

令和 6 年度 修士論文

有限要素法を用いた超伝導線材の
接合の通電特性の評価

九州工業大学情報工学府

情報創成工学専攻 物理情報工学専門分野

学生番号 236E0303

今泉 圭佑

指導教員：小田部 荘司

目次

第 1 章	序論	4
1.1	超伝導の基礎知識	4
1.1.1	超伝導体	4
1.1.1.1	超伝導	4
1.1.1.2	第 I 種・第 II 種超伝導体	5
1.1.1.3	高温超伝導体	6
1.1.1.4	銅酸化物超伝導体	7
1.1.1.5	Bi 系超伝導体	7
1.1.1.6	RE 系超伝導体	8
1.1.2	超伝導体の n 値	8
1.1.3	鉄道への超伝導ケーブルの導入	9
1.1.4	有限要素法	10
1.1.5	JMAG	11
1.1.6	A - ϕ 法	11
1.1.7	臨界状態モデル (Bean モデル)	13
1.2	先行研究	15
1.3	ステップを有する Bi 系超伝導線材の実験的評価	15
1.3.1	JMAG による電気特性の妥当性の検証	16
1.4	本研究の目的	18
第 2 章	計算方法	19
2.1	解析手段	19
2.1.1	要素数と解析値の精度について	19

2.1.2	接合した線材にステップがある場合の通電特性	22
2.1.2.1	Bi 系超伝導線材の通電特性	23
2.1.2.2	RE 系超伝導線材の通電特性	25
第 3 章	結果と考察	26
3.1	計算結果	26
3.1.1	接合した線材にステップがある場合の通電特性	26
3.1.2	RE 系超伝導線材の通電特性	27
第 4 章	総括	29
	研究実績	31
	謝辞	32
付録 A	計算結果の評価プログラム	33
A.1	計算結果と理論値とのズレを評価するプログラム	33
	参考文献	35

目次

1.1	超伝導状態と常伝導状態の関係	5
1.2	(a)：第 1 種超伝導体・(b)：第 2 種超伝導体	6
1.3	超伝導ケーブルを導入した場合 [8]	9
1.4	ステップがある線材モデルの実験結果	15
1.5	電流密度の理論値と解析値	17
1.6	磁界の理論値と解析値	17
2.1	要素数と臨界電流の関係	21
2.2	要素数と臨界電流の関係	21
2.3	接合にステップがある線材モデル	22
2.4	Bi 系超伝導線材の構造 [16]	23
2.5	Bi 系超伝導線材の線材モデル	24
2.6	RE 系超伝導線材の構造 [17]	25
2.7	RE 系超伝導線材の線材モデル	25
3.1	ステップを有する Bi 線材モデルの I - V 特性	27
3.2	ステップを有する RE 線材モデルの I - V 特性	28

第 1 章

序論

1.1 超伝導の基礎知識

1.1.1 超伝導体

1.1.1.1 超伝導

超伝導とは、ある物質を非常に低い温度まで冷却すると電気抵抗がゼロになる現象である。1911 年、オランダのヘイケ・カメルリン・オンネス (Heike Kamerlingh Onnes) は当時高い純度が得られた水銀を試料として用い、液体ヘリウムの温度まで冷却しながら電気抵抗を測定していったところ、水銀の電気抵抗が 4.2 K で突然ゼロになる現象を発見した [1]。このような通常の導体よりも電流が流れやすい性質を持つ物質を超伝導体と呼び、この現象を引き起こす温度を臨界温度と定義する。超伝導体の臨界温度以上の温度での抵抗は通常抵抗を有する常伝導体とあまり変わらないが、臨界温度以下では超伝導状態に移行し、電気抵抗ゼロおよび完全反磁性の性質を示す。

図 1.1 に示すように、超伝導状態と常導電状態との関係は温度の上昇に伴って超伝導状態から常導電状態に変化する。同様に、超伝導体に印加される磁界が増加したり、流れる電流が大きくなったりすることで、常伝導状態への移行も実現できる。これらの相境界はそれぞれ温度 T_c 、磁界 H_c 、電流密度 J_c に存在する。

1957 年にジョン・バーディーン (J. Bardeen)、レオン・クーパー (L. N. Cooper) 及びジョン・シュリーファー (J. R. Shrieffer) によって提案された BCS 理論 [2]

は、超伝導体の臨界温度 T_c が 30 K を超えなければならないと予想している。1986 年にドイツのヨハネス・ゲオルグ・ベドノーツ (Johannes Georg Bednorz) とスイスの物理学者のカール・アレクサンダー・ミュラー (Karl Alexander Müller) によって T_c が 35 K の $\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$ などの La-Ba-Cu-O 系超伝導体が発見され、これより高温で超伝導状態となる超伝導体の発見が期待された。それ以来、銅と酸素を含む超伝導体は銅酸化物超伝導体と呼ばれ、超伝導体の研究は急速に発展した。翌 1987 年、転移温度の記録更新を競って各国の研究グループにより続々と新たな超伝導体が発見された。一方で現在でも BCS 理論に匹敵するような標準的な理論は構築されていないのが現状である [3]。

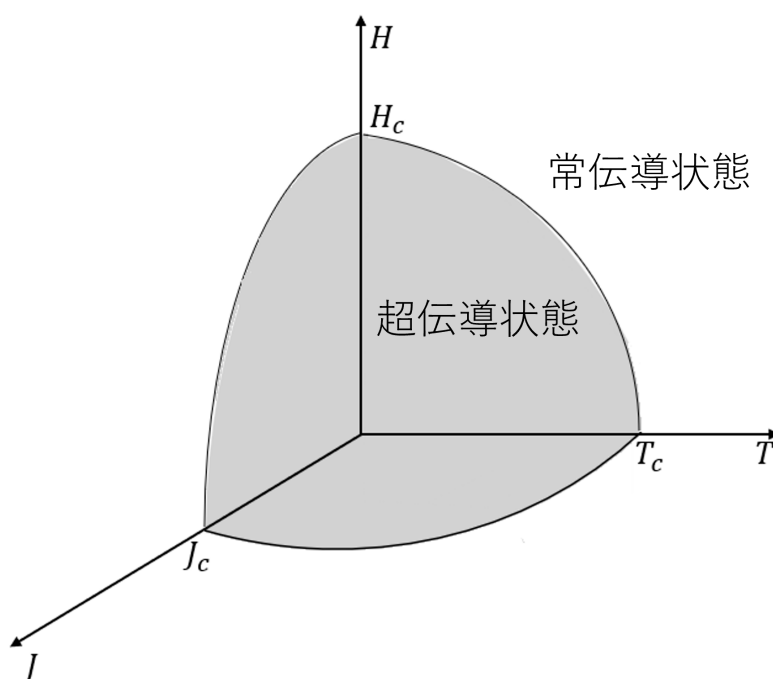


図 1.1: 超伝導状態と常伝導状態の関係

1.1.1.2 第 I 種・第 II 種超伝導体

一般に超伝導体には電気抵抗がゼロという特徴と完全反磁性という特徴を持つことが知られている。しかし、超伝導体は外部磁場 H_e を大きくしていくと、超伝導状態が壊れ、完全反磁性ではなくなってしまう。そしてその結果、磁束が内部に入り込んで常伝導状態になる。ここで、超伝導状態が常伝導状態へ遷移するときの磁

場を臨界磁場 H_c といい、遷移する過程において、第 I 種超伝導体と第 II 種超伝導体に分類される図 (1.2)。

第 I 種超伝導体は H_c 以上の H_e をかけると、完全反磁性が失われるため、常伝導体へ遷移する。一方、第 II 種超伝導体では、下部臨界磁場 H_{c1} 以上の H_e をかけると、超伝導状態が部分的に壊れ、磁束が一部侵入する、超伝導状態と常伝導状態の 2 つが混ざった状態となる。図 1.2 の第 II 種超伝導体のグラフより、 H_e が H_{c1} 以上、上部臨界磁場 H_{c2} 未満の状態のことを、混合状態または渦糸状態と呼ぶ。 H_e を大きくすると常伝導状態の範囲が増え、侵入する磁束が増える。 H_e が上部臨界磁界 H_{c2} を超えると、超伝導状態は完全に壊れ、混合状態から常伝導状態へ状態が遷移する。以上より、第 I 種超伝導体と第 II 種超伝導体は、混合状態が存在するかどうかにより分類されている。

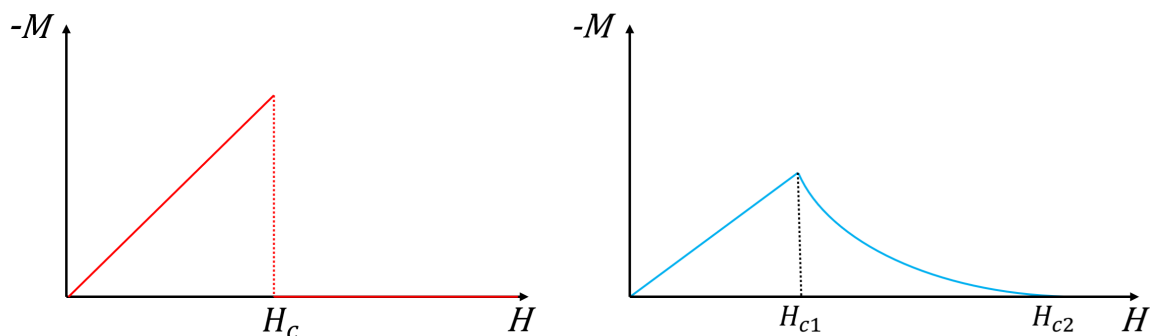


図 1.2: (a)：第 1 種超伝導体・(b)：第 2 種超伝導体

超伝導体は磁性の性質によって 2 種類に分けられる。第 I 種超伝導体は臨界磁場 H_c までは磁場を完全に排除するが、臨界磁場 H_c 以上の場合、超伝導状態から常伝導状態へ遷移する。一方、第 II 種超伝導体では、下部臨界磁界 H_{c1} までマイスナー状態を示し、上部臨界磁界 H_{c2} まで磁束の侵入を許して混合状態となり、それ以上の磁界を印加すると常伝導状態になる。

1.1.1.3 高温超伝導体

1986 年、銅酸化物超伝導体の発見は BCS の限界を破り、高い T_c を有する超伝導体は高温超伝導体と呼ばれる。これらのうちのいくつかは液体窒素の温度を超えており、液体窒素を冷媒として使用することができる。主なものとして、RE123 系

(RE：希土類)、ビスマス系 (Bi)、タリウム (Tl) 系、水銀 (Hg) 系がある。代表として、RE123 系の Y123($\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$) の臨界温度 T_c は 93 K となっている [4]。Y 系超伝導体 (Y123) を始めとする RE123 系超伝導体は、液体窒素の 77 K 近傍において、磁界中でも高い臨界電流密度 J_c を有する。その原因で、液体窒素温度で動作する高温超伝導線材として期待される。

また、ビスマス系高温超伝導材料の中でも特に $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-x}$ で表される Bi-2223 は液化天然ガス (LNG) の蒸発する温度である 110 K で超伝導状態となる。従って、高価な液体ヘリウムが不要であり、冷却コストの大幅な削減が期待できる [5]。

1.1.1.4 銅酸化物超伝導体

銅酸化物超伝導体とは、銅原子と酸素原子からなる二次元銅酸化物超伝導体を基本構造とし、それを積層状に積層した構造を有する複合銅酸化物超伝導体の総称である。超伝導体の臨界温度 T_c は、1986 年まで、 Nb_3Ge の 23 K より大きな上昇がなかったため、 T_c に上限があると考えられていた [4]。

1986 年、J. G. ベドノルツと K. A. ミューラー (J. G. Bednorz, K. A. Müller) によってランタン系銅酸化物 ($\text{La}_{2-x}\text{Ba}_x\text{CuO}_4$) が 30 K 以上で超伝導状態を示すことが発見された。

そしてその後に、Y 系と呼ばれる銅酸化物において、臨界温度は 92 K に到達した。1993 年に 135 K の水銀系銅酸化物超伝導体「 $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_y$ 」が発見された。これら銅酸化物超伝導体は線材化される事により送電線、MRI などへの応用が期待される [5]。

1.1.1.5 Bi 系超伝導体

Bi(Bismuth) 系超伝導体は、希土類元素を含まない酸化物超伝導体の一種で、主に Bi, Sr(Strontium), Ca(Calcium), Cu(Copper) から構成される化合物である。代表的なものには Bi-2212($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{10-x}$) や Bi-2223 ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-x}$) などは典型的な例である。Bi 系の超伝導体 Bi-2223 ($\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_{10-x}$) は、1988 年に科学技術庁金属材料技術研究所 (現・物質・材料研究機構) の前田弘のグループによって開発された。Bi 系超伝導体は複雑な結晶構造を持っており、積層さ

れた Bi 酸化物層や銅酸化物層が高温超伝導のメカニズムに寄与している。Bi 系超伝導体は、液体窒素の温度範囲（約 30 K から 110 K まで）以上で高温超伝導を示すことが特徴である。この特性により液体窒素を冷却剤として利用することが可能であり、実用的な応用が期待されている材料である。また、液化天然ガス（LNG）の蒸発温度である 110 K の温度を持つため、高価な液体ヘリウムが不要となり、冷却コストを大幅に削減することが期待されている [6]

1.1.1.6 RE 系超伝導体

銅酸化物超伝導体の内の一つである $\text{REBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ (REBCO) 超伝導体 (RE: Rare Earth: 希土類) は組成比が $\text{RE}:\text{Ba}:\text{Cu}=1:2:3$ の超伝導体である。RE には Y(yttrium), Sm(Samarium), Dy(Dysprosium), Eu(Europium) などが存在し、それらは総じて RE 系超伝導体と呼ばれる。1986 年に発見されて以降、液体窒素を用いて超伝導状態にすることが可能となったため、RE 系超伝導体は様々なことに応用するため、研究されている。

しかし、高温で利用が可能な代わりに、金属超伝導体は普通、どの方向に電流を流しても J_c - B 特性はすべて等しくなるが、銅酸化物超伝導体は磁界を加える方向によって J_c - B 特性が変化してしまう臨界電流密度の磁界依存性の異方性が存在する。これは RE 系超伝導体がペロブスカイト構造と呼ばれる異方的な結晶構造を持ち、電気伝導性を示す CuO_2 面と絶縁性を示す BaO 面から構成される、異方的な電気伝導性を持つからである。

1.1.2 超伝導体の n 値

従来の第 2 種超伝導体には、ある臨界電流以下でゼロ抵抗状態、それ以上では抵抗状態という単純な近似を用いることによって、 E - J 特性は以下のように表される。

$$E = E_0 \left(\frac{J}{J_c} \right)^n \quad (1.1.1)$$

ここで、 E_0 は超伝導体の臨界電流密度 J_c を定義する基準値である。このような超伝導体内の電磁現象を記述するモデルは n 値モデルと呼ばれる。

指数 n を n 値と呼び、第 2 種超伝導体の非線形性を示すパラメーターとして、

J_c とともに用いられている。

1.1.3 鉄道への超伝導ケーブルの導入

近年の超伝導応用は、エネルギーや環境など多岐にわたる分野において、従来の技術では実現しえない革新的機器の実現が可能となる。ここでは、超伝導技術の鉄道への導入に向けた最新の研究開発状況について説明する。

高温超伝導線材は、臨界温度以下で一般的な銅線と同様に使用することが可能である。超伝導状態では電気抵抗がゼロとなるため、送電線として活用することで、長距離にわたる損失のない送電が実現できる。鉄道への導入を目的として、超伝導線材をコイル状や螺旋状に巻き線することでケーブルを構成する。図 1.3 に示すように、超伝導ケーブルを鉄道のき電線に应用することで、電気抵抗ゼロという特性により、損失のない電力輸送が可能となる。

この結果、変電所の負荷平準化、電圧降下の低減に伴う変電所数の削減、さらには回生効率の向上といった効果が期待される。また、レールに流れる帰線電流を超伝導ケーブルに流すことで大地への漏れ電流もなくなり電食の問題も解決できる [7]。

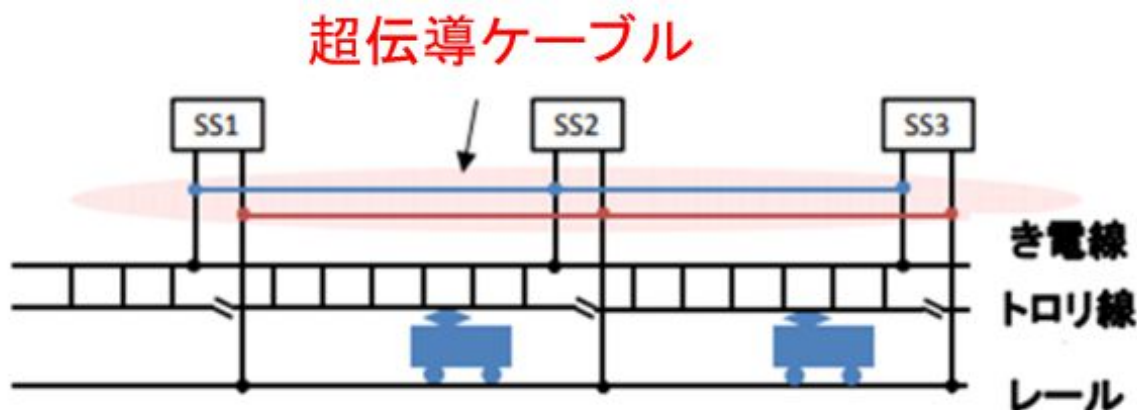


図 1.3: 超伝導ケーブルを導入した場合 [8]

1.1.4 有限要素法

有限要素法 (FEM: Finite Element Method) は、解析的に解くことが難しい微分方程式の近似解を数値的に求める方法の一つである。円柱や平板など単純な形状でもなく、複雑な形状の解析は有限要素法を用いて解くことができる。そこで複雑な形状の問題の解析をおこなう場合は、対象物を三角形や四角形のような単純な形状要素に分割し、それぞれの要素について境界条件を満たすように方程式を用いて近似表現する。

つまり要素ごとに作製された方程式を対象物全体の連立一次方程式として組み立てて計算をおこなう。また分割された要素はメッシュと呼ばれ、メッシュを細かくすることで計算精度は増加する。

しかし、メッシュの数が増えると計算時間も増加する。そのため、解析対象物についてよく理解し、計算精度と計算時間の両方を考慮した適切なメッシュサイズ・メッシュの形状の選択が必要となる。

次に有限要素法の全過程を要約して述べる：

ステップ 1：構造の離散化。有限要素法の第一歩は、構造または連続体を多くのセルに分割することであるため、分析に着手する際には、適切な有限要素を用いて構造をモデル化し、セルの数、タイプ、大きさ、配置を決定しなければならない。

ステップ 2：領域または構造からユニットの 1 つを取り出して研究する。適切な補間モードまたは変位モードを選択して、ユニットの変位場を近似的に記述する。任意の所与の荷重により、複雑な構造の変位解が事前に正確に知ることはできない。そのため、通常は差分モードを多項式形式とする。計算の観点から多項式は簡単で、しかも一定の収束要求を満たし、ユニット変位関数は多項式で近似した後、問題はどのようにノード変位を求めるかに転化し、ノード変位が確定した後、変位場も確定した。

ステップ 3：ユニット剛性行列と荷重ベクトルの導出、仮定の変位モードに基づいて、平衡条件或いは適切な変分原理を利用してユニットの剛性行列と荷重ベクトルを導出することができる。

ステップ 4：集合ユニット方程式から総平衡方程式群を得る。連続体または構造は、多くの有限要素のユニットを組み合わせたものである。したがって、連続体または構造全体を有限要素解析する場合は、組み合わせが必要になる。

1.1.5 JMAG

JMAG は 1983 年に株式会社 JSOL が開発した電気機器設計、開発のためのシミュレーションソフトウェアであり、有限要素法を用いて高速に解析することによりバルク内部の複雑な物理現象を正確に捉えることができる。また、JMAG は「高い分析能力」、「高速計算」、「高い生産性」、「オープンインターフェース」の 4 つのコンセプトから成り立っている [9]。

1.1.6 A - ϕ 法

渦電流問題を高速に解く方法として、磁気ポテンシャル A と電気スカラーポテンシャル ϕ を未知数として解くベクトルポテンシャル法 (A - ϕ 法) というものがある。

磁束密度 B は、磁気ポテンシャル A を用いると、

$$B = \nabla \times A \quad (1.1.2)$$

と表せる。これを Maxwell 方程式

$$\nabla \times E + \dot{B} = 0 \quad (1.1.3)$$

に代入すると、

$$\nabla \times E = -\dot{B} = -\nabla \times A \quad (1.1.4)$$

すなわち、

$$\nabla \times (E + \dot{A}) = 0 \quad (1.1.5)$$

と表せる。ここで E は電場の強度、 $\dot{B}$ は $\partial B / \partial t$ である。任意のスカラー関数 ϕ について、 $\nabla \times \nabla \phi = 0$ であるから、 E は

$$E = -\dot{A} - \nabla \phi \quad (1.1.6)$$

と表せる。透磁率 μ 、電気伝導率 σ の導体中の磁場強度を H 、電流密度を J とする。 $\nabla \times H$ に関する Maxwell 方程式は

$$\nabla \times H = \dot{D} + J = 0 \quad (1.1.7)$$

であるが、周波数が極めて低い場合を考えるので電束密度 $\mathbf{D}$ の時間微分は無視できると考えると

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1.1.8)$$

となる。式 (8) に、式 (2) および関係式

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (1.1.9)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B} \quad (1.1.10)$$

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (1.1.11)$$

を代入すると、

$$\nabla \times \mathbf{H} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \right) \quad (1.1.12)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = \nabla \cdot \sigma \mathbf{E} = -\sigma \nabla \cdot (\nabla \phi + \dot{\mathbf{A}}) = 0 \quad (1.1.13)$$

となる。任意のベクトル $\mathbf{A}$ において

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.1.14)$$

が成立する。これにクーロンゲージ条件 ($\nabla \cdot \mathbf{A} = 0$) を代入する、

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = -\nabla^2 \mathbf{A} \quad (1.1.15)$$

となる。式 (1.12), 式 (1.13) に代入すると、

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \phi) \quad (1.1.16)$$

となる。ここで $\phi = \dot{\phi}$ と定義して、式 (1.13)、式 (1.16) に代入すると、それぞれ

$$\frac{1}{\mu} \nabla^2 \mathbf{A} = \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \dot{\phi}) \quad (1.1.17)$$

$$\nabla \cdot \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \dot{\phi}) = 0 \quad (1.1.18)$$

となる。これらが導体中の支配方程式である。

次に、空気領域では、 $\mathbf{J}_{\text{ex}}$ を外部電流密度、 μ_0 は空気中の透磁率とすると、Maxwell 方程式より

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ex}} \quad (1.1.19)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (1.1.20)$$

式 (1.19) と Maxwell 方程式から。

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{J}_{\text{ex}} \quad (1.1.21)$$

よって空気中の支配方程式は、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} = -\mathbf{J}_{\text{ex}} \quad (1.1.22)$$

となる。支配方程式を空間で離散化すると誤差が生じる。たとえば、導体中の支配方程式では、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \dot{\phi}) = \delta x \quad (1.1.23)$$

となり、 δx が誤差である。有限要素法では、左辺の微分方程式と右辺の誤差に重み δw をかけて体積積分したものをゼロと考えることにより、誤差 δx を考慮しなくてもよいようにしている。

$$\int_V \delta w \cdot \left\{ \frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \mathbf{A} - \sigma(\dot{\mathbf{A}} + \nabla \dot{\phi}) \right\} dV = \int_V \delta w \cdot \delta x dV = 0 \quad (1.1.24)$$

A- ϕ 法の有限要素法では、重み δw を $\mathbf{A}$ の各成分の微小変化

$$\delta w = (\delta A_x, \delta A_y, \delta A_z) \quad (1.1.25)$$

とする。

他の支配方程式についても同様の操作をおこなう。

1.1.7 臨界状態モデル (Bean モデル)

第 2 種超伝導体では、混合状態下に磁束線が超伝導体内部に入り込むことから、超伝導電流の影響により磁束線は Lorentz 力を受ける。Lorentz 力 $\mathbf{F}_L$ は超伝導

体に流れる電流密度 J と超伝導体に侵入する磁束密度 B から表すことができ、 $\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B}$ である。磁束線は Lorentz 力による駆動力を受け動こうとするが、この磁束線の動きを止めるようにこの力に等しい制動力が働く。その一つがピンニング力 $\mathbf{F}_p$ であり、もう一つが粘性力 $\mathbf{F}_v$ である。これらの力が釣り合っているモデルのことを、臨界状態モデルという。臨界状態モデルは、

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_v = 0 \quad (1.1.26)$$

で表される [10]。

ここで、無限円柱を想定した超伝導体について考える。このとき、準静的に外部磁場が変化するような過程においては、磁束線の速度 v が小さいため、粘性力 $\mathbf{F}_v$ は無視できる。そのため、

$$\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p = 0 \quad (1.1.27)$$

で表せる。

対称性より、半径方向の磁束密度 B_r 、動径方向の磁束密度 B_φ はそれぞれ 0 となる。ここで、 δ は磁束線の半径方向の移動を示すものとし、1、または -1 を示すものとする。また、 B_z は z 方向の磁束密度、 J_c は臨界電流密度、 r はバルク中心からの動径方向の距離、 μ_0 は真空の透磁率とすると、

$$\mathbf{F}_L = \frac{B_z}{\mu_0} \frac{dB_z}{dr} \mathbf{F}_p = \delta J_c B_z \quad (1.1.28)$$

より、

$$\frac{B_z}{\mu_0} \frac{dB_z}{dr} = \delta J_c B_z \quad (1.1.29)$$

となる。

1.2 先行研究

1.3 ステップを有する Bi 系超伝導線材の実験的評価

本研究を進めるにあたって参考にした先行研究を紹介する。先行研究では Bi 系超伝導線材のステップについて、実験による測定で評価をおこなっている [12]。測定に用いた線材は幅 4.2 mm、厚さ 0.23 mm の Bi 系超伝導線材に高低差を与えてものである。、接合のステップを 2 mm 刻みで変化させたときの I - V 特性を測定している。そして、以上の条件で測定した I - V 特性は図 1.4 のようになる。

先行研究では線材ステップに依らず値に大きな影響はないことがわかる。この結果を踏まえて本研究では Bi 系超伝導線材に対して有限要素法による数値解析をおこなった。計算する際に用いた具体的な解析パラメータの設定は次章で述べる。

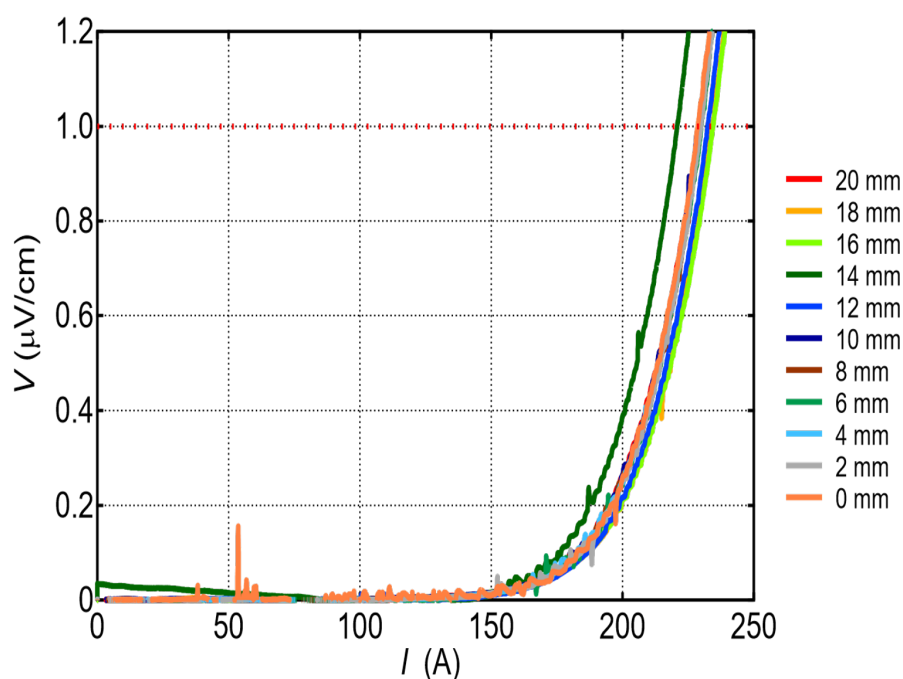


図 1.4: ステップがある線材モデルの実験結果

1.3.1 JMAG による電気特性の妥当性の検証

モデルを用いた数値解析において解析結果が実際の実験結果に即したとなっているかどうかは非常に重要な要素であると言える。そこで有限要素法を用いた解析結果の妥当性を調べるため、Brandt らの論文から導かれる理論式の計算結果と同様の条件で有限要素法を用いた計算結果との比較とモデルの要素数ごとの臨界電流の値の比較をおこなった。[18][13]

理論式によると、外部から超伝導薄膜内に電流を流したとき、薄膜内の電流密度 $J(y)$ は、

$$J(y) = \begin{cases} \frac{2J_c}{\pi} \arctan \left(\frac{a^2 - b^2}{b^2 - y^2} \right)^{1/2}, & |y| < b \\ J_c, & b < |y| < a \end{cases} \quad (1.3.1)$$

となる。この電流密度を流入面の面積で積分すると、電流 I が求められる。

$$I = 2J_c(a^2 - b^2)^{1/2}, \quad b = a \left(1 - \frac{I^2}{I_{\max}^2} \right)^{1/2} \quad (1.3.2)$$

式 (1.3.2) において、 $I_{\max}$ とは厚さ $1 \mu\text{m}$ の超伝導体薄膜に磁束線が完全侵入するときに $b = 0$ で発生する最大電流であり、その値は $I_{\max} = 2J_c a$ で求められる。但し、 a は薄膜の幅、 $b = a \left(1 - I^2/I_{\max}^2 \right)^{1/2}$ とする。

また、電流密度 $J(y)$ による発生する磁界 $H(y)$ は

$$H(y) = \begin{cases} 0, & |y| < b \\ \frac{H_c y}{|y|} \operatorname{arctanh} \left[\frac{a^2 - b^2}{b^2 - y^2} \right]^{\frac{1}{2}}, & b < |y| < a \\ \frac{H_c y}{|y|} \operatorname{arctanh} \left[\frac{a^2 - b^2}{b^2 - y^2} \right]^{\frac{1}{2}}, & a < |y| \end{cases} \quad (1.3.3)$$

と求められ、臨界磁場は $H_c = J_c/\pi$ となる。

理論式と解析値の比較結果は図 1.5、1.6 に示す。赤線は理論式から導出された理論値、青線は JMAG を用いて計算した解析値である。これらの結果を比較すると、両者は概ね一致している。したがって、今回用いたモデルのメッシュサイズおよびその計算結果は、電気特性を評価する方法として妥当であると言える。

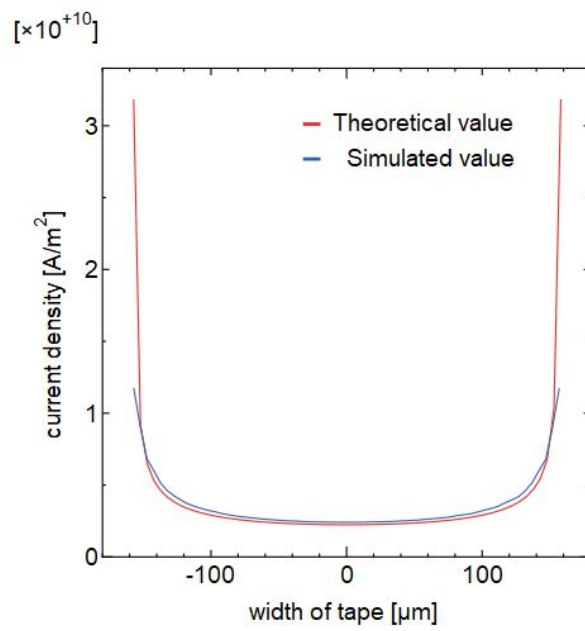


図 1.5: 電流密度の理論値と解析値

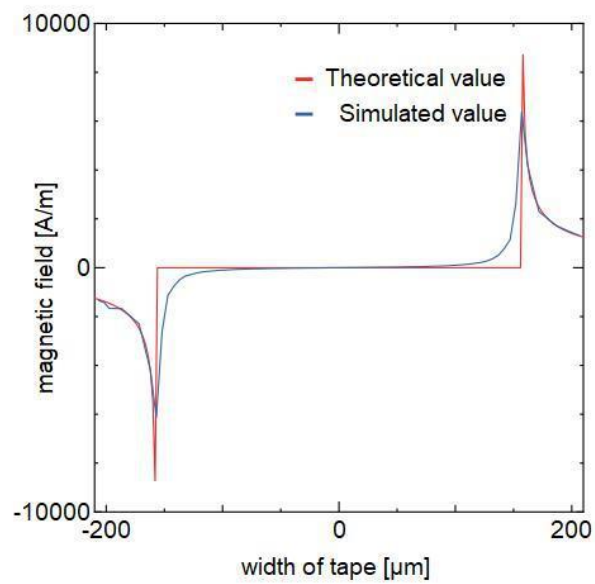


図 1.6: 磁界の理論値と解析値

1.4 本研究の目的

超伝導体のうち、高い転移温度を有する超伝導体は高温超伝導体と呼ばれる。中でも希土類元素を用いた RE(Rare Earth) 系超伝導体や Bi 系超伝導体は、液体窒素を冷媒として使用することができるため高価な液体ヘリウムが不要であり、冷却コストの大幅な削減ができるとして大きな期待が寄せられている。超伝導線材の応用先として注目されているのが超伝導体を用いた電力輸送ケーブルである。超伝導ケーブルは超伝導のゼロ抵抗の性質を最大限に活かせるほか、銅をはじめとする通常の金属と比べて非常に大きな電流密度を得ることが可能であるため、現用のケーブルよりもコンパクトなケーブルが実現できる [11]。

では、超伝導ケーブルの実現にあたり、どのような事柄が課題となるのか。その一つが接合による通電特性への影響である。現在では数 km 級のケーブルも開発されてはいるものの [14]、一本のケーブルで全ての設備を接続することは現実的に不可能であるため、実際の運用を考えるとすでに敷設されたケーブルや設備に超伝導ケーブルを繋いで使用することとなる。ここで生じる問題が接合が超伝導特性にどの程度影響を及ぼすのかである。仮に接合のやりかたによって及ぼす影響が大きく変化がするのであれば、その程度について正確に把握することが重要であるといえる。

本研究では、電力輸送ケーブルとして長距離での送電に対応させるにあたって必要となる超伝導線材の接合の高低差 (接合ステップ) が臨界電流に与える影響を明らかにするため、有限要素法を用いて数値解析をおこなった。

第 2 章

計算方法

2.1 解析手段

本研究では数値解析に JSOL 社製の電磁界解析ソフトウェア JMAG を使用して電気特性の計算をおこなった。また、この計算では臨界電流密度の磁界依存性に Bean モデルを用い、その値は超伝導線材を製造する企業が公開している超伝導線材の製品情報を参考にした [16][17]。そして、超伝導状態での条件は、電気特性タイプは I - V モデル、初期電気伝導率は $1.0 \times 10^{13} \text{ 1/}\Omega \cdot \text{m}$ 、最大電気伝導率を $1.0 \times 10^{15} \text{ 1/}\Omega \cdot \text{m}$ とした。 n 値と超伝導線材の J_c - B については各線材の項で説明する。

2.1.1 要素数と解析値の精度について

次に要素サイズと臨界電流について説明をする。この計算ではモデルの要素数を変化させることで臨界電流にどのような変化があるのかを調査した。序論でも述べたように有限要素法では、解析領域をメッシュと呼ばれる小さな部分に分割することで計算をおこなう。要素数とは、このメッシュを構成する要素の数や細かさを指し、要素数が多いほど、物理量の分布の表現度がよくなるとされている。一方で、要素数を増やすと計算コストが高くなるというデメリットも存在するため、解析の目的に応じて適切なメッシュの細かさを設定することが重要とされている。ここでは幅、厚さ、長さ方向の分割数を変化させることで臨界電流特性がどれほ

ど変化するのか確認した。また、断面積と入力値から想定される臨界電流の値は 240 A である。

以上の条件で計算をおこなったところ、図 2.1 のような結果が得られた。この結果を見ると、要素数が 10,000 メッシュを下回る計算では予想していた臨界電流値である 240 A から外れていることがわかる。また、28,600 メッシュと 62,800 メッシュの結果が近いことも見て取れる。このことから計算に用いるのに適した要素数は 30,000 メッシュ前後であると推測することが出来る。

先程の結果に加えて、前述の Brandt による理論値を求める式を用いての解析値とのズレを求める方法として付録として巻末に載せていプログラム A.1 を用いた。その結果、図 2.2 のような結果が得られた。図を見ると、要素数の少ない計算では精度にばらつきがあるといえるが、要素数が 28,600 メッシュと 62,800 メッシュの結果では結果に大きな違いは見られなかった。このことから要素数が大きいほうが計算精度が安定する事がわかる。また、要素数が少ないモデルで誤差が少ない結果も見られたが、これは評価に用いた要素が他のモデルより少ないことに起因すると考えている。Brant らの理論式との比較と要素数と I - V 特性との関係から本研究ではメッシュモデルの要素数が 30,000 メッシュ程度となるメッシュサイズを適用して計算をおこなった。

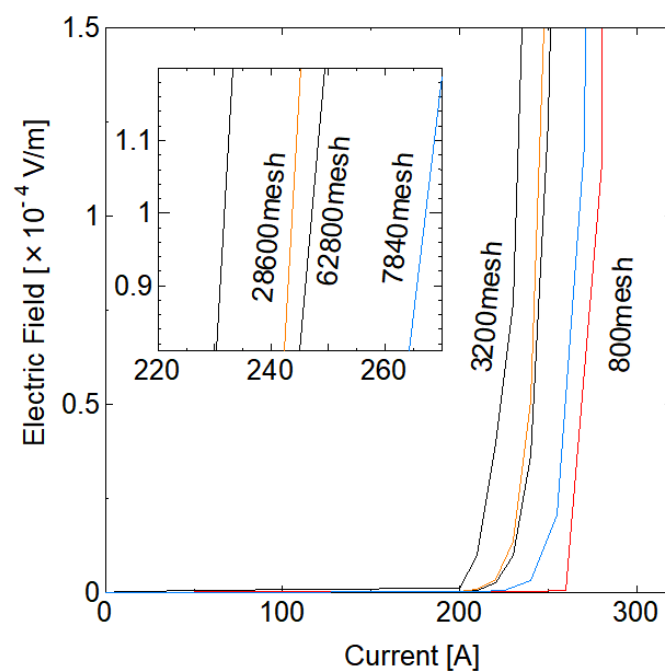


図 2.1: 要素数と臨界電流の関係

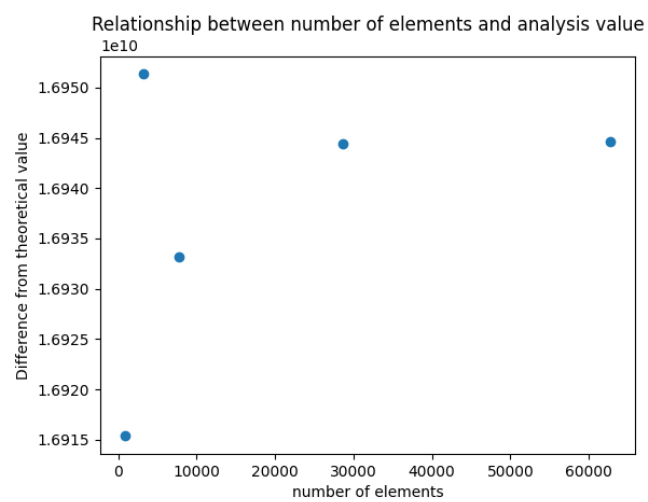


図 2.2: 要素数と臨界電流の関係

2.1.2 接合した線材にステップがある場合の通電特性

超伝導線材の接合ステップが通電特性に及ぼす影響について調査をおこなうために図 2.3 のようなモデルを作成した。このモデルは 2 枚の超伝導線材に高低差を与え、線材の高低差を変化させたときの I - V 特性の変化を調査した。

作製したモデルは幅 4.0 mm、厚さ 0.3 mm の超伝導線材を想定したものである。モデルは図 2.3 のように、2 枚の超伝導線材にステップを設けて 2 つの一端を接合した。また、接合の長さは 10 mm とし、超伝導線材のステップは 0 mm から 20 mm の範囲で 4 mm 刻みで変化させた。線材モデルには段階的に電流を印加し、その上限値を 300 A に設定した。

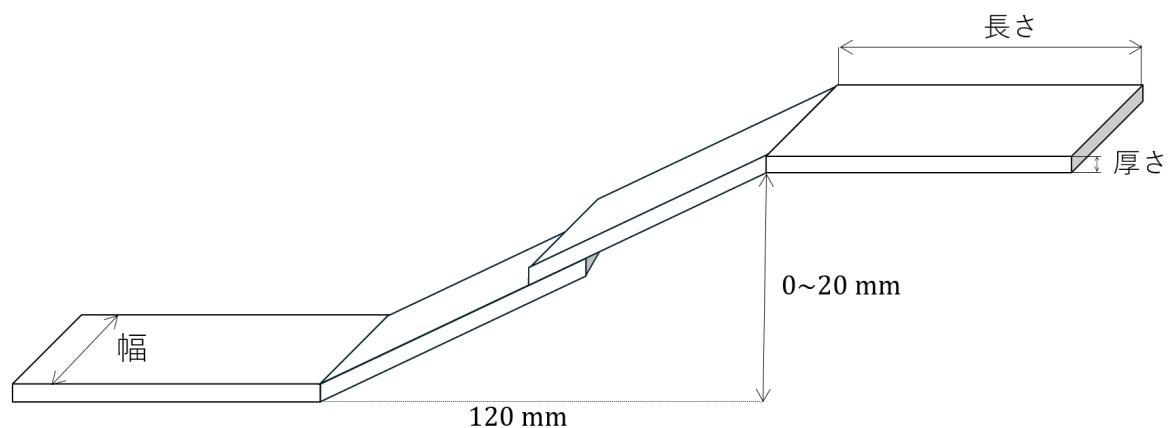


図 2.3: 接合にステップがある線材モデル

2.1.2.1 Bi 系超伝導線材の通電特性

実際の Bi 系超伝導線材は、銀マトリックス中に多数の Bi 系超伝導体のフィラメントが細線化された構造となっている。そして超伝導体を含む銀合金は銀のシースによって保護されている。[16]

今回の計算では図 2.4 の線材のうち Bare Wire(Type H) を参考に図 2.5 に示したようなモデルを作製した。

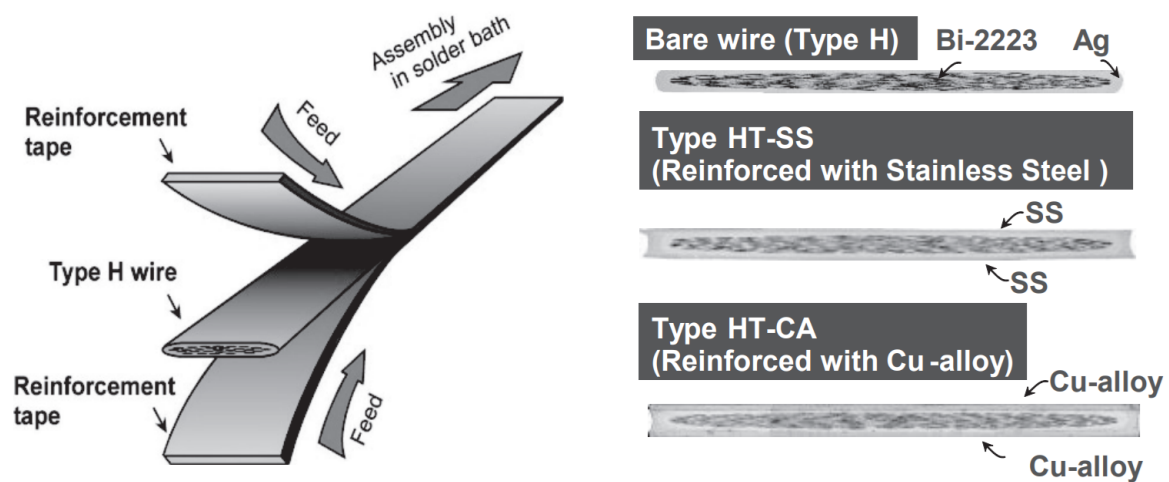


図 2.4: Bi 系超伝導線材の構造 [16]

このモデルは図の黄土色の部分にあたる超伝導体の層を銀の層で包み込んだ構造をしている。超伝導体の層は厚さ $200\text{ }\mu\text{m}$ 、幅が 3.5 mm の Bi 系超伝導体である。また、超伝導線材は銀層を含めて幅 4 mm 、厚さ $300\text{ }\mu\text{m}$ である。そして、この線材自体の臨界電流密度は $2.4 \times 10^8\text{ A/m}^2$ であるため、臨界電流の値は 192 A である。

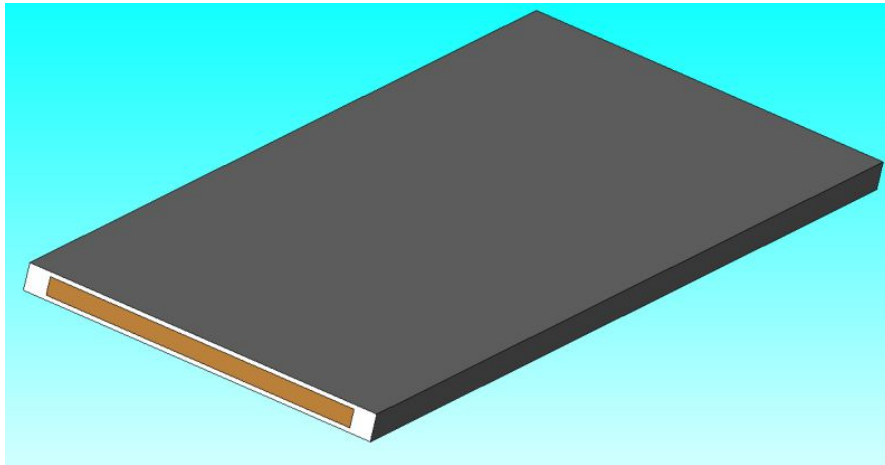


図 2.5: Bi 系超伝導線材の線材モデル

2.1.2.2 RE 系超伝導線材の通電特性

実際の RE 系超伝導線材の構造は、図 2.6 のような構造を有している。Bi 系超伝導線材との一番の違いは層の数である。前述のように Bi 系超伝導線材は超伝導材料が遍在している線材を銀のシースで保護する構造を有している。一方で RE 系超伝導線材はハステロイと呼ばれる金属基板の上に超伝導層や中間層、安定化層の保護層があることで超伝導特性を損なわないような構造を有している。[17]

線材モデルを作製する際には条件を踏まえた上で、図 2.7 のようなモデルを作製した。このモデルは RE 系線材のうち超伝導層のみを再現したものとなっている。超伝導体の層は厚さ $2\text{ }\mu\text{m}$ 、幅は 4 mm とした。そして、臨界電流密度は $3.0\times 10^{10}\text{ A/m}^2$ であるため、臨界電流の値は 240 A である。

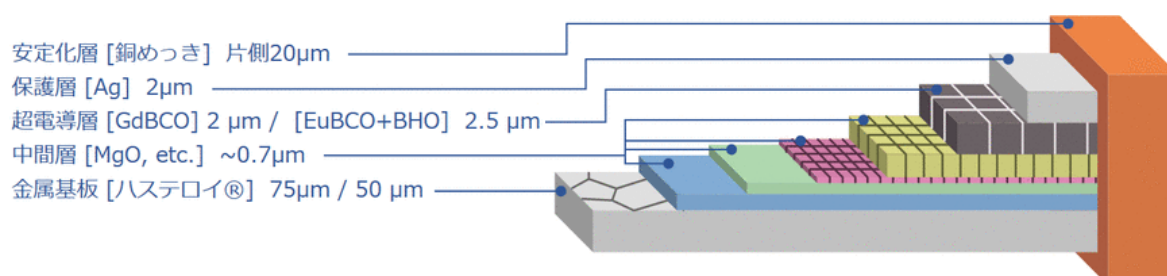


図 2.6: RE 系超伝導線材の構造 [17]

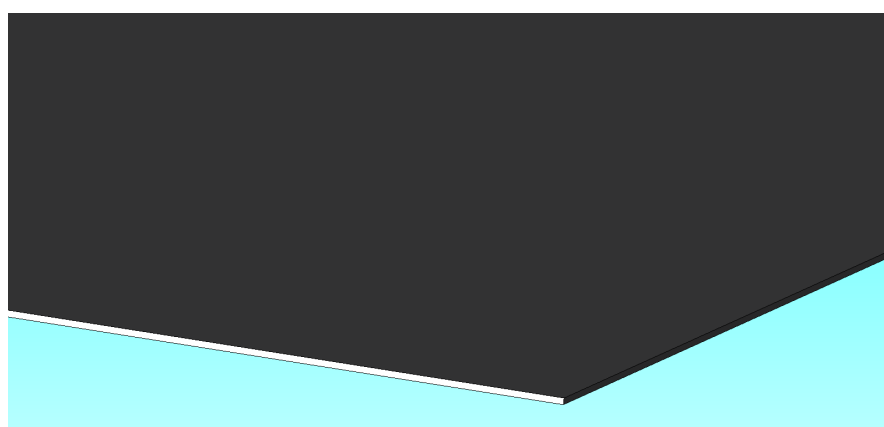


図 2.7: RE 系超伝導線材の線材モデル

第 3 章

結果と考察

3.1 計算結果

考察に際して、電界を電圧を電極間の距離で割った値、臨界電流を電界が 1.0×10^{-4} V/m に達したときの電流の大きさと定義した。

3.1.1 接合した線材にステップがある場合の通電特性

上記の定義に基づいて各線材モデルの臨界電流の値を算出した結果、いずれの値も 271 A から 274 A の範囲に収まることが確認された。図 3.1 の結果から、Bi 系超伝導線材の接合ステップの大きさが増加するにつれて臨界電流が低下する傾向にあると言える。

しかし、いずれの場合も接合ステップの変化による臨界電流の変化は非常に小さいものであった。通電特性にわずかに差が出たのは、数値解析の誤差のほかに、接合ステップによる自己磁場の変化がわずかながら存在していることが影響しているのではないかと考えられる。

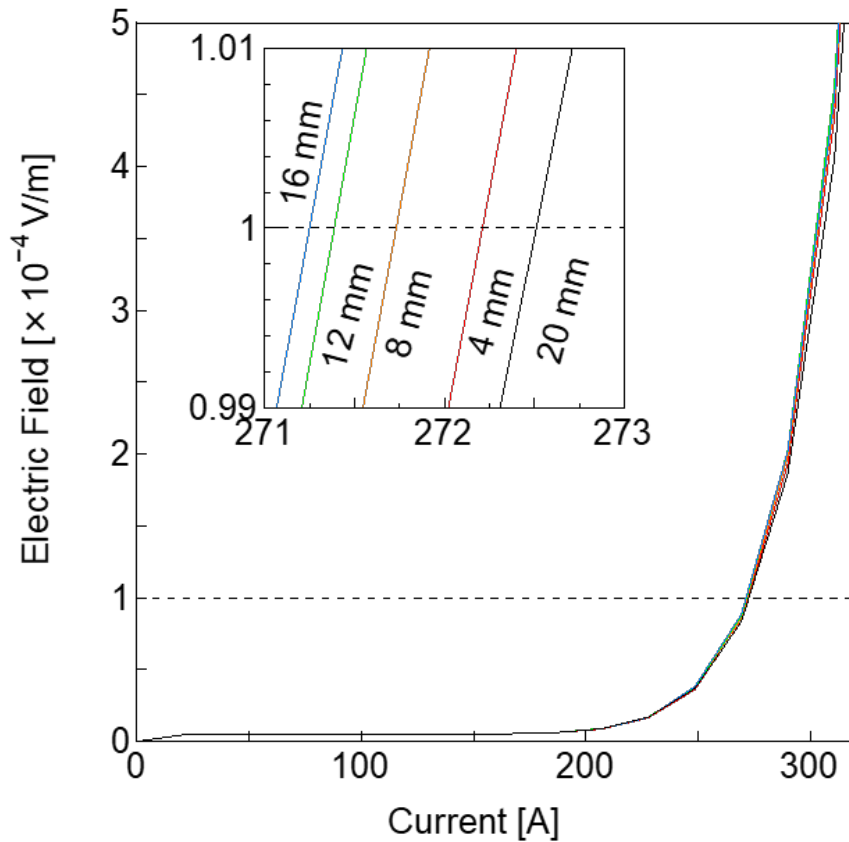


図 3.1: ステップを有する Bi 線材モデルの I - V 特性

3.1.2 RE 系超伝導線材の通電特性

RE 系超伝導線材のモデルの結果を図 3.2 に示す。RE 系超伝導線材においても、ステップの有無によって最大 7 A 程度の臨界電流の差が確認された。また、接合ステップが 4 mm から 16 mm までの臨界電流の差は特に小さくなっていることが確認された。

しかしながら、いずれの場合においても接合ステップが通電特性に与える影響は臨界電流値の数%程度に留まっている。このことから RE 系超伝導線材の場合でも接合ステップが線材に及ぼす影響は Bi 系超伝導線材と同様に非常に小さいと考えられる。また、Bi 系超伝導線材の結果と比較した際に、臨界電流の値が相対的に小さくなっていることが確認されたが、これは線材モデルの厚さの違いによるものであると考えられる。

以上の計算結果から、超伝導線材の材質にかかわらず接合ステップが臨界電流特性に与える影響は非常に小さいと言える。

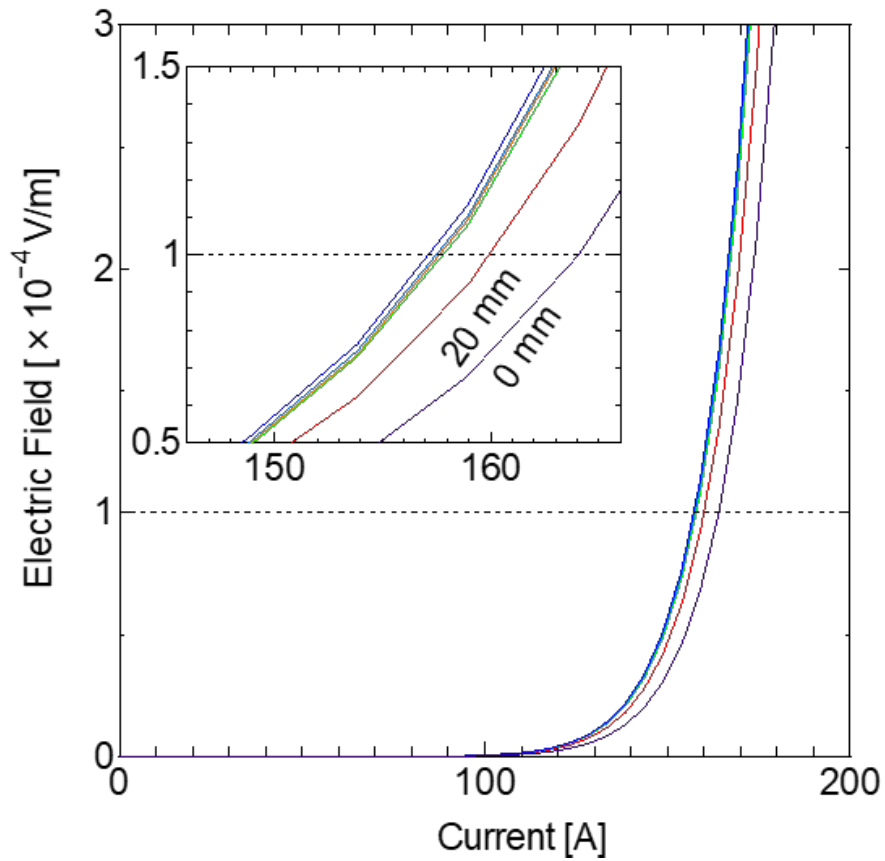


図 3.2: ステップを有する RE 線材モデルの I - V 特性

第 4 章

総括

本研究では有限要素法を用いて超伝導線材の接合ステップが通電特性に与える影響について計算をおこなった。

有限要素法は解析的に解くことが難しい微分方程式の近似解を数値的に求める方法の一つで、特に複雑な形状を持つ解析で威力を発揮する計算手法である。この計算手法は簡略化したモデルを用いて計算をすることで、実際に試料を作成して測定するよりも時間的・金銭的なコストをかけずに対象の特性を調査することが可能である。一方で、計算に用いるモデルのサイズや形状に適したメッシュの刻み方が計算時間や精度に直結する計算手法である。そのため、解析対象についてよく理解し、計算精度と計算時間の両方のバランスを考慮した適切なメッシュサイズの選択が必要となる。

今回の解析のうち先行研究をベースにおこなった Bi 系超伝導線材の接合ステップの計算では、先行研究と同様にステップが及ぼす影響が非常に小さいという結論となり、Bi 系超伝導線材の接合ステップの影響と計算に用いたメッシュモデルの作製手法が通電特性を評価するのに適していることを確認することができた。

また、Bi 系超伝導線材に代わって、応用が期待されている RE 系超伝導線材を用いた接合ステップの計算では、Bi 系超伝導線材の接合ステップと同様に通電特性にほとんど影響を与えないことを確認できた。そして、2つの計算結果から超伝導線材の接合ステップが通電特性に与える影響は、線材の材料や線材の構造にも依存しないことも明らかとなった。加えて、有限要素計算を行う上で最も重要な要素の一つであるメッシュのサイズやアスペクト比の効果的な設定方法について実際に

確認し、研究室内で共有できたことも本研究の重要な成果である。

今回これらのモデルの解析によって、将来、超伝導ケーブルを用いた長距離送電の実現に向けた課題の一つである接合ステップが通電特性に与える影響について詳細に理解することができた。特に、接合ステップが通電特性にほとんど寄与しないことは、今後の超伝導ケーブルの設計や新たな応用において非常に有益な知見となる。今後は超伝導線材をよりケーブルの形状に近づけた実践な条件下で計算についての詳細な検討や理論値との比較を通じて計算結果の妥当性を検証したより精密な解析モデルの構築を進めることが望まれる。

研究実績

研究会

- 今泉圭佑ほか, 低温工学・超電導学会 超電導応用研究会, 電気学会会議室, 2023 年 7 月 3 日, 口頭発表
- 今泉圭佑ほか, 低温工学・超電導学会 九州・西日本支部 2023 年度若手イベント (支部研究成果発表会・学生企画)、熊本大学、11 月 11 日、オンライン発表

国内学会

- 今泉圭佑ほか, 2024 年秋季第 108 回低温工学・超電導学会研究発表会, 3C-a01、11 月 25 日 – 11 月 27 日、口頭発表

謝辞

本研究に取り組むにあたり、多くの方から多大なご助力を賜りました。

まずは九州工業大学大学院情報工学研究院物理情報工学研究系の小田部荘司教授に感謝申し上げます。先生には研究をおこなうにあたって必要な超伝導の基礎知識や理論のご教授や研究方針に関する助言や学会発表といった研究成果を発表する機会でのご支援など、私の研究生活を多方面から支えてくださいました。また、電磁気学をはじめとする専門科目の TA、バングラデシュや韓国の学生との国際交流など様々な経験をさせていただきましたことにも深く感謝申し上げます。

次に、九州工業大学情報工学府先端技術工学専攻の張宇威氏および鐘宇軒氏に感謝申し上げます。両名には本研究を進めるにあたり、研究内容に対するいくつかの質問に対応してくださったこと、研究のメインツールである JMAG の使い方について親切かつ丁寧に教えていただいたこと非常に感謝しています。

次に、バングラデシュの Rajshahi 大学の Moshiur Rahman 氏に感謝申し上げます。短い間ではありましたが、数値計算の結果の検証やプログラミングにおいて、英語が拙い私に寄り添いながら積極的に協力してくださったこと、特にプログラムの改善において非常に大きな助けとなりました。ご支援深く感謝申し上げます。

最後に、公私ともにお世話になった小田部研究室の皆様および私の学生生活支えて下さった方々に深く感謝申し上げます。

付録 A

計算結果の評価プログラム

2.1.1 でメッシュモデルの評価に用いたモデルの計算結果と理論値とのズレを要素数ごとに評価するプログラム A.1 を付録として載せる。

A.1 計算結果と理論値とのズレを評価するプログラム

プログラム A.1: 計算結果と理論値とのズレを評価するプログラム

```
1 import numpy as np
2 import pandas as pd
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import os
5
6 dir = './data/'
7 divisions = []
8 errors = []
9 J_c = 1e10
10 a = 150
11 b = a*np.sqrt(1-(0.95)**2)
12
13 for filename in os.listdir(dir):
14     points = pd.read_excel(dir + filename).to_numpy()
15     y = points[0]
```

```

16     y = y - (y.max() + y.min())/2
17     J = points[1]
18     J_eqn = 2*J_c/np.pi * np.arctan(np.sqrt((a**2 - b**2)) / (b
        **2 - y**2))
19     cond = np.logical_and(np.abs(y) > b, np.abs(y) < a)
20     J_eqn[cond] = J_c
21     divisions.append(float(filename[:-5]))
22     errors.append(np.sqrt( ((J - J_eqn)**2).sum() / len(J)))
23
24 plt.plot(divisions, errors)
25 plt.xlabel('divisions')
26 plt.ylabel('errors')
27 plt.show()

```

参考文献

- [1] H. K. Onnes (1911) Comm. Leiden.120.
- [2] J. Bardeen, L. N. Cooper and J. R. Schrieffer, Phys. Rev. 108 (1957) pp. 1175–1204
- [3] 超伝導の基礎 [第 3 版], 丹羽雅昭, 東京電機大学出版局,(2009).
- [4] これ 1 冊でわかる超伝導実用技術. 日刊工業新聞社, (2013).
- [5] T. Machida, Y. Kohsaka, K. Matsuoka, K. Iwaya, T. Hanaguri and T. Tamegai, Nature Communications 7 11747(2016).
- [6] Recent Progress of Bi2223 HTS Wires and Their Applications. Ken-ichi SATO(2007).
- [7] H. Fuji, T. Izumi and Y. Shiohara, J. Japan Inst. Metals 66 No. 4 207-213(2002).
- [8] M. Tomita Railway Research Review 70 No. 10(2013).
- [9] JMAG Simulation Technology for Electromechanical Design, 「JMAG とは」.
- [10] 松下照男, 「磁束ピンニングと電磁現象」, 産業図書 (1994)
- [11] 原 築志, ほか, “高温酸化物超伝導交流ケーブルのニーズと開発”, 応用物理, Vol. 65, No. 4, (1996), pp. 401-405.
- [12] T. Akasaka, T. Onji, S. Yano, Y. Zhong, E. S. Otabe, A. Ishihara, M. Tomita, IEEE, 33,(2023), 4800305.
- [13] Zhang, Physica C 577 (2020) 1353733
- [14] 線材長さ 8km の二ホウ化マグネシウム超電導線材を開発：研究開発：日立、
<https://www.hitachi.co.jp/rd/news/topics/2019/1008.html>

- [15] 日本セラミックス協会, https://www.ceramic.or.jp/museum/contents/pdf/2007_8_06.pdf
- [16] 高強度 Ni 合金補強 Bi-2223 超電導線材, https://sumitomoelectric.com/jp/sites/japan/files/2021-10/download_documents/J190-03.pdf
- [17] 株式会社フジクラ — 製品情報, https://www.fujikura.co.jp/products/newbusiness/superconductors/01/2052502_12679.html
- [18] Brandt, Indenbom, Physical Review B 48 (1993) 12893.