令和 6 年度　修士論文

マイスナー状態にある超伝導薄膜の縦磁場中臨界電流特性の研究

九州工業大学情報工学府

情報創成工学専攻 物理情報工学専門分野

学生番号 236E0329

毛利　誠一

指導教員：小田部　荘司

目次

図目次

第 1 章　序章

1.1 超伝導の基礎

超伝導は、特定の金属および合金が十分に低い温度で示す特性であり、電気抵抗がゼロになると同時に磁場を排除するという特性(完全反磁性)を持っている。超伝導の研究は、1911 年に H. K. Onnes が水銀の抵抗が約 4.2 K で消失する現象を発見したことから始まった[1]。この温度は現在、水銀の臨界温度 T_{c} として知られており、超伝導が発現する境界温度である。超伝導体の種類は多岐にわたるが、一般に金属系超伝導体は臨界温度が低く、酸化物超伝導体（高温超伝導体）は比較的高い臨界温度を持つことが知られている。例えば、鉛 (Pb) の臨界温度は約 7.2 K であるのに対し、酸化物系の高温超伝導体である $YBa_2Cu_3O_7$ (イットリウム系超伝導体) は 90 K 以上の臨界温度を示す。これにより、液体窒素温度 (77 K) での超伝導応用が可能になり、冷却コストの低減とともに実用化の可能性が大きく広がった。

また、超伝導体は、磁気特性に基づき第一種超伝導体と第二種超伝導体の二つに分類される。第一種超伝導体の内部の磁束密度は、図 1.1(a)のように表される。第一種超伝導体は、主に純金属で構成され、臨界磁場 H_{c} を超えると突然超伝導状態が失われる。低い臨界磁場を持ち、完全なマイスナー効果によって磁場を排除する特性があるが、強い磁場環境では使用が難しいため、実用的な応用は限られている。代表的な第一種超伝導体には、水銀 (Hg)、鉛 (Pb)、アルミニウム (Al) などがある。一方で、第二種超伝導体の内部の磁束密度は、図 1.1(b)のように表される。第二種超伝導体は、臨界磁場に下限である下部臨界磁場 H_{c1} と上限である上部臨界磁場 H_{c2} が存在する。H_{c1} 以下ではマイスナー効果が成立し磁場を完全に排除するが、H_{c1} から H_{c2} の範囲では磁束が内部に侵入する混合状態 (vortex state) になる。この状態では超伝導と常伝導状態が共存するが、超伝導電流は維持される。さらに、H_{c2} を超えると完全に超伝導が失われ、常伝導状態に戻る。第二種超伝導体の代表例としては、ニオブ-チタン (NbTi)、ニオブ-スズ (NbSn)、および高温超伝導体 ($YBa_2Cu_3O_7$など)が挙げられる。これらの超伝導体は高い臨界磁場を持ち、強磁場環境での応用が可能である。そのため、MRI (Magnetic Resonance Imaging)や電力送電ケーブル、磁気浮上列車（リニアモーターカー）などの多くの産業分野で利用されている。

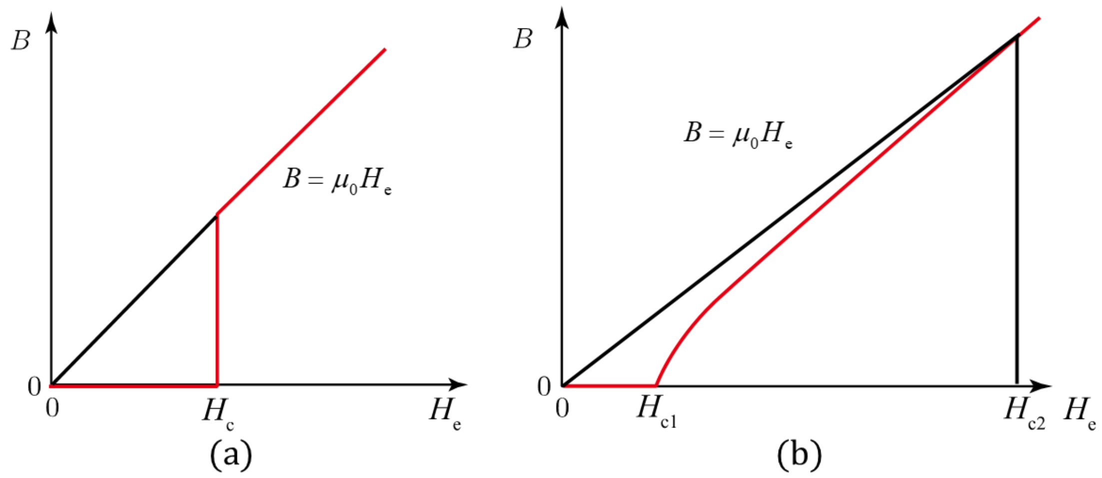


図 1.1 外部磁場に対する超伝導体内部の磁束密度
(a)第一種超伝導体、(b)第二種超伝導体

1.2 London 方程式

London 方程式は、超伝導体内部の電磁現象を記述するための基本的な方程式で、F. London と H. London によって提案された[2]。この方程式は、超伝導体内部の電流と磁場の関係を記述し、超伝導体におけるマイスナー効果（完全反磁性）を理論的に説明している。以下にその簡潔な導出をまとめる。

超伝導電子に対する運動方程式は

$$m^* \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_\mathrm{s}}{\mathrm{d}t} = -e^* \boldsymbol{E} \tag{1.1}$$

で表される。ここで、m^* は超伝導電子の質量、$\boldsymbol{v}_\mathrm{s}$ は超伝導電子の速度、e^* は超伝導電子の電荷、$\boldsymbol{E}$ は電場である。超伝導電流密度 $\boldsymbol{J}$ は、超伝導電子密度 n_s、e^*、$\boldsymbol{v}_\mathrm{s}$を用いて

$$\boldsymbol{J} = -n_\mathrm{s} e^* \boldsymbol{v}_\mathrm{s} \tag{1.2}$$

と表される。したがって、これを(1.1)式に代入し、整理すると、

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{J}}{\mathrm{d}t} = \frac{n_\mathrm{s} e^{*2}}{m^*} \boldsymbol{E} \tag{1.3}$$

となる。ここで、Maxwell 方程式を用いて、(1.3)式の rotation をとったものは、

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\boldsymbol{b} + \frac{m^*}{\mu_0 n_\mathrm{s} e^{*2}} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{b}\right) = 0 \tag{1.4}$$

となる。ここで、$\boldsymbol{b}$ は磁束密度、μ_0 は磁気定数である。したがって、(1.9)式の左辺の括弧の中の量は定数となるが、London 兄弟はこの定数が 0 で

$$\boldsymbol{b} + \frac{m^*}{\mu_0 n_\mathrm{s} e^{*2}} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{b} = 0 \tag{1.5}$$

のときにマイスナー効果が説明できることを示した。(1.3)式と(1.5)式を London 方程式という。

1.3 Ginzburg-Landau (GL) 方程式

Ginzburg-Landau (GL) 方程式は、超伝導状態を記述するための理論的枠組であり、1950 年に L. Ginzburg と V. Landau によって提案された[3]。この方程式は、超伝導状態におけるマクロな特性を示す秩序変数 Ψ（オーダーパラメータ）を用いて、超伝導の振る舞いを記述している。特に、臨界現象や磁場中の超伝導体の性質を理解するための基本的な理論として広く用いられている。以下にその簡潔な導出をまとめる。

超伝導体の自由エネルギー密度 $F_{\mathrm{s}}(B)$ は、

$$F_{\mathrm{s}}(B) = F_{\mathrm{n}}(0) + \alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \frac{1}{2\mu_0}(\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A})^2 + \frac{1}{2m^*}|(-i\hbar\boldsymbol{\nabla} + e^*\boldsymbol{A})\Psi|^2 \tag{1.6}$$

と記述できる。ここで、α,β は冪展開係数、$\boldsymbol{A}$ はベクトルポテンシャル、$\hbar$はディラック定数である。(1.6)式において、左辺第一項はゼロ磁界中の常伝導状態の自由エネルギー密度、第二項と三項は凝縮エネルギー密度、第四項は磁場のエネルギー密度、第五項は量子力学的な運動エネルギー密度である。このとき、Ψ と $\boldsymbol{A}$ は超伝導領域 V の全エネルギー $E_{\mathrm{s}} = \int F_{\mathrm{s}}\, dV$ を最小にするように決定される。その方法として変分法を用いる。E_{s} はΨ の共役複素数 Ψ^* と $\boldsymbol{A}$ について変分し、その値が 0 となるようにすると、

$$\frac{\delta E_{\mathrm{s}}}{\delta\Psi^*} = \frac{\partial E_{\mathrm{s}}}{\partial\Psi^*} - \left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\frac{\partial E_{\mathrm{s}}}{\partial\boldsymbol{\nabla}\Psi^*}\right) = 0 \tag{1.7}$$

$$\frac{\delta E_{\mathrm{s}}}{\delta\boldsymbol{A}} = \frac{\partial E_{\mathrm{s}}}{\partial\boldsymbol{A}} - \left(\boldsymbol{\nabla}\cdot\frac{\partial E_{\mathrm{s}}}{\partial\boldsymbol{\nabla}\boldsymbol{A}}\right) = 0 \tag{1.8}$$

と書ける。(1.7)式と(1.8)式をそれぞれ解くと、

$$\frac{1}{2m^*}(-i\hbar\boldsymbol{\nabla} + e^*\boldsymbol{A})^2\Psi + \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \tag{1.9}$$

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\mu_0}\,\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A} = \frac{i\hbar e^*}{2m^*}(\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{{e^*}^2}{m^*}|\Psi|^2\Psi = 0 \tag{1.10}$$

となる。(1.9)式と(1.10)式を GL 方程式という。

1.4 対破壊電流

対破壊電流密度 J_{d} は超伝導状態で流せる電流密度の理論的限界である[3-5]。J_{d} は、

$$J_{\mathrm{d}} = \frac{\phi_0}{3\sqrt{3}\pi\mu_0\xi\lambda^2} = \frac{2\sqrt{2}B_{\mathrm{c}}}{3\sqrt{3}\mu_0\lambda} \tag{1.11}$$

で表される。ここで、ϕ_0 は量子化磁束、ξ はコヒーレンス長、λ は磁場侵入長、$B_{\mathrm{c}}(=\frac{\phi_0}{2\sqrt{2}\pi\xi\lambda})$ は熱力学的臨界磁場である。この値を超えると超伝導キャリア（クーパー対）が分解し、超伝導状態が崩壊して常伝導状態に移行する。一般的に、臨界電流密度 J_{c} は

J_d より桁違いに小さいことが多いが、膜厚 d_s が磁場侵入長 λ より薄く、かつ幅 w が Pearl length λ^2/d_s より狭い銅酸化物および鉄系超伝導名のストリップにおいて、J_d に匹敵する J_c が実際に観測されている[6-10]。本研究により、J_c が J_d に近づく条件が明らかになれば、超伝導薄膜の性能向上に寄与することが期待される。

1.5 過熱磁場

超伝導薄膜の表面が理想的に平滑である場合、マイスナー状態が安定する限界における磁場は、過熱磁場 B_sh と呼ばれる。理論的には、過熱磁場は臨界磁場 B_c や下部臨界磁場 B_c1 を超える値を持つことが可能であり、超伝導体の種類や形状、表面特性に依存する。B_sh の大きさは、超伝導薄膜の表面状態に大きく依存する。表面が滑らかで欠陥が少ない場合、磁場の侵入が抑制されるため、B_sh は理論的な最大値に近づく。一方、表面粗さや不純物が存在する場合、量子化磁束の侵入が容易になり、B_sh は低下する。この現象は、表面特性が超伝導体の安定性に与える影響を物理的に示すものであり、過熱磁場の測定や制御は超伝導材料の性能評価において重要な課題となっている[11]。

1.6 縦磁界効果

縦磁界（longitudinal magnetic field）とは、図 1.2(a) に示すように、超伝導体に流している電流に対し、平行に磁界を印加した状態のことを言う。一方で、横磁界（transverse magnetic field）は図 1.2(b) に示すように、超伝導体に流している電流に対し、垂直に磁界を印加した状態のことを言う。一般に、縦磁界の場合、横磁界とは異なる様々な現象が観測される。その例を以下に列挙する。

1. 電流によって磁界と同方向の磁化が正の値となる。これを常磁性効果と呼ぶ[12]。
2. 外部磁界を増加させると交流電流による損失が減少する[13]。
3. 縦磁界の場合は、
$$\boldsymbol{J}\times\boldsymbol{B}=0 \tag{1.21}$$
のように磁束線に対してローレンツ力が働かないため臨界電流密度が横磁場の場合に比べて大幅に増加する[14-16]。
4. 臨界電流密度を超えた抵抗状態において、らせん状に縦方向に負の電界を有する領域が存在する。

これらを総称して縦磁界効果と呼ぶ。3 に関しては、超伝導体の形状によって臨界電流密度の増加量が大きく変化する。4 に関しては、実際にどのような磁束線の運動が起きているのかについて、いくつかのモデルが提唱されている。その中には、磁束線同士が交錯する際に磁束線が切れるという磁束カッティングモデルや、電流と磁界が平行であるため局所的にローレンツ力が存在しないことに基づく force-free モデルなどが含まれる。

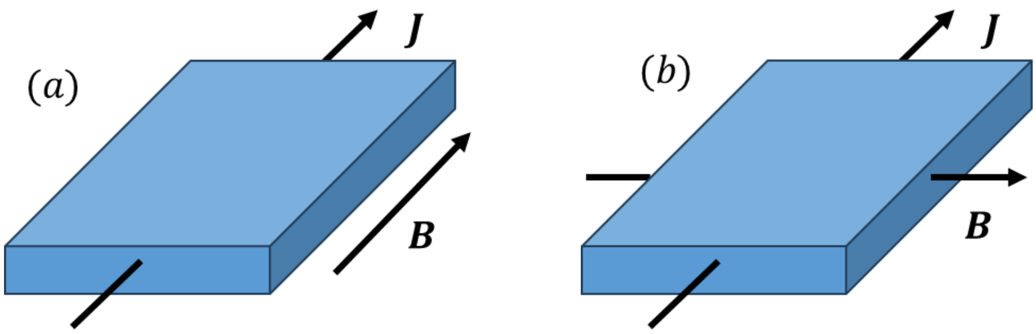


図 1.2 超伝導体に対し磁界と電流を印加した状態: (a) 縦磁界 (b) 横磁界

1.7 研究目的

超伝導薄膜は、電磁シールド、超伝導配線、高感度磁気センサー、高速電子デバイスなど、エレクトロニクス分野における多岐にわたる応用が期待されている[17]。しかし、現状では薄膜特性の再現性や製造プロセスの整合性に課題があり、特にマイスナー効果を利用した磁気遮蔽や臨界電流密度 J_c の向上が重要な研究テーマとされている。また、J_c が J_d に近づく条件を解明することは、超伝導薄膜の性能向上につながる可能性がある。本研究では、第二種超伝導薄膜に横磁場と縦磁場を印加した場合のマイスナー状態における臨界電流密度 J_c に加えて、超伝導薄膜内部の磁場およびオーダーパラメータ分布について Ginzburg-Landau (GL)方程式に基づく数値計算を行い、臨界電流近傍での超伝導薄膜の状態について考察した。本研究により、J_c が J_d に近づく条件が明らかになれば、超伝導薄膜の性能向上に寄与することが期待される。

第 2 章　計算モデルおよび計算方法

2.1 一次元 Ginzburg-Landau(1D-GL) 方程式

図 2.1 は、通電電流 I_t が z 方向に流れ、外部磁場 B_a が yz 平面（薄膜表面）に平行な幅の狭い超伝導薄膜に印加された場合を示している。ただし、ここでは薄膜の幅が Pearl length よりも狭いと仮定しており、そのため幅依存性を考慮する必要はない[18]。ここで、ϕ は外部磁場 B_a と z 軸とのなす角である。B_a が y 方向 $(\phi = \pi/2)$ のときが横磁場であり、B_a が z 方向 $(\phi = 0)$ のときが縦磁場である。

規格化した GL 方程式は、

$$\xi^2 \left(\boldsymbol{\nabla} - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A} \right)^2 \psi = -\psi + |\psi|^2\psi \tag{2.1}$$

である。ここで、ψ は規格化されたオーダーパラメータ、$\boldsymbol{A}$ はベクトルポテンシャルである。(1.9)式の GL 方程式から(2.1)式の規格化した GL 方程式の導出は付録 A.1 に示す。規格化されたオーダーパラメータは、

$$\psi = fe^{i\varphi}$$

で表され、f はオーダーパラメータの絶対値 $(f = |\psi|)$、φ はオーダーパラメータの位相 $(\varphi = \arg(\psi))$ である。

超伝導電流密度 $\boldsymbol{J}_\mathrm{s}$ は、

$$\boldsymbol{J}_\mathrm{s} = \frac{1}{\mu_0\lambda^2}\Im\left[\psi^*\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla} - iA\right)\psi\right] = \frac{|\psi|^2}{\mu_0\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\varphi - \boldsymbol{A}\right) \tag{2.2}$$

で与えられる。

Ampère-Maxwell 方程式は、

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A} = \mu_0\boldsymbol{J}_\mathbf{s} = \frac{|\psi|^2}{\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\varphi - \boldsymbol{A}\right) \tag{2.3}$$

のように表される。

超伝導体表面における境界条件は、

$$\hat{n}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla} - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)\psi = 0 \tag{2.4}$$

で与えられ、$\hat{n}$ は表面における法線ベクトルである。ゲージ不変な規格化ベクトルポテンシャル $\boldsymbol{a} = (2\pi\xi/\phi_0)\boldsymbol{A} - \xi\boldsymbol{\nabla}\varphi$ を用いると、(2.1)式および(2.3)式は、

$$\xi^2\nabla^2 f = -(1 - f^2 - |\boldsymbol{a}|^2)f \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(f^2\boldsymbol{a}) = 0 \tag{2.6}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{a} = -\frac{f^2}{\lambda^2}\boldsymbol{a} \tag{2.7}$$

と書き換えられる。さらに、(2.4)式の境界条件は、

$$\hat{n}\cdot\boldsymbol{\nabla}f = \hat{n}\cdot\boldsymbol{a} = 0 \tag{2.8}$$

となる。図 2.1 の状況で超伝導薄膜がマイスナー状態にある場合、空間的に x のみに依存する一次元モデルが妥当である。この場合、(2.5)式および(2.7)式は、

$$\xi^2 \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} = -(1 - f^2 - |\boldsymbol{a}|^2) f \tag{2.9}$$

$$\lambda^2 \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2} = f^2 \boldsymbol{a} \tag{2.10}$$

となる。さらに、極端な第二種超伝導体 $(\lambda/\xi \gg 1)$ の場合、$\xi^2 \frac{\mathrm{d}^2 f}{\mathrm{d}x^2} \sim \xi^2 \frac{f}{\lambda^2} \ll f$ なので、(2.9)式より、$f^2 = 1 - |\boldsymbol{a}|^2$ が得られる。これを(2.10)式に代入すると、

$$\lambda^2 \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2} = (1 - |\boldsymbol{a}|^2) \boldsymbol{a} \tag{2.11}$$

が導かれ、非線形 London 方程式という[19]。

通電電流 $(\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}} \parallel \hat{z})$ と外部磁場 $\left(\boldsymbol{B}_{\mathrm{a}} = B_{\mathrm{a}}(\hat{\boldsymbol{y}}\sin\phi + \hat{\boldsymbol{z}}\cos\phi)\right)$ を超伝導薄膜に印加している状況を考える。(2.11)式の両辺に $\boldsymbol{a}$ の外積を取ることで、

$$\lambda^2 \boldsymbol{a} \times \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2} = (1 - |\boldsymbol{a}|^2) \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{a} = 0$$

が得られる。また、$\boldsymbol{a}$ と $\mathrm{d}\boldsymbol{a}/\mathrm{d}x$ の外積の導関数を考慮すると、

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\boldsymbol{a} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x} + \boldsymbol{a} \times \frac{\mathrm{d}^2 \boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2} = 0$$

より、

$$\boldsymbol{a} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x} = c_1 \hat{\boldsymbol{x}} \tag{2.12}$$

が導出される。さらに、(2,11)式を $2\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}$ と内積を取ることで、

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\left|\lambda \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^2 - |\boldsymbol{a}|^2 + \frac{1}{2}|\boldsymbol{a}|^4\right) = 0$$

が得られる。これを積分すると、

$$\left|\lambda \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^2 - |\boldsymbol{a}|^2 + \frac{|\boldsymbol{a}|^4}{2} = c_2 \tag{2.13}$$

となる。ここで、c_1 と c_2 は定数である。角度 $\theta = \arctan(a_y/a_z)$ を導入すると、$a_y = \alpha\sin\theta$ と $a_z = \alpha\cos\theta$ で表される。ここで、α はベクトルポテンシャルの絶対値 $(\alpha = |\boldsymbol{a}|)$ である。θ を用いて、式を整理すると、(2.12)式および(2.13)式は、

$$\boldsymbol{a} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x} = -\alpha^2 \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = c_1, \tag{2.14}$$

$$\left|\lambda \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^2 - |\boldsymbol{a}|^2 + \frac{|\boldsymbol{a}|^4}{2} = \left(\lambda \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \left(\lambda\alpha \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)^2 - \alpha^2 + \frac{\alpha^4}{2} = c_2 \tag{2.15}$$

となる。さらに、(2.14)式を整理すると、

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = -\frac{c_1}{\alpha^2}$$

が得られ、これを(2.15)式に代入すると、

$$\left(\lambda \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\right)^2 + \left(\lambda \frac{c_1}{\alpha}\right)^2 - \alpha^2 + \frac{\alpha^4}{2} = c_2 \tag{2.16}$$

が導かれる。(2.16)式の超伝導薄膜の両端 $(x = \pm d_{\mathrm{s}}/2)$ での境界条件は、

$$\begin{aligned} b_y &= -\lambda \frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} = b_{\mathrm{a}}\sin\phi \pm b_{\mathrm{t}}, \\ b_z &= \lambda \frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x} = b_{\mathrm{a}}\cos\phi \end{aligned} \tag{2.17}$$

である。b_y および b_z はそれぞれ y および z 成分の磁場を $\sqrt{2}B_c$ で規格化したものであり、 b_a は外部磁場を $\sqrt{2}B_c$ で規格化したものである。また、b_t は通電電流によって生成される自己磁場である。(2.16)式を任意の膜厚での過熱磁場およびゼロ磁場中の臨界電流密度を求めるために用いる際、$c_1 = 0$ かつ $c_2 \neq 0$ と仮定した。この $c_1 = 0$ という条件は、(2.12)式より得られる。

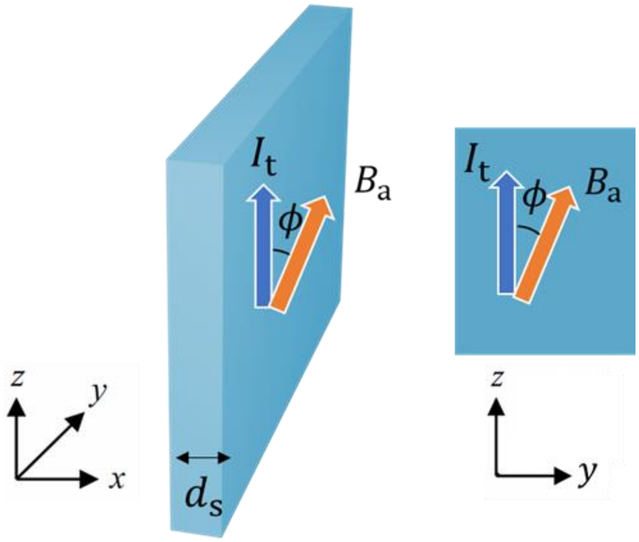


図 2.1 超伝導薄膜の模式図

2.2 過熱磁場 B_{sh} の膜厚依存性

過熱磁場を考える場合、磁場は y 方向に輸送電流なしで印加されるため、ベクトルポテンシャルの各成分は、$a_y = 0$ と仮定し、a_z のみを考慮すれば良い。(2.17)式の境界条件において、超伝導薄膜の両端 $(x = \pm d_s/2)$ で、$b_y = b_a, a_z = \mp a_1$ とすると(2.13)式より、

$$b_a^2 = c_2 + a_1^2 - \frac{a_1^4}{4} \tag{2.18}$$

が得られる。ここで、a_1 は $x = \pm d_s/2$ におけるベクトルポテンシャルの大きさ、c_2 は定数である。また、境界条件が、超伝導薄膜の中心 $(x = 0)$ で $b_y = b_0, a_z = 0$ のとき、(2.13)式より

$$b_0^2 = c_2, \tag{2.19}$$

が得られる。ここで、b_0 は $x = 0$ における規格化した磁場である。$-d_s/2 < x < d_s/2$ の範囲では、$\frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} < 0$ であるため、(2.13)式を解くと

$$-\frac{\mathrm{d}x}{\lambda} = \sqrt{b_0^2 + a_z^2 - \frac{a_z^4}{2}}\mathrm{d}a_z \tag{2.20}$$

が得られる。この場合、$x = -d_s/2$ で $a_z = a_1$ とすると、(2.20)式は、

$$\frac{d_{\mathrm{s}}}{2\lambda}=\int_{0}^{1}\mathrm{d}a_z\left(\frac{B_{\mathrm{sh}}^2}{2B_c^2}-\frac{1}{2}+{a_z}^2-\frac{{a_z}^4}{2}\right)^{-1/2} \tag{2.21}$$

となる。ここで、B_{sh} は、解が存在する磁場の上限値であり、$b_0(=B_{\mathrm{a}}/\sqrt{2}B_c)$は、$a_1=1$ のとき最大となることを用いた。(2.21)式は、超伝導薄膜の厚さ d_{s} が過熱磁場 B_{sh} の関数であることを示している。言い換えると、過熱磁場は薄膜の厚さに依存する。

2.3 ゼロ磁場中臨界電流密度 J_{c0} の膜厚依存性

ゼロ磁場における臨界電流密度を考える場合、磁場は印加されず、通電電流が z 方向に流れるため、ベクトルポテンシャルの各成分は $a_y=0$ と仮定し、a_z のみを考慮する。(2.11)式を(2.17)式の境界条件に $b_{\mathrm{a}}=0$ (すなわち、$x=\pm d_s/2$ で $b_y=-\lambda\frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x}=\pm b_{\mathrm{t}}$) を代入し、解くと、

$$\frac{d_{\mathrm{s}}}{2\lambda}=\sqrt{2}\int_{a_0}^{a_1}\frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{(\alpha^2-a_0^2)(2-a_0^2-\alpha^2)}} \tag{2.22}$$

が得られる。ここで、$b_{\mathrm{t}}=\frac{B_{\mathrm{t}}}{\sqrt{2}B_c}=\frac{\mu_0 J_{\mathrm{t}}\lambda}{\sqrt{2}B_c}=j_{\mathrm{t}}\frac{d_{\mathrm{s}}}{2\lambda}$、$a_0$ は $x=0$ におけるベクトルポテンシャルの大きさ、a_1 は $x=\pm d_{\mathrm{s}}/2$ におけるベクトルポテンシャルの大きさ、$\alpha=-a_0$ である。また、境界条件を 超伝導薄膜の両端 $(x=\pm d_{\mathrm{s}}/2)$ で $a_z=-a_1$ と超伝導薄膜の中心 $(x=0)$ で $a_z=-a_0$ として、(2.11)式を解くと、

$$b_{\mathrm{t}}^2=\frac{(1-a_0^2)^2}{2}-\frac{(1-a_1^2)^2}{2} \tag{2.23}$$

が導かれる。(2.22)式の絵画存在する上限として、ゼロ磁場中臨界電流密度 J_{c0} が得られる。この場合、a_0 および a_1 は(2.23)式の関係を満たし、$0<a_0\leq 1$ および $0<a_1\leq 1$ の条件のもとで b_{t} を最大化することで求められる。

2.4 厚膜極限における臨界電流密度

超伝導薄膜の厚膜極限における外部磁場が臨界電流密度に及ぼす影響について述べる。

厚膜 $(d_{\mathrm{s}}/\lambda\gg 1)$ の場合、$-d_{\mathrm{s}}/2<x<d_{\mathrm{s}}/2$ の範囲において、$|\boldsymbol{a}|\ll 1$、$|\boldsymbol{b}|=\left|-\lambda\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|\ll 1$ であるため、超伝導薄膜の中心 $(x=0)$ では $|\boldsymbol{a}|\sim\left|\lambda\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|\sim 0$ となる。この条件のもとで、(2.14)式および(2.16)式から $c_1=c_2=0$ が得られる。これを(2.16)式に代入すると、

$$\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\right)^2-\alpha^2+\frac{\alpha^4}{2}=0 \tag{2.24}$$

が得られる。$x>0$ の範囲では、$\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}>0$ であるため、(2.24)式を解くと、

$$\lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}=\sqrt{\alpha^2-\frac{\alpha^4}{2}} \tag{2.25}$$

が得られる。さらに、(2.25)式を α について解くと、

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\cosh\left(\frac{c_0 - x}{\lambda}\right)} \tag{2.26}$$

となる。ここで、c_0 は定数である。(2.26)式の α を(2.25)式に代入すると、

$$\lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x} = \frac{\sqrt{2}\sinh\left(\frac{c_0 - x}{\lambda}\right)}{\cosh^2\left(\frac{c_0 - x}{\lambda}\right)} \tag{2.27}$$

が導かれる。また、$\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x}$ および $\frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x}$ は、

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\alpha\sin\theta) = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\sin\theta + \alpha\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\cos\theta = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\sin\theta_{\mathrm{a}}, \\ \frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\alpha\cos\theta) = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\cos\theta - \alpha\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\sin\theta = \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\cos\theta_{\mathrm{a}},\end{aligned} \tag{2.28}$$

と表される。ここで、$\theta = \theta_{\mathrm{a}}$で、$\theta_{\mathrm{a}}$ はベクテルポテンシャル $\boldsymbol{a}$ と z 軸のなす角度であり、$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x} = 0$ を満たす。(2.28)式を用いて、b_y および b_z は、

$$\begin{aligned}b_y &= -\lambda\frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} = -\lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\cos\theta_a\,, \\ b_z &= \lambda\frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x} = \lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\sin\theta_a\end{aligned} \tag{2.29}$$

と計算される。超伝導薄膜の表面 $(x = +d_{\mathrm{s}}/2)$ における規格化した表面磁場は、各成分の平方和の平方根として、

$$\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x}\right)_{x=+d_{\mathrm{s}}/2} = \sqrt{(b_{\mathrm{a}}\sin\phi + b_{\mathrm{t}})^2 + (b_{\mathrm{a}}\cos\phi)^2} \tag{2.30}$$

と表される。(2.27)式に $x = +d_{\mathrm{s}}/2$ を代入し、(2.30)式を整理して c_0 を求めると、

$$\frac{\sqrt{2}\sinh\left(\frac{c_0 - d_{\mathrm{s}}/2}{\lambda}\right)}{\cosh^2\left(\frac{c_0 - d_{\mathrm{s}}/2}{\lambda}\right)} = \sqrt{b_{\mathrm{a}}^2 + b_{\mathrm{t}}^2 + 2b_{\mathrm{a}}b_{\mathrm{t}}\sin\phi}. \tag{2.31}$$

が得られる。ここで、$S = \sinh\left(\frac{c_0 - d_{\mathrm{s}}/2}{\lambda}\right)$ と置くと、(2.31)式の左辺は、

$$\frac{\sqrt{2}S}{S^2 + 1} = \sqrt{2}\left(S + \frac{1}{S}\right)^{-1} \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \tag{2.32}$$

のように整理できる。これを(2.30)式に代入すると、

$$\sqrt{(B_{\mathrm{t}} + B_{\mathrm{a}}\sin\phi)^2 + (B_{\mathrm{a}}\cos\phi)^2} \leq B_{\mathrm{c}} \tag{2.33}$$

が得られる。また、表面磁場は $\mu_0 J_{\mathrm{t}}\frac{d_{\mathrm{s}}}{2}$ に等しいため、

$$\mu_0 J_{\mathrm{t}}\frac{d_{\mathrm{s}}}{2} = B_{\mathrm{t}} \leq \sqrt{B_{\mathrm{c}}^2 - (B_{\mathrm{a}}\cos\phi)^2} - B_{\mathrm{a}}\sin\phi. \tag{2.34}$$

が得られる。$J_{\mathrm{t}} \leq J_{\mathrm{c}}$ の条件のもとで、(2.34)式を臨界電流密度 J_{c} に置き換え、さらにJ_{c0}を用いて整理すると、

$$J_{\mathrm{c}} = J_{\mathrm{c0}}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{B_{\mathrm{a}}}{B_{\mathrm{c}}}\cos\phi\right)^2} - \frac{B_{\mathrm{a}}}{B_{\mathrm{c}}}\sin\phi\right] \tag{2.35}$$

が得られる。ここで、$J_{\mathrm{c0}} = \frac{2B_{\mathrm{c}}}{\mu_0 d_{\mathrm{s}}} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\frac{\lambda}{d_{\mathrm{s}}}J_{\mathrm{d}}$、$J_{\mathrm{d}} = \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}\frac{B_{\mathrm{c}}}{\mu_0\lambda} = \frac{\phi_0}{3\sqrt{3}\pi\mu_0\xi\lambda^2}$である。

これらのことから、横磁場中 $(\phi = \pi/2)$ では(2.35)式は、

$$J_{c\perp} = J_{c0}\left(1 - \frac{B_a}{B_c}\right) \tag{2.36}$$

となり、縦磁場中 $(\phi = 0)$ では(2.35)式は、

$$J_{c\parallel} = J_{c0}\left[1 - \left(\frac{B_a}{B_c}\right)^2\right]^{1/2} \tag{2.37}$$

となることがわかる。

2.5 数値計算

本研究では、第二種超伝導体に横磁場および縦磁場を印加した場合の任意の膜厚、任意の磁場におけるマイスナー状態の臨界電流密度について、一次元 GL 方程式に基づく数値計算を行った。計算を簡略化するため、一次元の条件下で計算を実施した。微分方程式を数値的に解く際には、外部磁場 B_a/B_{sh} を 0 から 1 まで 0.01 間隔で変化させ、通電電流密度 J_t/J_{c0} を 0 から 1 まで 0.001 間隔で変化させた。臨界電流密度 J_c は、解が存在する最大の通電電流密度 J_t として定義される。数値計算を行うことで、臨界電流密度の膜厚依存性および磁場依存性について議論することができる。

第 3 章　結果と考察

3.1 ゼロ磁場中 J_{c0} と過熱磁場 B_{sh} の膜厚依存性

一次元 GL 方程式により数値的に求めた、ゼロ磁場中臨界電流密度 J_{c0} および過熱磁場 B_{sh} の膜厚 d_s 依存性を図 3.1 に示す。図 3.1 では、縦軸は J_d で規格化した J_{c0}/J_d および B_c で規格化した B_{sh}/B_c であり、横軸は磁場侵入長λで規格した膜厚 d_s/λ である。

膜厚が薄い($d_s \lesssim \lambda$)場合、$J_{c0} \sim J_d$ および $B_{sh} \sim (\lambda/d_s)\, B_c$ である。膜厚が厚い($d_s \gg \lambda$)場合、$J_{c0} \sim (\lambda/d_s)\, J_d$ および $B_{sh} \sim B_c$ となることが分かった。

薄膜の場合、エネルギー障壁は膜厚に大きく依存する。薄膜は表面で磁場の影響を受けやすく、磁場が内部に浸透するためには高い外部磁場(過熱磁場)が必要となる。その結果、過熱磁場 B_{sh} は膜厚 d_s に反比例する。一方で、厚膜では超伝導体内部の効果が支配的となり、エネルギー障壁が低くなる。その結果、B_{sh} は一定値 B_c に収束する。これらの結果は、文献[19]の P. G. de Gennes による理論と一致しており、超伝導薄膜における過熱磁場および臨界電流密度の挙動が膜厚によって変化することが確認できる。これにより、高性能な超伝導薄膜を実現するには、薄いほうが望ましいことがわかる。なぜなら、マイスナー状態が高磁場まで維持され、J_d に匹敵する J_c が得られるためである。ただし、薄い薄膜を作ることは困難である。

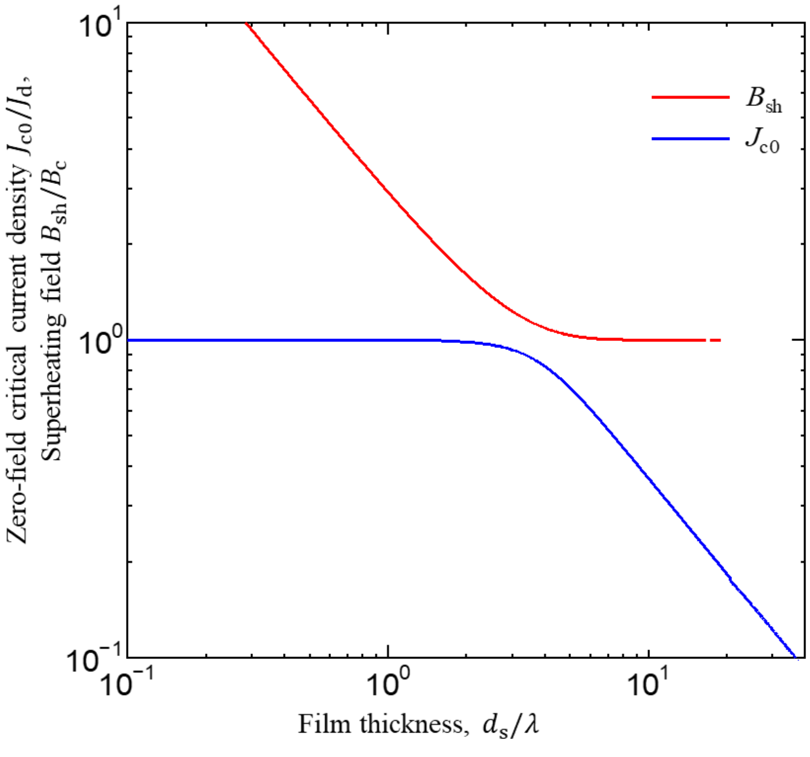


図 3.1 ゼロ磁場中 J_{c0} と過熱磁場 B_{sh} の膜厚依存性

3.2 横磁場中の臨界電流密度

様々な膜厚の超伝導薄膜における横磁場中の臨界電流密度の磁場依存性を図 3.2 および図 3.3 に示す。図 3.2 では、縦軸は対破壊電流密度 J_d で規格化した臨界電流密度 $J_\mathrm{c}/J_\mathrm{d}$、横軸は熱力学的臨界磁場 B_c で規格化した外部磁場 $B_\mathrm{a}/B_\mathrm{c}$ である。また、図 3.3 では、縦軸はゼロ磁場での臨界電流密度 J_c0 で規格化した臨界電流密度 $J_\mathrm{c}/J_\mathrm{c0}$、横軸は過熱磁場 B_sh で規格化した外部磁場 $B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh}$ である。

まず、ゼロ磁場中の J_c に着目すると、膜厚が薄い（$d_\mathrm{s} = 0.2, 0.5, 1$）場合には、$J_\mathrm{d}$ に匹敵している。一方で、膜厚が厚くなるにつれて J_c は減少しており、図 3.1 の結果と一致する。また、過熱磁場に着目すると、膜厚が薄いほどその値は高く、膜厚が厚い（$d_\mathrm{s} = 4, 5$）場合には、B_c に収束しており、これも図 3.1 の結果と一致している。

膜厚が薄い($d_\mathrm{s} \lesssim \lambda$)場合の臨界電流密度 J_c は、ゼロ磁場付近 $B_\mathrm{a} \ll B_\mathrm{sh}$ では$J_\mathrm{c} \sim J_\mathrm{d}$ であり、外部磁場 B_a の増加に対して非線形に緩やかに減少する。一方、膜厚が厚い($d_\mathrm{s} \gg \lambda$)場合は、ゼロ磁場付近の J_c は J_d より小さく、磁場の増加に対して線形に急激に減少する。この厚膜の J_c の線形 B_a 依存性は、(2.36)式の理論式によく合う。付録 A.2 のように、London モデルで超伝導膜の表面における電流密度が対破壊電流密度 J_d に達するときの輸送電流密度を J_c と定義すると、(2.36)式を定性的に導くことができる。

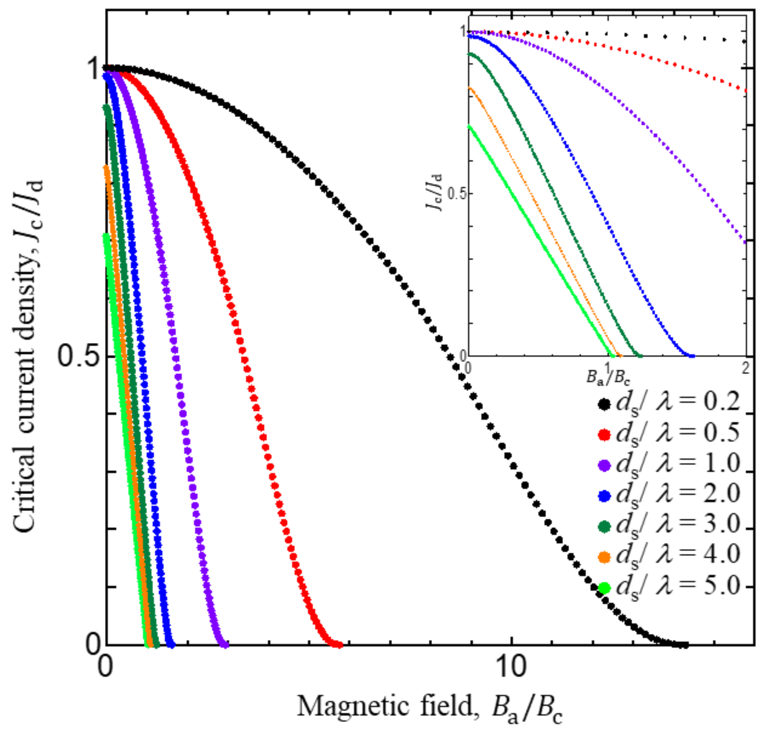


図 3.2 臨界電流密度 J_c の横磁場 B_a 依存性(J_c は対破壊電流 J_d で、B_a は熱力学的臨界磁場 B_c で規格化している)

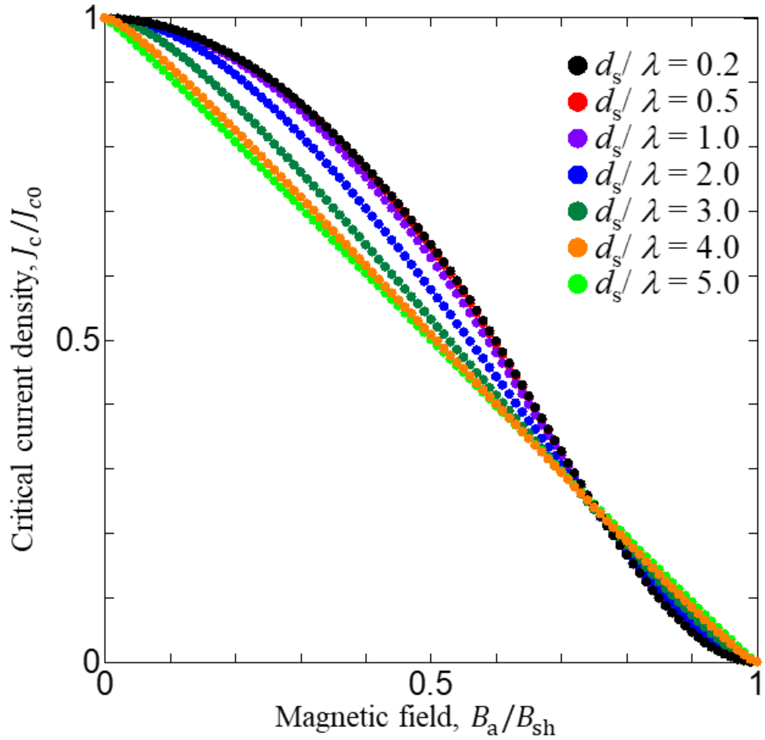


図 3.3 臨界電流密度 J_c の横磁場 B_a 依存性(J_c はゼロ磁場中臨界電流密度 J_{c0} で、B_a は過熱磁場 B_{sh} で規格化している)

3.3 縦磁場中の臨界電流密度

様々な膜厚の超伝導薄膜における縦磁場中の臨界電流密度の磁場依存性を図 3.4 および図 3.5 に示す。図 3.4 では、図 3.2 と同様に、縦軸は対破壊電流 J_dで規格化した臨界電流密度 J_c/J_d、横軸は熱力学的臨界磁場 B_c で規格化した外部磁場 B_a/B_c である。また、図 3.5 では、図 3.3 と同様に、縦軸はゼロ磁場での臨界電流密度 J_{c0} で規格した臨界電流密度 J_c/J_{c0}、横軸は過熱磁場 B_{sh} で規格化した外部磁場 B_a/B_{sh} である。

縦磁場中 J_c は、横磁場中 J_c より常に大きい。図 3.6 に示すように、超伝導薄膜の表面における磁場は、外部磁場と自己磁場の合成磁場として決まる。横磁場が加わる場合（図 3.6(a)）、外部磁場と自己磁場は同じ方向を向くため、その合成磁場はスカラー和として表される。一方、縦磁場が加わる場合（図 3.6(b)）、外部磁場と自己磁場は直交するため、合成磁場はベクトル和として求められる。その結果、縦磁場が印加された場合の表面磁場は、横磁場が印加された場合と比較して小さくなる。縦磁場中 J_c が横磁場中 J_c より常に大きいのはそのためである。

縦磁場中では、膜厚が薄い($d_s \lesssim \lambda$)場合の J_c は、ゼロ磁場付近では $J_c \sim J_d$ であり、外部磁場 B_a に対して緩やかに減少する。薄膜で J_c の磁場依存性が弱いのは、B_{sh} が大きく、高い磁場までマイスナー状態が維持されるためである。一方、膜厚が厚い($d_s \gg$

λ)場合、ゼロ磁場での J_c は小さく、磁場の増加に対して J_c は急激に減少する。厚膜の J_c の B_a 依存性は、(2.37)式の理論によく合う。横磁場の場合と同様、付録 A.2 のように、London モデルで表面電流密度が J_d に達するときの輸送電流密度を J_c と定義すると、(2.37)式を定性的に導くことができる。

これまでの結果を考慮すると、高性能な超伝導薄膜を実現するには、磁場の方向を通電電流に対して平行（縦磁場）にし、厚さは薄くするということがわかる。これにより、通常よりも高い J_c を実現することができる。次の項では、通電電流が臨界電流に達する条件を明らかにするため、臨界電流到達時における厚膜内部の磁場およびオーダーパラメータの分布を解析した。

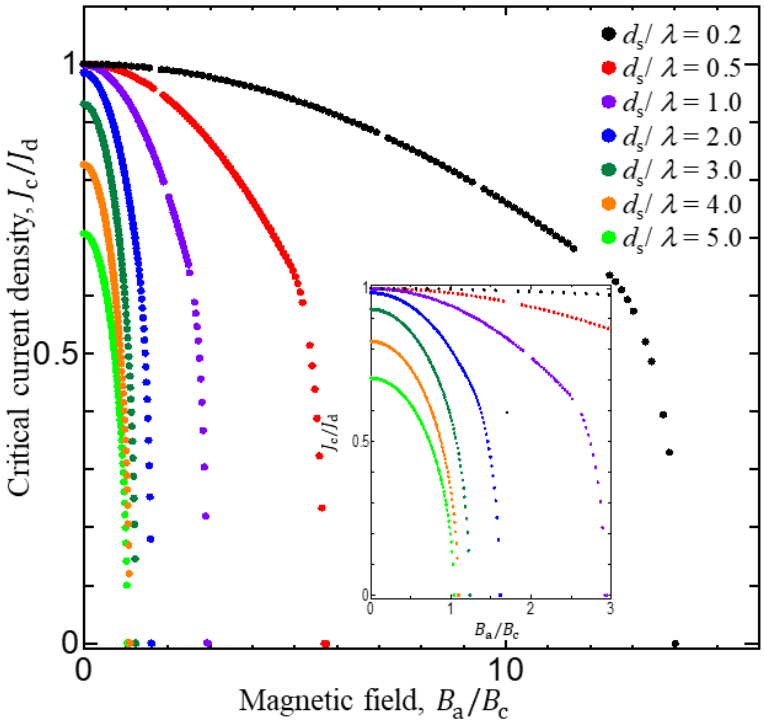


図 3.4 臨界電流密度 J_c の縦磁場B_a依存性(J_c は対破壊電流 J_d で、B_a は熱力学的臨界磁場 B_c で規格化している)

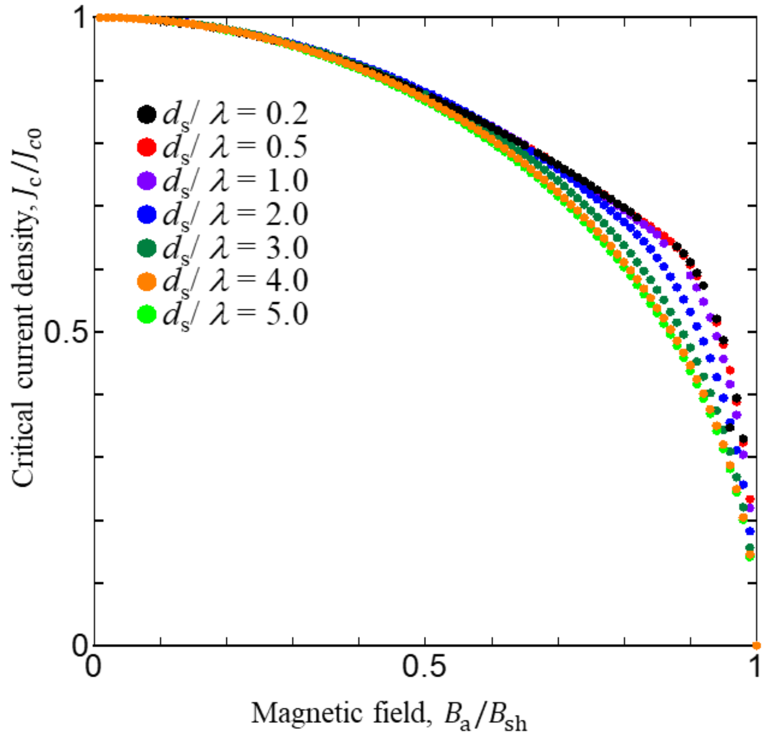


図 3.5 臨界電流密度 J_c の横磁場B_a依存性(J_c はゼロ磁場中臨界電流密度 J_{c0} で、B_a は過熱磁場 B_{sh} で規格化している)

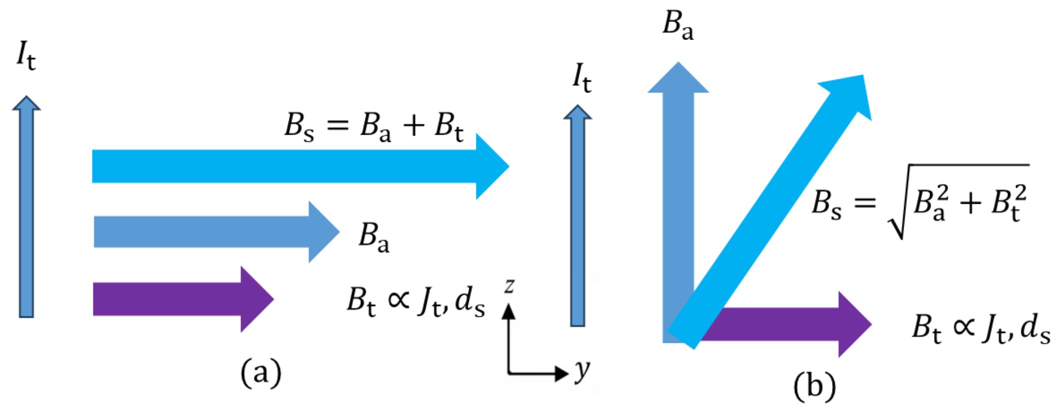


図 3.6 超伝導薄膜の表面における外部磁場と自己磁場 (a)横磁場、(b)縦磁場

3.4 横磁場中の磁場およびオーダーパラメータ分布

横磁場中の厚膜($d_s/\lambda = 5$)および薄膜($d_s/\lambda = 1$)において、通電電流が臨界電流に達したときの超伝導薄膜内部の磁場およびオーダーパラメータ分布を図 3.7 および図 3.8 に示す。図 3.7(a)は厚膜($d_s/\lambda = 5$)の高磁場($B_a/B_{sh} = 0.9$)、図 3.7(b)は厚膜($d_s/\lambda = 5$)の低磁場($B_a/B_{sh} = 0.1$)の場合で、図 3.8(a)は薄膜($d_s/\lambda = 1$)の高磁場($B_a/B_{sh} = 0.9$)、図 3.8(b)は薄膜($d_s/\lambda = 1$)の低磁場($B_a/B_{sh} = 0.1$)の場合である。縦軸は過熱磁場 B_{sh} で規

格化した y 方向の磁場 B_y、オーダーパラメータ(超伝導電子密度) f^2、横軸は λ で規格化した超伝導薄膜の厚さ方向座標 x/λ である。

横磁場中の厚膜 $(d_\mathrm{s}/\lambda = 5)$ の高磁場(図 3.7(a))および低磁場(図 3.7(b))において、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 $(x = -d_\mathrm{s}/2)$ で オーダーパラメータ $f^2 = 0$ となっている。これは、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s $(|\boldsymbol{B}|_{x=-d_\mathrm{s}/2})$ が過熱磁場 B_sh に達するためである。そのため、$x = -d_\mathrm{s}/2$ における B_y の値を確認すると、図 3.7(a)および図 3.7(b)でほぼ 1 である。一方で、横磁場中の薄膜の高磁場(図 3.8(a))においても、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 $(x = -d_\mathrm{s}/2)$ で オーダーパラメータ $f^2 = 0$ となっている。これも同様の理由で、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s $(|\boldsymbol{B}|_{x=-d_\mathrm{s}/2})$ が過熱磁場 B_sh に達するためである。つまり、これ以上磁場が増加するとマイスナー状態が崩壊することを意味している。しかし、横磁場中の薄膜 $(d_\mathrm{s}/\lambda = 1)$の低磁場(図 3.8(b))においては、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 $(x = \pm d_\mathrm{s}/2)$ で オーダーパラメータ $f^2 \neq 0$ である。これは、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s $(|\boldsymbol{B}|_{x=\pm d_\mathrm{s}/2})$ が過熱磁場 B_sh に届かず、先に通電電流が臨界電流に達するからである。つまり、薄膜の低磁場においては、磁場によってマイスナー状態が崩壊するのではなく、電流限界によって崩壊するということである。また、B_shに届かない理由は、薄膜の場合、外部磁場に対して自己磁場が小さいからである。自己磁場は通電電流と膜厚に比例するため、膜厚が薄い場合、自己磁場は小さくなる。加えて、過熱磁場 B_sh は膜厚に反比例するため、膜厚が薄いほど大きな値を示す。そのため、薄膜の低磁場において、超伝導薄膜の表面でオーダーパラメータ $f^2 \neq 0$ である。

超伝導薄膜における横磁場中の磁場分布は、外部磁場および通電電流の影響に応じて異なる分布を示す。外部磁場のみが印加された場合(図 3.9(a))、磁場分布は薄膜の中心を境に対称性を示す。これは、マイスナー効果によって磁場が膜内部の深さ λ の範囲までしか侵入せず、膜の中心付近では磁場が小さくなるためである。次に、通電電流のみが印加された場合(図 3.9(b))、磁場分布は反対称性を示す。電流によって生じた自己磁場が中心軸を境に反転するためである。外部磁場および通電電流の両方が印加された場合(図 3.9(c))、磁場分布は非対称性を示す。この場合、外部磁場による影響と電流による自己磁場の組み合わせが、磁場分布を非対称に変化させる。

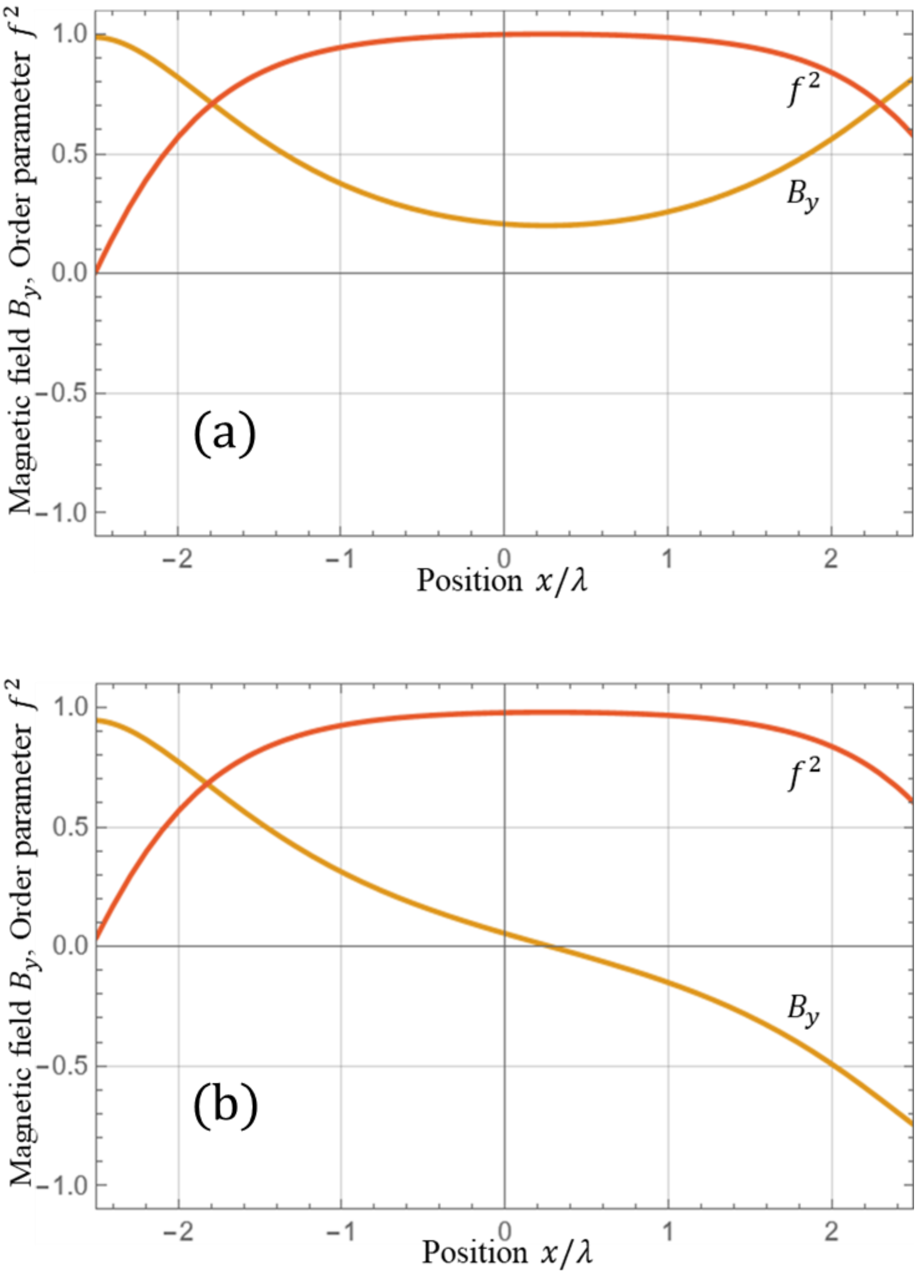


図 3.7 臨界電流に達したときの横磁場中の超伝導薄膜($d_s/\lambda = 5$)における磁場 B_y およびオーダーパラメータ f^2 分布: (a)高磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.9,\ J_t/J_{c0} = 0.093$)、(b)低磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.1,\ J_t/J_{c0} = 0.909$)

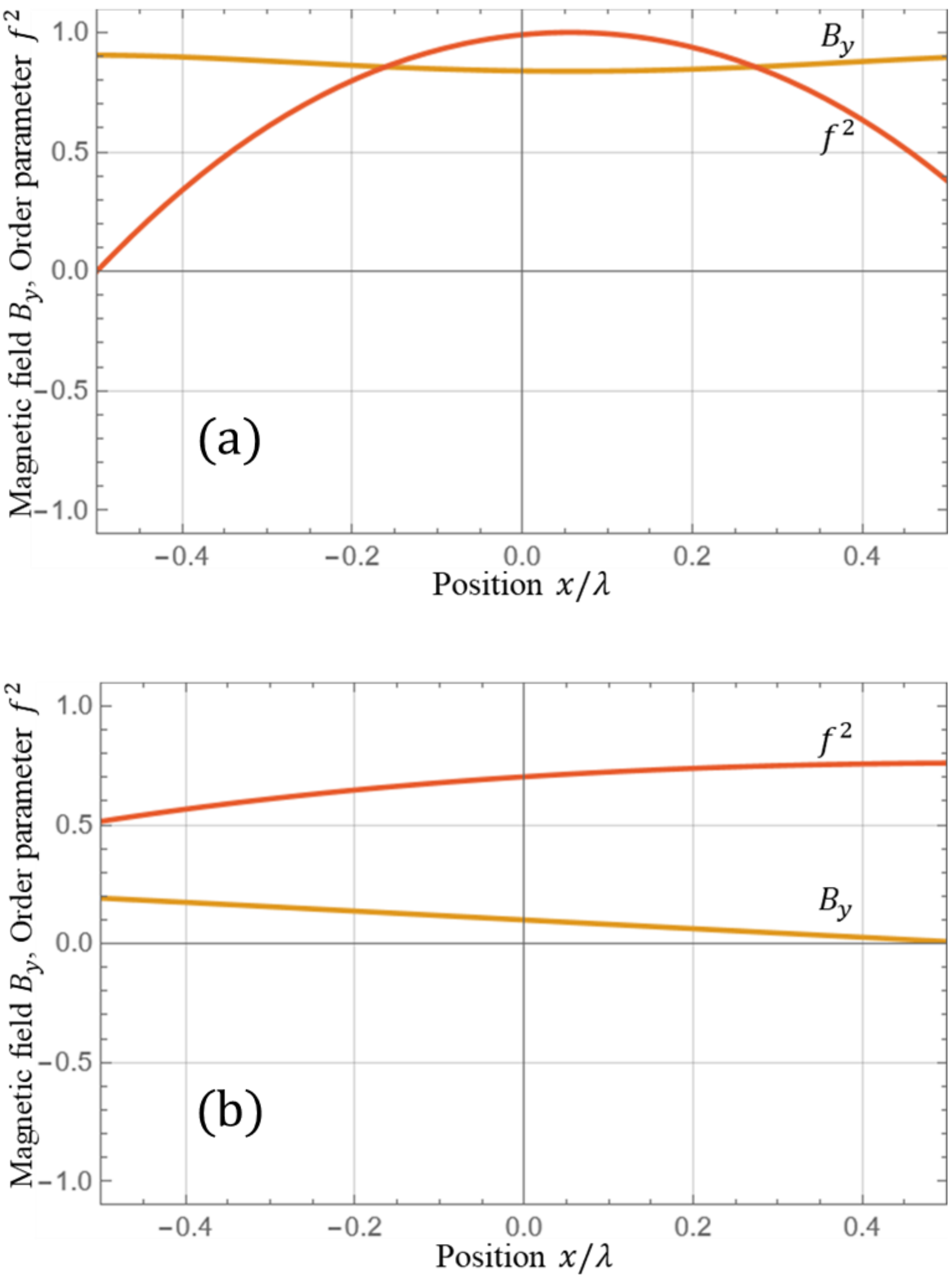


図 3.8 臨界電流に達したときの横磁場中の超伝導薄膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 1$)における磁場 B_y およびオーダーパラメータ f^2 分布: (a)高磁場の場合($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.9,\ J_\mathrm{t}/J_\mathrm{c0} = 0.05$)、(b)低磁場の場合($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.1,\ J_\mathrm{t}/J_\mathrm{c0} = 0.983$)

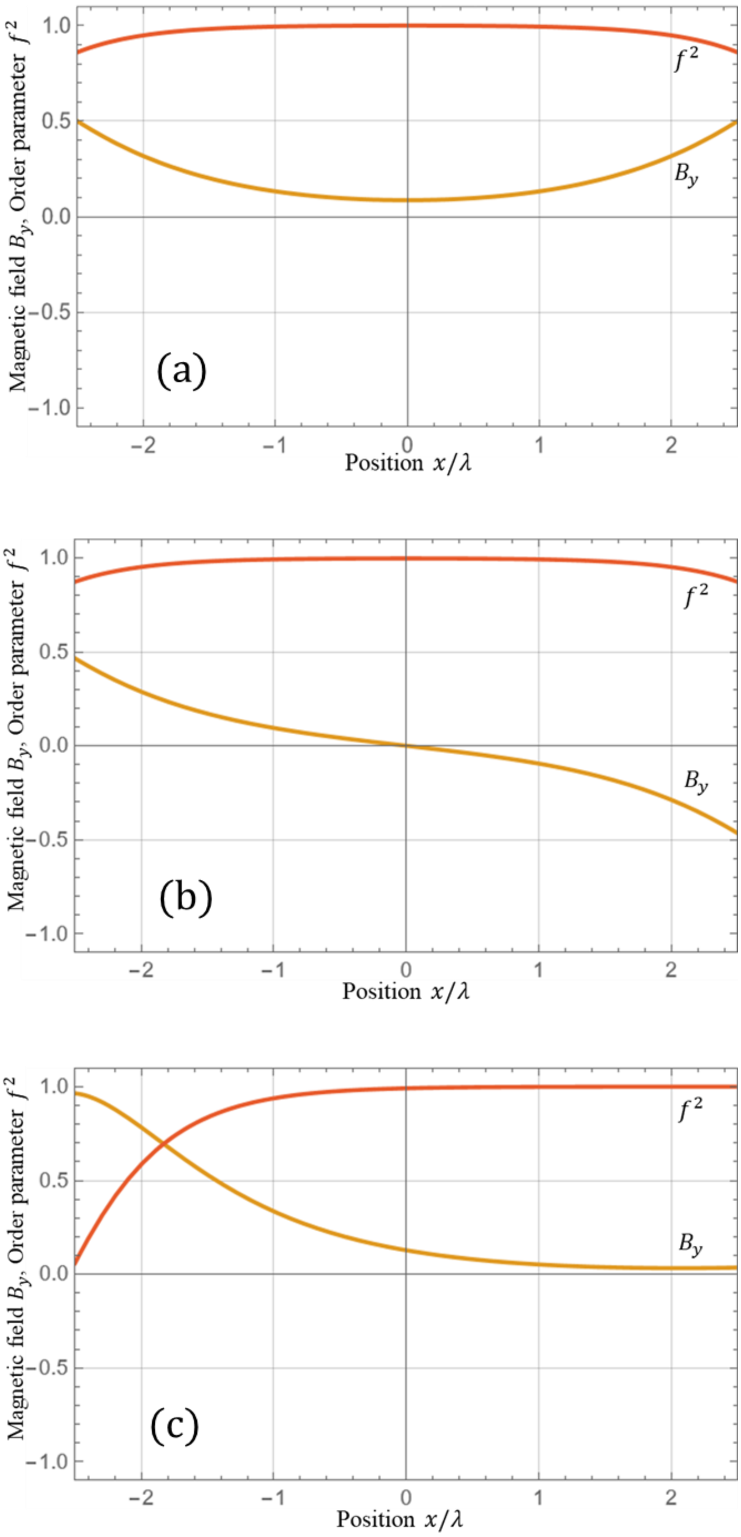


図 3.9 横磁場中の超伝導薄膜($d_{\mathrm{s}}/\lambda = 5$)における磁場 B_y 分布: (a)磁場のみを印加した場合 ($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.5$, $J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0$)、(b)電流のみを通電した場合 ($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0$, $J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.5$)、(c)磁場と電流を印加した場合 ($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.5$, $J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.5$)

3.5 縦磁場中の磁場およびオーダーパラメータ分布

縦磁場中の厚膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 5$)および薄膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 1$)において、通電電流が臨界電流に達したときの超伝導薄膜内部の磁場およびオーダーパラメータ分布を図 3.9 および図 3.10 に示す。図 3.10(a)は厚膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 5$)の高磁場($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.9$)、図 3.10(b)は厚膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 5$)の低磁場($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.1$)の場合で、図 3.11(a)は薄膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 1$)の高磁場($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.9$)、図 3.11(b)は薄膜($d_\mathrm{s}/\lambda = 1$)の低磁場($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.1$)の場合である。縦軸は磁場角度 θ、過熱磁場 B_sh で規格化した y 方向と z 方向の磁場とそれらの絶対値 $B_y, B_z, |\boldsymbol{B}|$、オーダーパラメータ(超伝導電子密度) f^2、横軸は λ で規格化した超伝導薄膜の厚さ方向座標 x/λ である。縦磁場中の場合、y 方向の磁場 B_y は通電電流による自己磁場 B_t に、z 方向の磁場 B_z は外部磁場 B_a に主に対応する。

まず、磁場角度 θ について述べる。磁場角度 θ は、$\theta = \mathrm{ArcTan}\left(B_y/B_z\right)$ で求められる。低磁場条件では、自己磁場の影響により磁場方向が振られ、θ は大きな値を示す。一方、高磁場条件では、θ は小さくなり、磁場方向が外部磁場とほぼ平行となる。また、膜厚によっても θ の分布が異なる。膜厚が厚い ($d_\mathrm{s} \gg \lambda$) 場合、磁場角度 θ は超伝導薄膜の中心付近を除いてほぼ一定となり、中心を境に磁場が大きく反転している。これは、厚膜の中心部では磁場が十分に小さく、自己磁場の影響が薄れるためである。一方、表面付近では自己磁場が強く働き、θ が大きな値を示す。一方、膜厚が薄い ($d_\mathrm{s} \lesssim \lambda$) 場合、磁場角度 θ は薄膜全体にわたって緩やかに変化する。これは、薄膜では自己磁場が小さくなるため、磁場が薄膜の中心部まで侵入するからである。

次に、オーダーパラメータ f^2 について述べる。縦磁場中の厚膜 ($d_\mathrm{s}/\lambda = 5$) の高磁場(図 3.10(a))および低磁場(図 3.10(b))において、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 ($x = \pm d_\mathrm{s}/2$) で オーダーパラメータ $f^2 = 0$ となっている。これは、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s ($|\boldsymbol{B}|_{x=\pm d_\mathrm{s}/2}$) が過熱磁場 B_sh に達するためである。そのため、$x = \pm d_\mathrm{s}/2$ における $|\boldsymbol{B}|$ の値を確認すると、図 3.10(a)および図 3.10(b)でほぼ 1 である。一方で、縦磁場中の薄膜の高磁場(図 3.11(a))においても、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 ($x = \pm d_\mathrm{s}/2$) で オーダーパラメータ $f^2 = 0$ となっている。これも同様の理由で、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s ($|\boldsymbol{B}|_{x=\pm d_\mathrm{s}/2}$) が過熱磁場 B_sh に達するためである。しかし、縦磁場中の薄膜の低磁場(図 3.11(b))においては、通電電流が臨界電流に達したとき、超伝導薄膜の表面 ($x = \pm d_\mathrm{s}/2$) で オーダーパラメータ $f^2 \neq 0$ である。これは、横磁場のときと同様に、超伝導薄膜の表面の磁場強度 B_s ($|\boldsymbol{B}|_{x=\pm d_\mathrm{s}/2}$) が過熱磁場 B_sh に届かず、先に通電電流が臨界電流に達するからである。

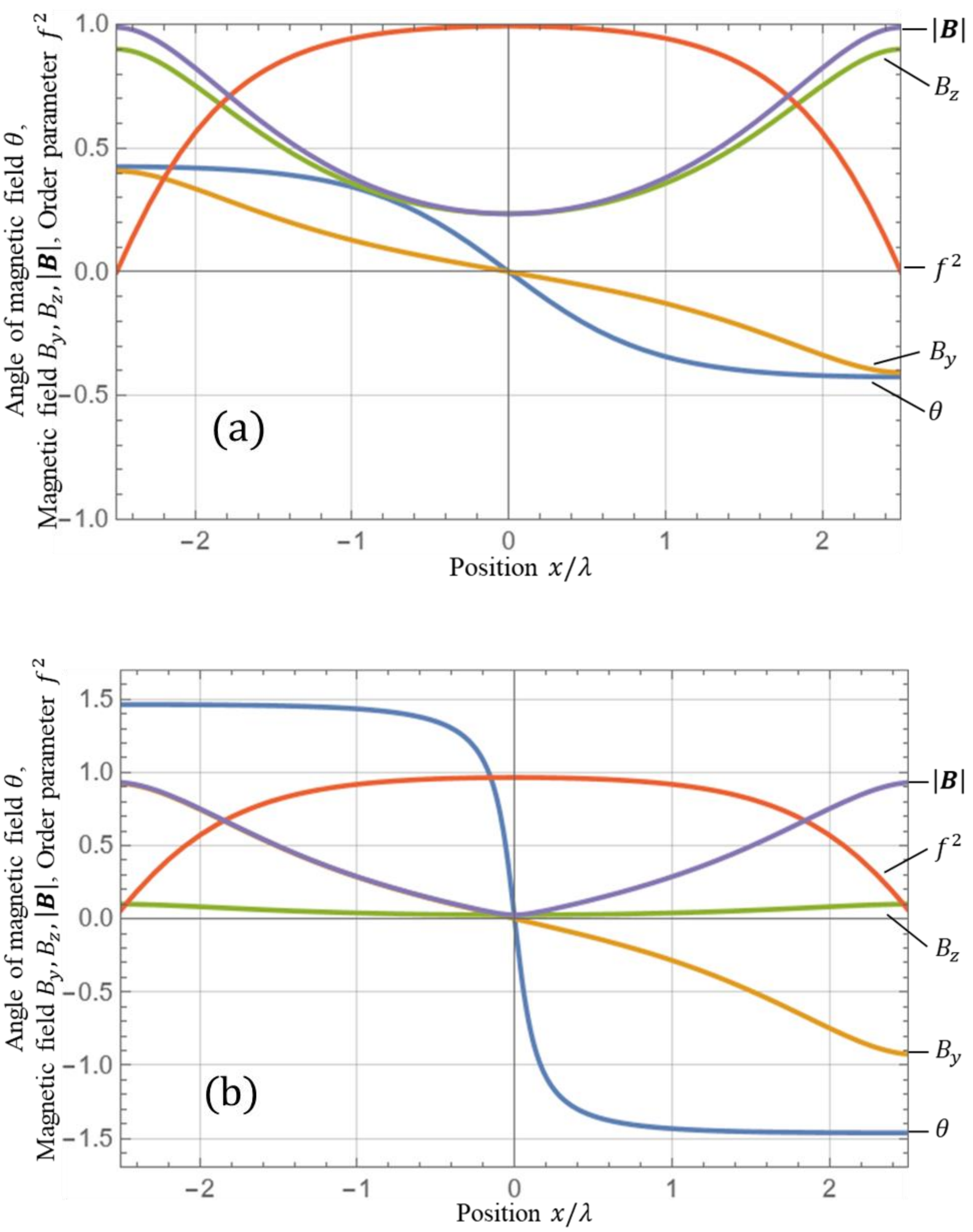
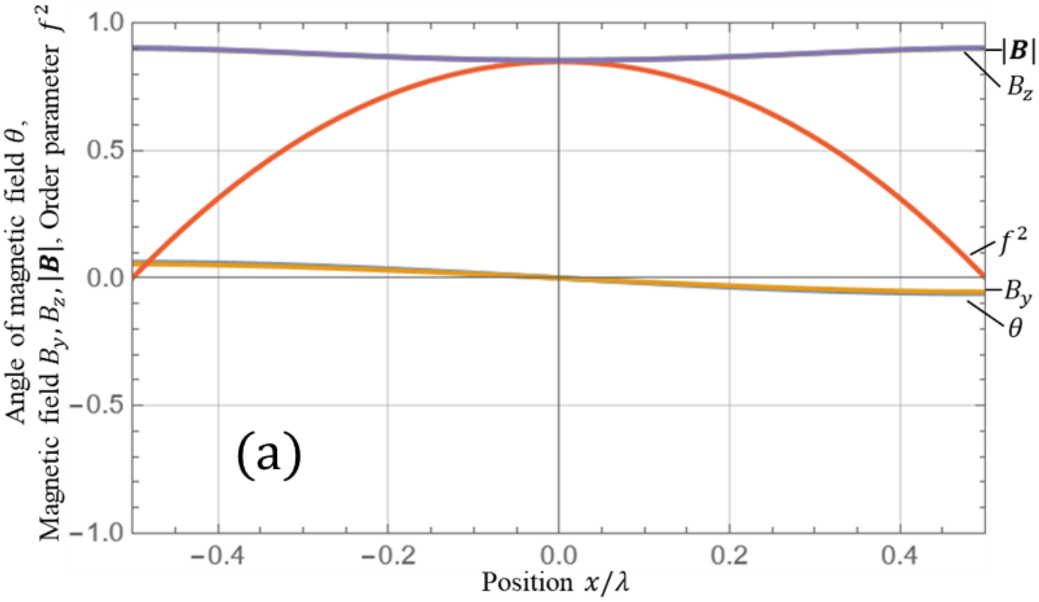


図 3.10 臨界電流に達したときの縦磁場中の超伝導薄膜($d_s/\lambda = 5$)における磁場角度 θ、磁場 $B_y, B_z, |\boldsymbol{B}|$ およびオーダーパラメータ f^2 分布: (a)高磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.9$, $J_t/J_{c0} = 0.438$)、(b)低磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.1$, $J_t/J_{c0} = 0.995$)



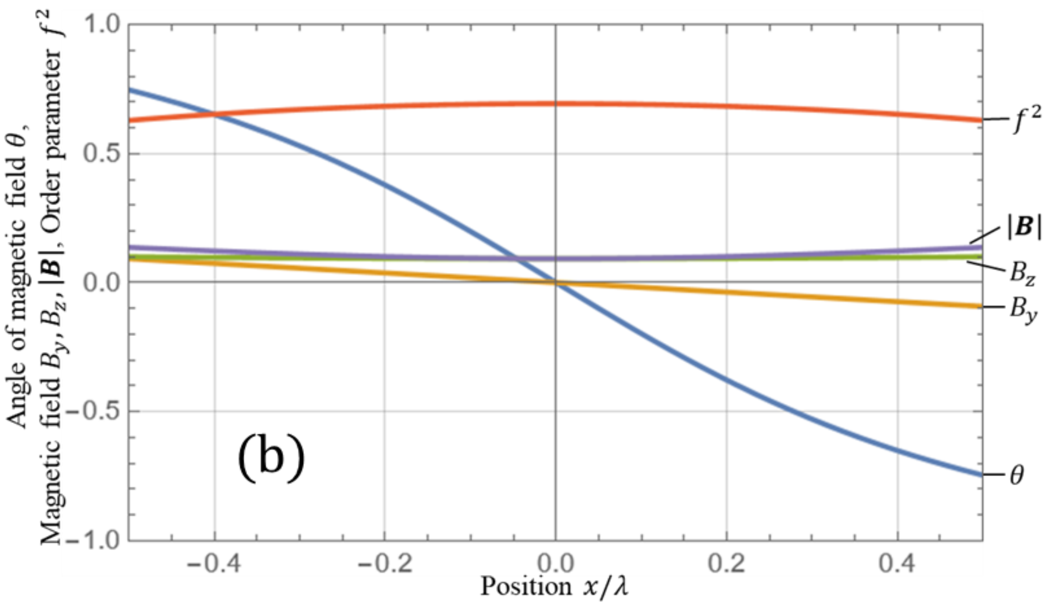


図 3.11 臨界電流に達したときの縦磁場中の超伝導薄膜($d_s/\lambda = 1$)における磁場角度 θ、磁場 $B_y, B_z, |\boldsymbol{B}|$ およびオーダーパラメータ f^2 分布: (a)高磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.9$, $J_t/J_{c0} = 0.589$)、(b)低磁場の場合($B_a/B_{sh} = 0.1$, $J_t/J_{c0} = 0.995$)

第 4 章 結論

本研究では、第二種超伝導薄膜に横磁場および縦磁場を印加した場合のマイスナー状態における臨界電流密度と、超伝導薄膜内部の磁場およびオーダーパラメータ分布について、一次元 Ginzburg-Landau(GL)方程式に基づく数値計算を行った。

ゼロ磁場中の臨界電流密度 J_{c0} と過熱磁場 B_{sh} の膜厚依存性を明らかにした。薄膜では、膜厚に反比例する過熱磁場と対破壊電流密度とほぼ等しい高い臨界電流密度が得られることが示された。一方、厚膜では、過熱磁場は一定値に収束し、臨界電流密度は膜厚が膜厚の増加に伴い減少する傾向が確認された。

横磁場中では、膜厚が薄い場合において臨界電流密度の減少が緩やかである一方、厚膜では磁場増加に対して線形的な減少を示した。一方、縦磁場中では、横磁場中に比べて常に高い臨界電流密度を示し、特に膜厚が薄い場合にはその減少が緩やかであった。一方で、厚膜では磁場の増加に対して急激な減少を示した。縦磁場（横磁場）のときの表面磁場は外部磁場と自己磁場の直行するベクトル和（スカラー和）なので、縦磁場のときの表面磁場は横磁場のときより小さい。そのため、縦磁場 J_{c} が横磁場 J_{c} より常に大きい。また、横磁場および縦磁場中の臨界電流密度について、GL 方程式を用いて厚膜における磁場依存性の理論式を導出できた。今回の数値計算の結果は、この理論式と良い一致を示し、その妥当性が確認された。

横磁場中および縦磁場中の臨界電流密度に達したとき超伝導薄膜内部の磁場およびオーダーパラメータ分布を解析し、厚膜や外部磁場の大きさによる違いを確認した。磁場角度については、膜厚や磁場の強さにより、様々な分布を示す。特に、膜厚が暑い場合超伝導薄膜の中心付近を除いてほぼ一定となり、中心を境に磁場が大きく反転している。オーダーパラメータf^2については、横磁場中および縦磁場中で同様の傾向が見られ、基本的には超伝導薄膜の表面でオーダーパラメータ f^2 が 0 となり、表面での磁場が過熱磁場 B_{sh} に達している。つまり、これ以上表面での磁場（外部磁場および自己磁場）が増加するとマイスナー状態が崩壊することを意味している。一方で、薄膜でかつ低磁場のときのみオーダーパラメータf^2が 0 にならず、表面での磁場が過熱磁場 B_{sh} に達していない。つまり、薄膜の低磁場においては、磁場（外部磁場および自己磁場）によってマイスナー状態が崩壊するのではなく、電流限界によって崩壊するということである。

これらの結果は、超伝導薄膜において、高い J_{c} を得る条件が明らかになり、超伝導薄膜の特性向上や応用設計において重要な指針になると考えられる。高性能な超伝導薄膜を実現するには、磁場の方向を通電電流に対して平行（縦磁場）にし、厚さは薄くするということがわかる。これにより、通常よりも高い J_{c} を実現することができる。薄

膜の過熱磁場や臨界電流密度の向上条件を明らかにすることで、高性能な超伝導デバイスの設計に貢献できると期待される。

研究業績

研究会

1. 毛利誠一, 小田部荘司, 馬渡康徳：低温工学・超電導学会 九州・西日本支部 2023 年度若手イベント（支部研究成果発表会・学生企画)、熊本大学、11 月 11 日、口頭発表

国内学会

1. 毛利誠一, 小田部荘司, 馬渡康徳：2023 年秋季第 106 回低温工学・超電導学会研究発表会 1P-p02、海峡メッセ下関、12 月 4 日 - 12 月 6 日、ポスター発表
2. 毛利誠一, 小田部荘司, 馬渡康徳：2024 年春季第 107 回低温工学・超電導学会研究発表会 2C-a06、5 月 23 日 - 5 月 25 日、オンライン
3. 毛利誠一, 小田部荘司, 馬渡康徳：2024 年秋季第 108 回低温工学・超電導学会研究発表会 3C-a02、11 月 25 日 – 11 月 27 日、オンライン

国際学会

1. Seiichi Mori, Edmund Soji Otabe, Yasunori Mawatari: The 37th International Symposium on Superconductivity (ISS2024), WBP1-14, December 03 – December 05, 2024, KANAZAWA BUNKA HALL, Kanazawa, JP

参考文献

[1] C. Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, 8th ed. (John Wiley & Sons, Hoboken, NJ, 2005).
[2] F. London and H. London, Proc. R. Soc. A **149**, 71 (1935).
[3] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **20**, 1064 (1950).
[4] J. Bardeen, Rev. Mod. Phys. **34**, 667 (1962).
[5] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity*, 2nd ed. (McGraw-Hill, New York, 1996).
[6] S. Tahara, S. Anlage, J. Halbritter, C. Eom, D. Fork, T. Geballe, and M. Beasley, Phys. Rev. B **41**, 11203 (1990).
[7] Ch. Peroz, J. C. Villégier, A. F. Dégardin, B. Guillet, and A. J. Kreisler, Appl. Phys. Lett. **89**, 142502 (2006).
[8] S. Nawaz, R. Arpaia, F. Lombardi, and T. Bauch, Phys. Rev. Lett. **110**, 167004 (2013).
[9] J. Li, J. Yuan, Ya-H. Yuan, J.-Yi Ge, M.-Y. Lie, H.-L. Feng, P. J. Peereira, A. Ishii, T. Hatano, A. V. Sihanek, L. F> Chibotau, J. Vanacken, K. Yamaura, H.-B. Wang, E. Takayama-Muromachi, and V. V. Moshchalkov, Appl. Phys. Lett. **103**, 062603 (2013).
[10] Y. Sun, H. Ohnuma, S. Ayukawa, T. Noji, Y. Koike, T. Tamegai, and H. Kitano, Phys. Rev. B **101**, 134516 (2020).
[11] Catelani, G., & Sethna, J. P., "Temperature dependence of the superheating field for superconductors," *Physical Review B*, **78**, 224509 (2008).
[12] D. G. Walmsley, J. Phys. F: Met. Phys. **2**, 529 (1972).
[13] Y. Nakayama and O. Horigaki, TEION KOGAKU **6**, 95 (1971).
[14] Y. F. Bychkov, V. G. Vereshchagin, M. T. Zuev, V. R. Karasik, G. B. Kurganov, and V. A. Mal'tsev, JETP Lett. **9**, 404 (1969).
[15] G. D. Cody, G. W. Cullen, and J. P. McEvoy, Jr., Rev. Mod. Phys. **36**, 95 (1964).
[16] J. W. Heaton and A. C. Rose-Innes, Cyrogenics **4**, 85 (1964).
[17] 岡部洋一, “超伝導薄膜に何が期待できるか.” 表面技術, vol. 42, no. 5, 1991, pp. 464-466.
[18] 馬渡康徳, 柏谷聡, 2013 年度秋季第 88 回低温工学・超電導学会研究発表会, 1P-p10 (2013).
[19] P. G. de Gennes, Solid Stat. Commun. **3**, 127 (1965).

付録

A.1 規格化した GL 方程式の導出

(1.9)式の通り GL 方程式は、

$$\frac{1}{2m^*}(-i\hbar\nabla + e^*\boldsymbol{A})^2\Psi + \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \tag{A.1}$$

である。ここで、オーダーパラメータの平衡値 $\Psi_\infty = \sqrt{\frac{-\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{|\alpha|}{\beta}}$、規格化したオーダーパラメータ $\psi = \Psi/\Psi_\infty$ として、(A.1)式に代入すると、

$$\frac{1}{2m^*}(-i\hbar\nabla + e^*\boldsymbol{A})^2\psi\Psi_\infty + \alpha\psi\Psi_\infty + \beta\Psi_\infty^3|\psi|^2\psi = 0 \tag{A.2}$$

となる。この式を整理すると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*}\left(\nabla - i\frac{e^*}{\hbar}\boldsymbol{A}\right)^2\psi\Psi_\infty + \alpha\psi\Psi_\infty + \beta\Psi_\infty^3|\psi|^2\psi = 0 \tag{A.3}$$

となる。ここで、両辺に $\frac{1}{|\alpha|\Psi_\infty}$ をかけると、

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}\left(\nabla - i\frac{e^*}{\hbar}\boldsymbol{A}\right)^2\psi + \frac{\alpha}{|\alpha|}\psi + \frac{\beta}{|\alpha|}\Psi_\infty^2|\psi|^2\psi = 0 \tag{A.4}$$

となる。そして、コヒーレンス長を $\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*|\alpha|}}$、ディラック定数 $\hbar = \frac{h}{2\pi}$、量子化磁束 $\phi_0 = \frac{h}{e^*}$、プランク定数 h より、(A.4)式は、

$$-\xi^2\left(\nabla - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)^2\psi + \frac{\alpha}{|\alpha|}\psi + \frac{\beta}{|\alpha|}\Psi_\infty^2|\psi|^2\psi = 0 \tag{A.5}$$

となる。$\alpha < 0$ および $\Psi_\infty = \sqrt{\frac{-\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{|\alpha|}{\beta}}$ より、

$$-\xi^2\left(\nabla - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)^2\psi - \psi + |\psi|^2\psi = 0 \tag{A.6}$$

となり、整理すると、

$$\xi^2\left(\nabla - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)^2\psi = -\psi + |\psi|^2\psi \tag{A.7}$$

となる。(A.7)式は、(2.1)式と一致する。これにより、(1.9)式の GL 方程式を規格化することができた。

A.2 London モデルによる厚膜極限における臨界電流密度の磁場依存性

London モデルにおける超伝導電流密度は、

$$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\mu_0\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\nabla\varphi - \boldsymbol{A}\right)$$

である。この両辺の rotation をとり、マイスナー状態 $(\nabla \times \nabla\varphi = 0)$ と仮定すると、

$$\mu_0\nabla \times \boldsymbol{J} = -\frac{1}{\lambda^2}\nabla \times \boldsymbol{A}$$

となる。また、$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{J} = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B}$より、上の式は、

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} = -\frac{1}{\lambda^2} \boldsymbol{B}$$

となる。この式の左辺は、Maxwell 方程式の第 2 式$(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B} = 0)$より、

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla} \cdot \boldsymbol{B}) - \nabla^2 \boldsymbol{B} = -\nabla^2 \boldsymbol{B}$$

となり、以下の London 方程式が得られる。

$$\nabla^2 \boldsymbol{B} = \frac{1}{\lambda^2} \boldsymbol{B}$$

A.2.1 横磁場中の臨界電流密度の磁場依存性

輸送電流（$\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}} \parallel \hat{z}$）と横磁場（$\boldsymbol{B}_{\mathrm{a}} \parallel \hat{y}$）を印加する場合、$\boldsymbol{B} = B_y(x)\hat{y}$, $\boldsymbol{J} = J_z(x)\hat{z}$ である。解くべき London 方程式は、

$$\frac{\mathrm{d}^2 B_y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{1}{\lambda^2} B_y$$

である。境界条件すなわち $x = \pm d_{\mathrm{s}}/2$ のとき $B_y = B_{\mathrm{a}} \pm B_{\mathrm{t}}$ を満たす解は、

$$B_y(x) = B_{\mathrm{a}} \frac{\cosh(x/\lambda)}{\cosh(d_{\mathrm{s}}/2\lambda)} + B_{\mathrm{t}} \frac{\sinh(x/\lambda)}{\sinh(d_{\mathrm{s}}/2\lambda)}$$

であり、ここで $B_{\mathrm{t}} = \mu_0 J_{\mathrm{t}} d_{\mathrm{s}}/2$ である。電流密度は

$$J_z(x) = \frac{B_{\mathrm{a}}}{\mu_0 \lambda} \frac{\sinh(x/\lambda)}{\cosh(d_s/2\lambda)} + \frac{B_{\mathrm{t}}}{\mu_0 \lambda} \frac{\cosh(x/\lambda)}{\sinh(d_{\mathrm{s}}/2\lambda)}$$

であり、

$$|J_z(x)| \leq J_z\left(+\frac{d_{\mathrm{s}}}{2}\right) = \frac{B_{\mathrm{a}} \tau_{\mathrm{s}}}{\mu_0 \lambda} + \frac{B_{\mathrm{t}}}{\mu_0 \lambda \tau_{\mathrm{s}}}$$

を満たす。ただし、$\tau_{\mathrm{s}} = \tanh(d_{\mathrm{s}}/2\lambda)$ である。表面における最大電流密度が対破壊電流密度 J_{d} に達する$[J_z(+d_{\mathrm{s}}/2) = J_{\mathrm{d}}]$とき、$J_{\mathrm{t}} = J_{\mathrm{c}\perp}$とすると、

$$\frac{B_{\mathrm{a}} \tau_{\mathrm{s}}}{\mu_0 \lambda} + \frac{J_{\mathrm{c}\perp} d_{\mathrm{s}}}{2\lambda\, \tau_{\mathrm{s}}} = J_{\mathrm{d}}$$

となる。これを整理すると、

$$\frac{J_{\mathrm{c}\perp}}{J_{\mathrm{c}0}} = 1 - \frac{B_{\mathrm{a}}}{B_{\mathrm{sh}}} \tag{A.8}$$

となる。ただし、$B_{\mathrm{sh}} = \mu_0 \lambda J_{\mathrm{d}}/\tau_{\mathrm{s}}$, $J_{\mathrm{c}0} = (2\lambda\tau_{\mathrm{s}}/d_{\mathrm{s}})\, J_{\mathrm{d}}$ である。厚膜($d_{\mathrm{s}} \gg \lambda$ すなわち $\tau_{\mathrm{s}} \simeq 1$)の場合、(A.8)式は(2.36)式に定性的に一致する。

A.2.2 縦磁場中の臨界電流密度の磁場依存性

輸送電流$(\boldsymbol{J}_{\mathrm{t}} \parallel \hat{z})$と縦磁場$(\boldsymbol{B}_{\mathrm{a}} \parallel \hat{z})$を印加する場合、$\boldsymbol{B} = B_y(x)\hat{y} + B_z(x)\hat{z}$, $\boldsymbol{J} = J_y(x)\hat{y} + J_z(x)\hat{z}$ である。解くべき London 方程式は、

$$\frac{\mathrm{d}^2 B_y}{\mathrm{d}x^2} = \frac{1}{\lambda^2} B_y$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 B_z}{\mathrm{d}x^2} = \frac{1}{\lambda^2} B_z$$

である。境界条件すなわち $x = \pm d_s/2$ のとき $B_y = \pm B_{\mathrm{t}}$, $B_z = B_{\mathrm{a}}$ を満たす解は、

$$B_y(x) = B_t \frac{\sinh(x/\lambda)}{\sinh(d_\mathrm{s}/2\lambda)}, \qquad B_z(x) = B_\mathrm{a} \frac{\cosh(x/\lambda)}{\cosh(d_\mathrm{s}/2\lambda)}$$

電流密度は

$$J_y(x) = -\frac{1}{\mu_0}\frac{\mathrm{d}B_z}{\mathrm{d}x} = -\frac{B_\mathrm{a}}{\mu_0\lambda}\frac{\sinh(x/\lambda)}{\cosh(d_\mathrm{s}/2\lambda)}, \qquad J_z(x) = \frac{1}{\mu_0}\frac{\mathrm{d}B_y}{\mathrm{d}x} = \frac{B_\mathrm{t}}{\mu_0\lambda}\frac{\cosh(x/\lambda)}{\sinh(d_\mathrm{s}/2\lambda)}$$

であり、

$$|\boldsymbol{J}(x)|^2 \le \left|\boldsymbol{J}\left(\pm\frac{d_\mathrm{s}}{2}\right)\right|^2 = \left(\frac{B_\mathrm{a}\tau_\mathrm{s}}{\mu_0\lambda}\right)^2 + \left(\frac{B_\mathrm{t}}{\mu_0\lambda\tau_\mathrm{s}}\right)^2$$

を満たす。表面における最大電流密度が J_d に達する$[|\boldsymbol{J}(\pm d_\mathrm{s}/2)| = J_\mathrm{d}]$とき、$J_\mathrm{t} = J_{\mathrm{c}\parallel}$ とすると、

$$\left(\frac{B_\mathrm{a}\tau_\mathrm{s}}{\mu_0\lambda}\right)^2 + \left(\frac{B_\mathrm{t}}{\mu_0\lambda\tau_\mathrm{s}}\right)^2 = {J_\mathrm{d}}^2$$

となる。これを整理すると、

$$\left(\frac{B_\mathrm{a}}{B_\mathrm{sh}}\right)^2 + \left(\frac{J_{\mathrm{c}\parallel}}{J_\mathrm{c0}}\right)^2 = 1$$

となり、

$$\frac{J_{\mathrm{c}\parallel}}{J_\mathrm{c0}} = \left[1 - \left(\frac{B_\mathrm{a}}{B_\mathrm{sh}}\right)^2\right]^{1/2} \tag{A.9}$$

となる。厚膜($d_s \gg \lambda$ すなわち $\tau_\mathrm{s} \simeq 1$)の場合、(A.9)式は(2.37)式に定性的に一致する。

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々のご指導、ご支援を賜りました。ここに深く感謝の意を表します。

まず、研究に関する貴重なご指導を賜りました九州工業大学大学院情報工学研究院物理情報工学研究系の小田部荘司教授に、心より感謝申し上げます。先生には研究の初期段階から一貫してご指導いただき、研究の方向性を定める上での的確な助言を頂戴しました。加えて、研究の進捗に応じた有益な示唆を与えてくださり、課題に直面した際には根気強くご助言をくださったことを深く感謝いたします。また、学会発表や研究報告の場に向けたプレゼンテーションの練習にもご協力いただき、より明確かつ論理的に研究内容を伝えるスキルを磨くことができました。先生の温かい励ましとご指導のおかげで、最後まで研究をやり遂げることができました。

また、本研究を支えてくださった国立研究開発法人産業技術総合研究所の馬渡康徳先生にも厚く御礼申し上げます。研修という形で受け入れてくださり、研究の基礎的な部分から高度な専門知識に至るまで、幅広くご指導いただきました。特に、学会発表や論文執筆における表現の工夫や、論理的な構成の重要性についてのご助言は、研究成果を効果的に伝える上で大きな助けとなりました。また、研究の実施にあたり、技術的な指導のみならず、研究者としての視点や姿勢についても多くを学ばせていただきました。先生のご支援がなければ、本研究を無事に完成させることはできなかったと感じております。

さらに、研究室の皆様にも、この場をお借りして感謝申し上げます。日々の議論や助言を通じて、多くの知見を得ることができました。研究に関する技術的な知識の共有だけでなく、研究に向き合う姿勢や問題解決のアプローチなど、多くの学びを得ることができました。ともに学び、切磋琢磨することで成長できたことに深く感謝いたします。

最後に、本研究を通じて得た経験と知識を活かし、今後も成長し続けることを誓い、謝辞とさせていただきます。

本研究は，JSPS 科研費 20K05314 の助成を受けて行われました。