、内側の中心部分磁場、外側よりはるか高く、全体的にも線材巻きピッチ 50 mm から 200 mm までの磁場が高いことが観察された。これが臨界電流の劣化を引き起こす原因と考えられる。線材ピッチが 50 mm 時に、線材ピッチが小さく過ぎると、JAMG 機能により、作られたモデルが過度に歪み、線材の両端に極端に高い磁界と低い磁界が発生するが、これは実際には起こらない、この現象は線材ピッチが 50 mm 時に計算で得られた臨界電流の劣化が酷くなる原因として考えられる。

超伝導線材をケーブル化すると、複数の素線が互いにかみ合うになる、高速な通電速度は大きな電場が発生し、最後は計算に大きな誤差が生じる。それを防ぐため適切な通電速度で計算を行なった。通電速度を 1 A/s 以下にすると、電磁誘導が計算結果に与える影響はほぼなくなったということが分かった、故障中超伝導ケーブルの電気特性の計算の通電速度を 1 A/s にした。

故障中超伝導ケーブルの電気特性の計算を行なった。ケーブル化された線材は、元の単一の捻じった超伝導線材と比較して、一本あたりの臨界電流が下がった。内層の線材と外層の線材を壊すと、一本あたりの臨界電流の値は上昇する。ケーブルの内層と外層が非常に近接していると、ケーブル全体の磁場が大きくなる。内層または外層をどちらが取り除くことで、この現象を緩和できる。本研究超伝導体の臨界電流密度は磁場を依存して導入したもので、内層または外層のどちらかが断路しても、一本あたりの臨界電流が上昇する原因と考えられる。また外層の素線を壊している付近には、他の場所に比べて高磁場が発生している。内層の素線を壊している付近には、他の場所に比べて低磁場が発生している。超伝導体ケーブル内層と外層が重なっている部分は、内層を壊した場のほうが磁場の下げる量が大きいということである。これが超伝導ケーブル内層を壊すと、臨界電流を上げる量が明らかに大きい理由と考えられている。

本研究は超伝導線材をケーブル化し、有限要素法を用いて超伝導ケーブルの電気特性を調査した、超伝導ケーブルが事故中の分析に役に立つということを期待されている。

参考文献

- [1] H. K. Onnes (1911) Comm. Leiden.120
- [2] J. Bardeen, L. Cooper and J. R. Schrieffer, "Theory of superconductivity," Phys. Rev. 108 (1957) 1175.
- [3] Toyama H, Akiyama R, Ichinokura S et al. Two-Dimensional Superconductivity of Ca-Intercalated Graphene on SiC: Vital Role of the Interface between Monolayer Graphene and the Substrate ACS Nano 2022, 16, 3, 3582–3592
- [4] T. Machida, Y. Kohsaka, K. Matsuoka, K. Iwaya, T. Hanaguri and T. Tamegai, Nature Communications 7 11747(2016)
- [5] Recent Progress of Bi2223 HTS Wires and Their Applications. (2007)
- [6] H. Fuji, T. Izumi and Y. Shiohara, J. Japan Inst. Metals 66 No. 4 207-213(2002)
- [7] 松下照男, 「超伝導応用の基礎」, 産業図書, 2004.2
- [8] 松下照男, 「磁束ピンニングと電磁現象」, 産業図書(1994)
- [9] M. Tomita Railway Research Review 70 No. 10(2013)
- [10] Brenner, S., & Scott, R. (2007). The mathematical theory of finite element methods (Vol. 15). Springer Science & Business Media.
- [11] Clough, R. W., Martin, H. C., Topp, L. J., & Turner, M. J. (1956). Stiffness and deflection analysis of complex structures. Journal of the Aeronautical Sciences, 23(9).
- [12] 山本哲朗『数値解析入門』(増訂版)サイエンス社〈サイエンスライブラリ 現代数学への入門 14〉、2003年6月。ISBN 4-7819-1038-6。
- [13] JMAG Simulation Technology for Electromechanical Design, 「JMAG とは」
<<https://www.jmag-international.com/jp/products/>>
- [14] 本庄昇一, 超伝導家ケーブルに生じる交流損失の数値解析、JMAG Users Conference 2001 6-2
- [15] E. H. Brandt and M. Indenbom *Phys. Rev. B* **48** 12893(1993)
- [16] 鐘宇軒, “有限要素法による超伝導接合の臨界電流特性の評価”, 九州工業大学大学院 2022 年度修士論文

謝辞

この論文の執筆にあたり、私は多くの方々からご支援を頂きました。まず初めに、九州工業大学大学院情報工学研究院電子情報工学研究系エレクトロニクス分野の小田部荘司教授に深くお礼を申し上げます。小田部荘司教授の専門的な知識と卓越した指導により、この研究が実現しました。超伝導およびエレクトロニクス分野における深い理解と示唆に感謝申し上げます。また、留学生活においては、祖国から遠く離れた場所での生活に不安を感じることもありましたが、学内外でいろんところで小田部荘司教授から支援を貰って、安心して研究や勉強ができるになりました。

九州工業大学大学院情報工学研究院物理情報工学研究系エレクトロニクス分野のメンバーと小田部研究室のメンバーにも感謝の意を捧げます。皆様の協力と助言により、研究の進捗と品質向上に貢献していただきました。

最後に、この論文の執筆において関わっていただいたすべての方々に心から感謝いたします。皆様のおかげで、私の研究が形となり、論文が完成することができました。

研究業績

発表

張 宇威, 今泉 圭佑, 小田部 莊司, 鐘 宇軒, 赤坂 友幸, 富田 優, 「有限要素法を用いた超伝導ケーブル臨界電流及び表面磁場の評価」, 第 106 回 2023 年度秋季低温工学・超電導学会, 海峽メッセ下関, 2023 年 12 月 6 日。

論文

Ohkura D, Chikumoto N, Zhang Y, Otabe E S, “Study of Magnetic-field Distribution Around the High-Tc Superconducting DC Cable”, IEEE Transactions on Applied Superconductivity (2024), 1051-8223,1-5.