令和 6 年度　卒業論文

マイスナー状態にある超伝導薄膜の臨界電流特性

九州工業大学情報工学部
物理情報工学科　生物物理工学コース

学生番号　212C3039
佐久川 蕗
指導教員：小田部荘司

目　　次

第１章　序章

1.1　超伝導について

超伝導現象とは、1911年に水銀の電気抵抗が消失したことから発見された。電気抵抗が0であることと完全反磁性であることの２つの特徴をもち、現代ではエネルギー効率の改善や次世代技術を支える重要な現象であるとされている。[1]これらの特徴は、強い磁石と電磁波を用いて体の断面を画像化するMRI(核磁気共鳴画像法)[2]や、車両を浮上させてレールと車輪の摩擦を無くすことで従来の新幹線のおよそ2倍の速さを実現したリニアモーターカー[3]や、電力の無駄をなくすことができる超伝導送電ケーブル[4]といった技術に活用されている。

超伝導体には第一種超伝導体と第二種超伝導体の二種類がある。この二つには超伝導状態から常伝導状態に移り変わる過程に違いがある。第一種超伝導体は臨界磁場H_{c}を超えると磁場が超伝導体内に磁場が侵入し、急激に常伝導状態となる。第一種超伝導体H_{c}と臨界温度T_{c}がともに低いという特徴がある。一方で第二種超伝導体は、常伝導状態になる前に上部臨界磁場H_{c1}を過ぎると、量子化された磁束線が侵入し始める混合状態となる。さらに磁場を印加していくと下部臨界磁場H_{c2}を超えたところで超伝導状態は壊れ、常伝導状態となる。第一種超伝導体と比較して第二種超伝導体はH_{c2}とT_{c}が高くなっている。本研究では第二種超伝導体を扱った。[5]

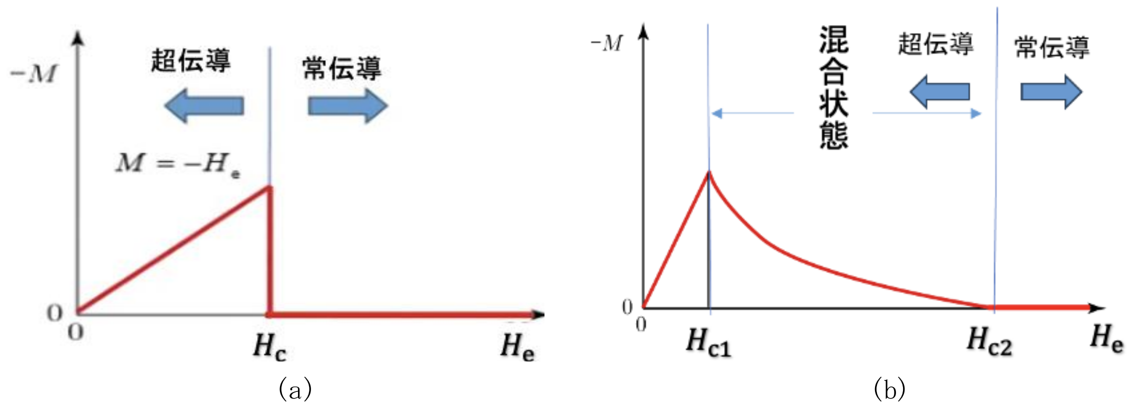


図 1.1　第一種超伝導体と第二種超伝導体の違い
(a) 第一種超伝導体、(b)第二種超伝導体

1.2　臨界電流密度

超伝導体における臨界電流密度J_{c}と対破壊電流密度J_{d}は、超伝導状態の安定性や実用性を評価する上で重要な指標である。一般的に、臨界電流密度J_{c}は電気抵抗がゼロを保てる最大の電流密度の

ことを言い、超伝導体内に磁束線が侵入していても磁束線が動かずに抵抗がゼロであれば臨界電流密度J_{c}を超えていないこととなる。しかし本研究では、磁束線を固定するピン力等の影響を考慮しないため、臨界電流密度J_{c}を、マイスナー状態が保てる最大の電流密度とする、通常とは異なる特別な定義をした。マイスナー状態とは、外部磁場が超伝導体内部に侵入せず、完全反磁性を示す状態を指す。そのため、マイスナー状態において電流が流れる際には電気抵抗が生じず、エネルギー損失が抑えられるという特徴がある。

一方で、対破壊電流密度J_{d}は、超伝導状態が維持できる最大の電流密度であり、クーパー対[6]の破壊により常伝導へと転移する境界のことを言う。J_{c}とJ_{d}の値には一般的に二桁程度の差があるとされており、超伝導体の実用性を向上させるためには臨界電流密度J_{c}をできるだけ大きくし、対破壊電流密度J_{d}に近づけることで、マイスナー状態をより持続させることが望ましい。

1.3　研究目的

第一種超伝導体では、完全なマイスナー状態が保持されるが、臨界磁場H_{c}や臨界温度T_{c}が低い。一方で、第二種超伝導体は第一種超伝導体と比べて臨界磁場H_{c2}や臨界温度T_{c}が高く、より大きな電流を流すことができるため、実用性が高い。そのため、超伝導送電線やMRIなどの応用では、第二種超伝導体が一般的に用いられている。しかし、第二種超伝導体では、臨界電流密度J_{c}が小さいため外部磁場が強くなっていくと磁場が侵入し、マイスナー状態を維持できる範囲が限られる。

現状、どうすればJ_{c}をJ_{d}に近づけることができるかが明らかになっていないという問題がある。この問題を解決するために本研究では、Ginsburg-Landau方程式を数値的に解き、第二種超伝導体における臨界電流密度J_{c}を解析し、その磁場依存性および膜厚依存性を明らかにすることを目的とする。J_{c}をJ_{d}に近づける条件が明らかになることで、超伝導体の更なる実用化に向けた指針を提示できるだろう。

第２章　計算モデルおよび手法

この章では実際に用いた計算モデルや手法について説明する。

2.1　横磁場および縦磁場

本研究では計算の簡略化や結果の比較を考慮して横磁場と縦磁場の 2 種類での解析を行った。実際に用いた計算モデルを図 2.1 に示す。(a)の横磁場は通電電流 I_{t} に対して垂直な向きに外部磁場 B_{a} を印加する。一方で、(b)の縦磁場は通電電流 I_{t} に対して平行な向きに外部磁場 B_{a} を印加する。

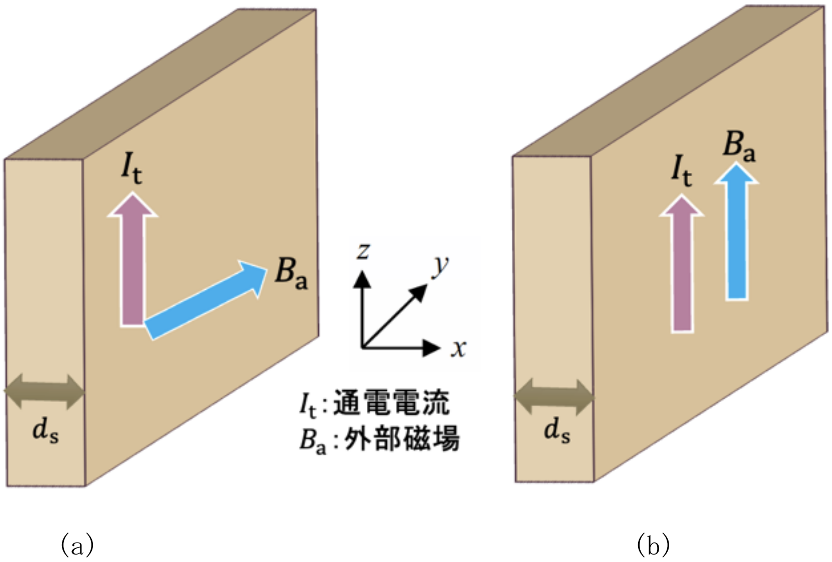


図 2.1　横磁場と縦磁場の計算モデル
(a)横磁場、(b)縦磁場

2.2　Ginzburg-Landau(GL)方程式と非線形 London 方程式

Ginzburg-Landau (GL) 方程式は、超伝導体の微視的な性質を記述する基礎方程式であり、以下の形で表される。[7]

$$\xi^2\left(\boldsymbol{\nabla}-i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)^2\psi=-\psi+|\psi|^2\psi \tag{2.1}$$

ここで ψ は、規格化されたオーダーパラメータ、 A はベクトルポテンシャルを表す。また、オーダーパラメータ ψ は、

$$\psi = fe^{i\phi}$$

の形で表され、 f はオーダーパラメータの絶対値 $f = |\psi|$、 ϕ は位相 $\phi = arg(\psi)$ を示す。超伝導電流密度 J_s は、GL方程式より次の式となる。

$$\boldsymbol{J_s} = \frac{1}{\mu_0\lambda^2}\Im\left[\psi^*\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla} - iA\right)\psi\right] = \frac{|\psi|^2}{\mu_0\lambda^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\varphi - \boldsymbol{A}\right) \tag{2.2}$$

一方で、アンペール・マクスウェル方程式は、

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{\mu_0}\,\boldsymbol{J_s} = \frac{|\boldsymbol{\psi}|^2}{\boldsymbol{\lambda}^2}\left(\frac{\phi_0}{2\pi}\boldsymbol{\nabla}\varphi - \mathbf{A}\right) \tag{2.3}$$

と表される。

超伝導体の表面の境界条件は、

$$\hat{n}\cdot\left(\boldsymbol{\nabla} - i\frac{2\pi}{\phi_0}\boldsymbol{A}\right)\psi = 0 \tag{2.4}$$

となり、ここで $\hat{n}$ は表面の法線ベクトルを指す。さらに、ゲージ不変規格化ベクトルポテンシャル

$$\boldsymbol{a} = \frac{2\pi\xi}{\phi_0}\boldsymbol{A} - \xi\boldsymbol{\nabla}\phi$$

を導入することで、位相 ϕ の変化に依存しない表現が可能となり、GL方程式や電流密度の記述が簡潔化される。この表現を用いると、GL方程式およびアンペール・マクスウェル方程式は、

$$\xi^2\nabla^2 f = -(1 - f^2 - |\boldsymbol{a}|^2)f \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot(f^2\boldsymbol{a}) = 0 \tag{2.6}$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{a} = -\frac{f^2}{\lambda^2}\boldsymbol{a} \tag{2.7}$$

の形に書き換えられる。さらに、(2.4)式の境界条件は以下のように変形される。

$$\hat{n}\cdot\boldsymbol{\nabla}f=\hat{n}\cdot\boldsymbol{a}=0 \tag{2.8}$$

超伝導薄膜がマイスナー状態にある場合、空間的に1方向のみに依存する一次元モデルを考えることができる。この場合、GL方程式は次のように簡略化される。

$$\xi^2\frac{\mathrm{d}^2f}{\mathrm{d}x^2}=-(1-f^2-|\boldsymbol{a}|^2)f \tag{2.9}$$

$$\lambda^2\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2}=f^2\boldsymbol{a} \tag{2.10}$$

また、極端な第二種超伝導体 $(\lambda/\xi\gg 1)$ の場合、$\xi^2\frac{\mathrm{d}^2f}{\mathrm{d}x^2}\sim\xi^2\frac{f}{\lambda^2}\ll f$ であるため、近似的に

$$f^2=1-|\boldsymbol{a}|^2$$

が成り立つ。これを(2.10)式に代入すると、

$$\lambda^2\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2}=(1-|\boldsymbol{a}|^2)\boldsymbol{a} \tag{2.11}$$

が導かれ、これは非線形London方程式として知られる。[8]後の数値計算にはこの式を用いた。

次に、通電電流 $(\boldsymbol{J}_\mathrm{t}\parallel\hat{z})$ と外部磁場 $\left(\boldsymbol{B}_\mathrm{a}=B_\mathrm{a}(\hat{\boldsymbol{y}}\sin\phi+\hat{\boldsymbol{z}}\cos\phi)\right)$ を超伝導薄膜に印加する場合を考える。(2.11)式の両辺に $\boldsymbol{a}$ の外積を取ると、

$$\lambda^2\boldsymbol{a}\times\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2}=(1-|\boldsymbol{a}|^2)\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{a}=0$$

が得られる。さらに、$\boldsymbol{a}$ と $\mathrm{d}\boldsymbol{a}/\mathrm{d}x$ の外積の導関数を考慮すると、

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\boldsymbol{a}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right)=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}+\boldsymbol{a}\times\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x^2}=0$$

より、

$$\boldsymbol{a}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}=c_1\hat{\boldsymbol{x}} \tag{2.12}$$

が導出される。ここで c_1 は定数である。さらに、(2.11)式を $2\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}$ と内積を取ることで、

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\left|\boldsymbol{\lambda}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^{\mathbf{2}}-|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{2}}+\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{4}}\right)=0$$

となり、これを積分すると、

$$\left|\lambda\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^{\mathbf{2}}-|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{2}}+\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{4}}=c_2 \tag{2.13}$$

となる。ここで c_2 も定数である。さらに、角度 $\theta=\arctan(a_y/a_z)$ を導入すると、$a_y=\alpha\sin\theta$ と $a_z=\alpha\cos\theta$ 、$a_z=\alpha\cos\theta$ と表せる。ここで、α はベクトルポテンシャルの絶対値である。これを用いて整理すると、(2.12)式および(2.13)式は、

$$\boldsymbol{a}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}=-\alpha^2\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=c_1 \tag{2.14}$$

$$\left|\boldsymbol{\lambda}\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right|^{\mathbf{2}}-|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{2}}+\frac{1}{2}|\boldsymbol{a}|^{\mathbf{4}}=\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right)^2+\left(\lambda\alpha\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}\right)^2-\alpha^2+\frac{\alpha^4}{2}=c_2 \tag{2.15}$$

となる。さらに、(2.14)式を整理すると、

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}x}=-\frac{c_1}{\alpha^2}$$

が得られ、これを(2.15)式に代入すると、

$$\left(\lambda\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{a}}{\mathrm{d}x}\right)^2+\left(\lambda\frac{c_1}{\alpha^2}\right)^2-\alpha^{\mathbf{2}}+\frac{\alpha^4}{2}=c_2 \tag{2.16}$$

が導かれる。超伝導薄膜の両端 $(x=\pm d_{\mathrm{s}}/2)$ での境界条件は、

$$b_y = -\lambda \frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} = b_\mathrm{a}\sin\phi \pm b_\mathrm{t}\ ,$$

$$b_z = \lambda \frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x} = b_\mathrm{a}\cos\phi \tag{2.17}$$

となる。ここで、 b_y および b_z はそれぞれ y および z 成分の磁場を $\sqrt{2}B_\mathrm{c}$ で規格化したものであり、b_a は外部磁場、b_t は通電電流による自己磁場を表す。本研究では、この方程式を用いて臨界電流密度や過熱磁場を求める。

2.3　ゼロ磁場中 $J_{\mathrm{c}0}$ と過熱磁場 B_sh について

ゼロ磁場における臨界電流密度 $J_{\mathrm{c}0}$ を求めるため、磁場を印加せず、通電電流が z 方向に流れる場合を考える。このときも、ベクトルポテンシャルのy成分はゼロ（$a_y = 0$）と仮定し、z 成分のみを考慮する。

(2.11)式の境界条件として、$x = \pm d_\mathrm{s}/2$ で $b_\mathrm{y} = -\lambda \frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x} = \pm b_\mathrm{t}$ を代入して解くと、

$$\frac{d_\mathrm{s}}{2\lambda} = \sqrt{2}\int_{a_0}^{a_1} \frac{\mathrm{d}\alpha}{\sqrt{(\alpha^2 - {a_0}^2)(2 - {a_0}^2 - \alpha^2)}} \tag{2.18}$$

が得られる。ここで、 b_t は通電電流によって生じる自己磁場であり、

$$b_\mathrm{t} = \frac{B_\mathrm{t}}{\sqrt{2}B_\mathrm{c}} = \frac{\mu_0 J_\mathrm{t}\lambda}{\sqrt{2}B_\mathrm{c}} = \frac{J_\mathrm{t} d_\mathrm{s}}{2\lambda}$$

で表される。また、 a_0 は $x = 0$ におけるベクトルポテンシャルの大きさ、a_1 は $x = \pm d_\mathrm{s}/2$ におけるベクトルポテンシャルの大きさである。境界条件として、$x = \pm d_\mathrm{s}/2$ で $a_\mathrm{z} = -a_1$、$x = 0$ で $a_\mathrm{z} = -a_0$ を仮定すると、以下の関係式が導かれる。

$${b_t}^2 = \frac{(1 - {a_0}^2)^2}{2} - \frac{(1 - {a_1}^2)^2}{2} \tag{2.19}$$

(2.18)式の解が存在する最大値として、ゼロ磁場中臨界電流密度 $J_{\mathrm{c}0}$ が決定される。 a_0 および a_1 は

(2.19)式の関係を満たし、$0 < a_0 \leq 1$ および $0 < a_1 \leq 1$ の条件のもとで b_t を最大化することで求められる。

過熱磁場 B_sh とは、超伝導状態が維持される限界の磁場を指し、これを超えると超伝導体は常伝導状態へと転移する。本研究では、磁場が y 方向に印加され、輸送電流がゼロの場合を考える。このとき、ベクトルポテンシャルの y 成分はゼロ $\left(a_y = 0\right)$ と仮定し、 z 成分のみを考慮する。
超伝導薄膜の両端 $x = \pm d_\mathrm{s}/2$ での境界条件として、磁場の y 成分が $b_y = b_\mathrm{a}$ 、ベクトルポテンシャルの z 成分が $a_z = \mp a_1$ であるとすると、(2.13)式より

$$
{b_a}^2 = c_2 + {a_1}^2 - \frac{{a_1}^4}{4} \tag{2.20}
$$

が得られる。ここで、 a_1 は $x = \pm d_\mathrm{s}/2$ におけるベクトルポテンシャルの大きさ、 c_2 は定数である。また、超伝導薄膜の中心 $(x = 0)$ では $b_y = b_0$、$a_\mathrm{z} = 0$ であるため、同様に (2.13)式から

$$
{b_0}^2 = c_2 \tag{2.21}
$$

が導かれる。ここで、 b_0 は $x = 0$ における磁場の大きさである。磁場分布の方程式を積分することで、以下の関係式が得られる。

$$
\frac{d_\mathrm{s}}{2\lambda} = \int_0^1 da_z \left(\frac{{B_{sh}}^2}{2{B_\mathrm{c}}^2} - \frac{1}{2} + {a_z}^2 - \frac{{a_z}^4}{2} \right)^{-1/2} \tag{2.22}
$$

この式は、過熱磁場 B_{sh} が膜厚 d_s の関数であることを示しており、すなわち膜厚の変化によって過熱磁場の値も変化することを意味する。

2.4　理論値の導出

超伝導薄膜が厚膜極限 ($d_\mathrm{s} \gg \lambda$) において、外部磁場が臨界電流密度に及ぼす影響について述べる。膜厚が十分に厚い場合、超伝導薄膜の中心 ($x = 0$) において、ベクトルポテンシャルの大きさ $|a|$ および磁場の大きさ $|b|$ はともに小さくなるため、$|a| \approx |\lambda \mathrm{d}a/\mathrm{d}x| \approx 0$ という条件が成立する。この条件のもとで、非線形London方程式を適用すると、

$$\lambda \frac{\mathrm{d}\alpha}{\mathrm{d}x} = \sqrt{\alpha^2 - \frac{\alpha^4}{2}} \tag{2.23}$$

の関係が得られる。この式を積分すると、ベクトルポテンシャルの解として

$$\alpha = \frac{\sqrt{2}}{\cosh((c_0 - x)/\lambda)} \tag{2.24}$$

が得られる。ここで、c_0 は積分定数である。

この解を用いて、超伝導薄膜の表面（$x = +d_\mathrm{s}/2$）における磁場の成分を求めると、

$$b_y = -\lambda \frac{\mathrm{d}a_z}{\mathrm{d}x},$$
$$b_z = \lambda \frac{\mathrm{d}a_y}{\mathrm{d}x} \tag{2.25}$$

となる。これらの成分の平方和をとることで、表面磁場の大きさが求められる。さらに、この値が臨界磁場 B_c 以下であるという条件を課すことで、

$$\sqrt{(B_\mathrm{t} + B_\mathrm{a}\sin\phi)^2 + (B_\mathrm{a}\cos\phi)^2} \le B_\mathrm{c} \tag{2.26}$$

の関係が導かれる。ここで、B_t は通電電流によって生じる自己磁場であり、J_t の条件を考慮すると、

$$\mu_0 J_\mathrm{t} \frac{d_\mathrm{s}}{2} = B_\mathrm{t} \le \sqrt{B_\mathrm{c}^2 - (B_\mathrm{a}\cos\phi)^2} - B_\mathrm{a}\sin\phi \tag{2.27}$$

が得られる。この結果をもとに臨界電流密度 J_c を求めると、

$$J_\mathrm{c} = J_\mathrm{c0}\left[\sqrt{1 - \left(\frac{B_\mathrm{a}}{B_\mathrm{c}}\cos\phi\right)^2} - \frac{B_\mathrm{a}}{B_\mathrm{c}}\sin\phi\right] \tag{2.28}$$

の式が得られる。これが、厚膜での臨界電流密度J_{c}の依存性を記述した式となる。ここで、ゼロ磁場中の臨界電流密度 J_{c0} は、

$$J_{\mathrm{c0}} = \frac{2B_{\mathrm{c}}}{\mu_0 d_{\mathrm{s}}}$$

で与えられる。

この結果から、磁場の方向による臨界電流密度の違いが明確に示される。特に、

・ 横磁場中（$\phi = \pi/2$ ）の場合

$$J_{\mathrm{c}\perp} = J_{\mathrm{c0}}\left(1 - \frac{B_{\mathrm{a}}}{B_{\mathrm{c}}}\right) \tag{2.29}$$

・ 縦磁場中（ $\phi = 0$ ）の場合

$$J_{\mathrm{c}\parallel} = J_{\mathrm{c0}}\left[1 - \left(\frac{B_{\mathrm{a}}}{B_{\mathrm{c}}}\right)^2\right]^{1/2} \tag{2.30}$$

の関係が成り立つ。これにより、厚膜極限において、臨界電流密度J_{c}は磁場の方向に依存し、特に横磁場中では直線的に減少し、縦磁場中では二次関数的に減少することが示される。また、(2.29)式と(2.30)式を理論式として、計算の正確性を測るのに用いることとする。

2.5　数値計算について

ここまでの式変形の流れで示した通り、本研究では、第二種超伝導体に横磁場および縦磁場を印加した場合の、任意の膜厚および磁場におけるマイスナー状態の臨界電流密度を解析するため、一次元 Ginzburg-Landau (GL) 方程式をベースに、境界条件を変えることによって数値計算を行なった。数値計算には Mathematica を利用した。計算の簡略化のため、空間的に一次元の条件を仮定し、微分方程式を解いた。外部磁場 $B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}}$ は 0 から 1 まで 0.01 間隔で、通電電流密度$J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}}$は 0 から 1 まで 0.001 間隔で変化させた。臨界電流密度J_{c}は、解が存在する最大の通電電流密度J_{t}によって決定されることとした。本解析を通じて、膜厚および磁場が臨界電流密度に及ぼす影響について議論を行う。

第３章　結果と考察

3.1　ゼロ磁場中 J_{c0} と過熱磁場 B_{sh} の膜厚依存性

ゼロ磁場中 J_{c0} と過熱磁場 B_{sh} と膜厚の関係を解析した結果を示す。前の項でも述べた通り、ゼロ磁場中 J_{c0} は磁場がゼロの状態で流せる最大の電流密度、過熱磁場 B_{sh} はマイスナー状態を維持できる最大の磁場のことを指す。図 3.1 のグラフは縦軸が対破壊電流密度 J_d で規格化した横磁場中 J_{c0} および臨界磁場 B_c で規格化した過熱磁場 B_{sh} 、横軸が膜厚 d_s となっている。赤色でプロットされているのが過熱磁場 B_{sh} 、青色でプロットされているのが J_{c0} である。

まず、過熱磁場 B_{sh} の結果について述べる。過熱磁場 B_{sh} は膜厚が薄い場合に大きな値を取り、膜厚が厚くなるにつれて値が小さくなっていき、ある値に収束した。さらに詳細に読み取ると、薄膜 $(d_s \lesssim \lambda)$ で値が減少している間は （λ/d_s）B_c と一致し、厚膜 $(d_s \gg \lambda)$ になると値は B_c に収束した。一方でゼロ磁場中 J_{c0} は、薄膜 $(d_s \lesssim \lambda)$ の間は J_d を保ち、厚膜 （$d_s \gg \lambda$） になると値は減少していき、$(\lambda/d_s)J_d$ と一致した。

2 つのパラメータが膜厚によってこのような挙動となるのは膜の厚さによって、電流や磁場の影響の及ぶ範囲に違いがあるからではないかと考えた。膜厚が薄い場合では磁場の影響が膜全体に強く及ぶこととなる。それに伴って過熱磁場 B_{sh} も内部に侵入するには強くなる必要があるため、薄膜であるほど B_{sh} の値は大きくなる。

磁場がゼロの状態で流せる臨界電流密度も、マイスナー状態を維持できる最大の磁場も共に大きい値であるほど良いため図 3.1 からは、薄膜の方が有利であることがわかった。

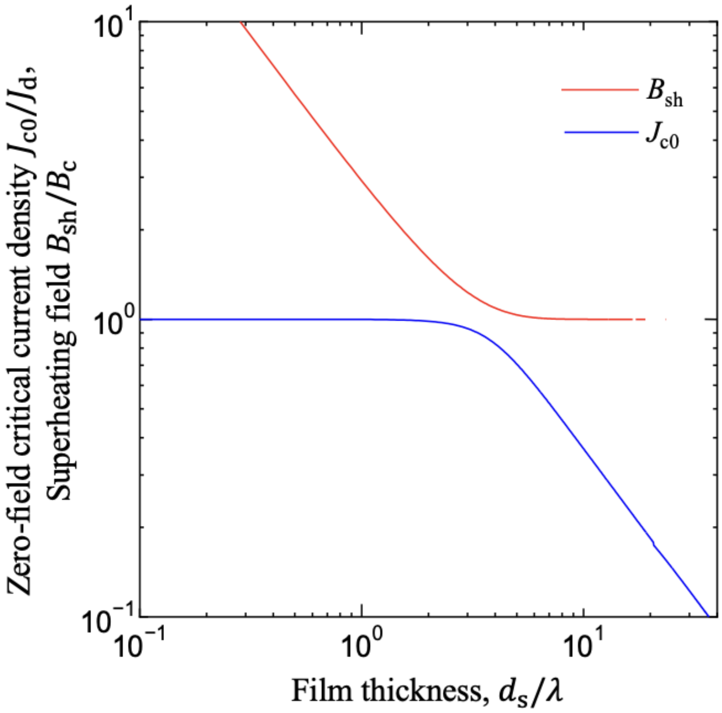


図 3.1　ゼロ磁場中J_{c0}と過熱磁場B_{sh}の膜厚依存性

3.2　横磁場中の臨界電流密度

横磁場を印加した場合の臨界電流密度と磁場の関係を膜厚ごとに表したものが図 3.2 と図 3.3 である。図 3.2 は、縦軸が臨界電流密度 J_{c} を対破壊電流密度 J_{d} で規格化したものであり、横軸が外部磁場B_{a}を臨界磁場B_{c}で規格化したものである。このグラフの電流が 0 となっている部分に着目すると、膜厚が最も薄い赤いグラフが最も高い B_{a} を示しており、膜厚が厚くなるにつれて B_{a} は低くなっていき、厚膜であるピンク色や紫色のグラフはおよそ 1、すなわち B_{c} となった。続いて、磁場がゼロとなっている部分に着目すると、膜厚が薄ければ薄いほど 1、すなわち J_d に近づき、膜厚が厚いと低い値を取っている。これらの事実は図 3.1 のグラフと一致している。

続いて、図 3.3 は縦軸が臨界電流密度J_{c}をゼロ磁場中の電流密度J_{c0}で規格化したものであり、横軸が外部磁場 B_{a} を過熱磁場 B_{sh} で規格化したものである。 このグラフからは薄膜と厚膜での磁場依存性の違いを見ることができた。薄膜の場合では緩やかな曲線となっており磁場依存性が弱いことがわかった。一方で厚膜の場合では、薄膜の場合と比べて傾きが急な直線を描いており磁場依存性は強く、さらに、(2.29)式と一致した。よって、計算はほぼ正確に行われており、薄膜の場合の方が磁場依存性は弱く、有利であるという事実の裏付けとなった。

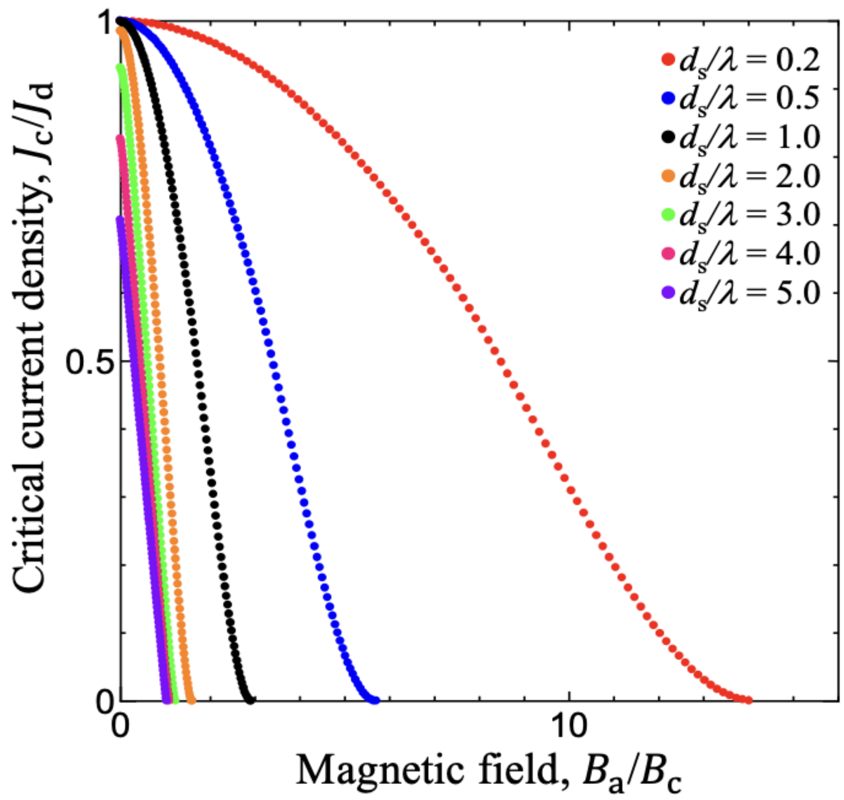


図 3.2　横磁場中の臨界電流密度と磁場の膜厚依存性(J_cとB_aをJ_dとB_cでそれぞれ規格化)

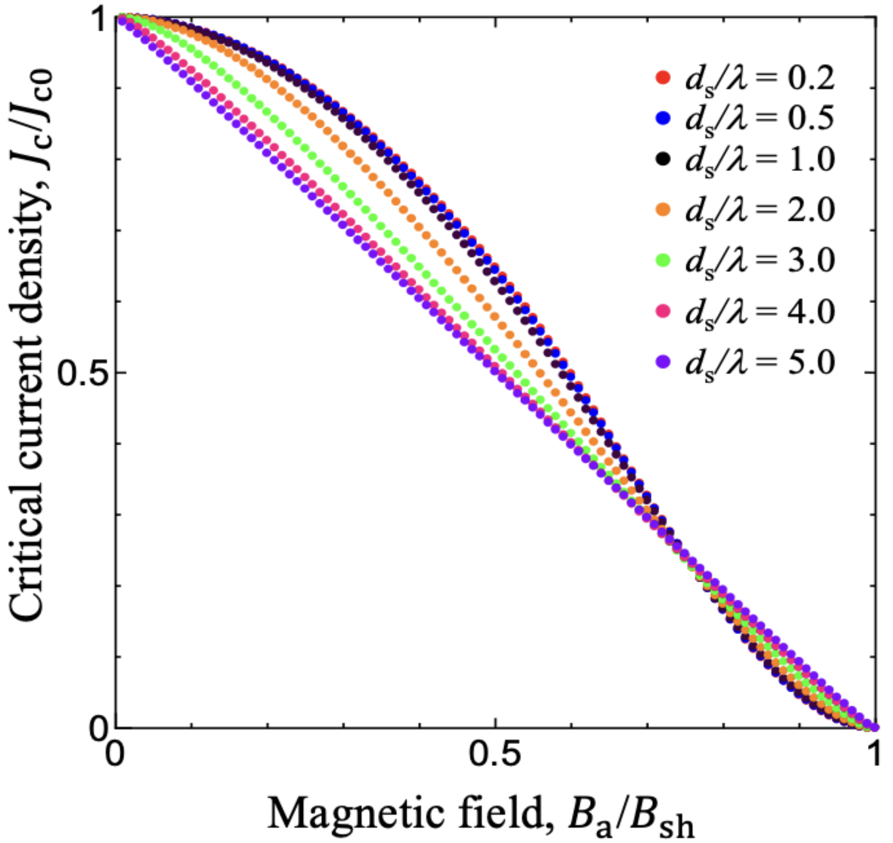


図 3.3　横磁場中の膜厚と臨界電流密度の関係(J_cとB_aをJ_{c0}とB_{sh}でそれぞれ規格化)

3.3　縦磁場中の臨界電流密度

縦磁場を印加した場合の臨界電流密度と磁場の関係を膜厚ごとに表したものが図 3.4 と図 3.5 である。図 3.4 は、縦軸が臨界電流密度 J_c を対破壊電流密度 J_d で規格化したものであり、横軸が外部磁場 B_a を臨界磁場 B_c で規格化したものである。こちらも横磁場の場合と同様な事実が読み取れた。プロットが途切れていて不安定であるのは、縦磁場の場合は磁場のパラメータが 2 成分となっており、より複雑な 2 階の微分方程式を解くこととなったため、エラーが発生しこのようなグラフになったのだと考えた。

続いて、図 3.5 は縦軸が臨界電流密度 J_c をゼロ磁場中の電流密度 J_{c0} で規格化したものであり、横軸が外部磁場 B_a を過熱磁場 B_{sh} で規格化したものである。　このグラフからも横磁場の場合と比べるとわずかな差ではあるが、薄膜と厚膜での磁場依存性の違いを見ることができた。薄膜の場合では歪な曲線となっており磁場依存性が弱いことがわかった。一方で厚膜の場合では、薄膜の場合と比べてより綺麗な曲線を描いており磁場依存性は薄膜の場合よりも強く、さらに、(2.30)式と一致

した。よって、計算はほぼ正確に行われており、縦磁場の場合でも薄膜の方が磁場依存性は弱く、有利であることの裏付けとなった。

さらに縦磁場と横磁場を比べると、縦磁場の場合の方が、全体的に臨界電流密度 J_c が高い値を取っていた。これは文献[9]においても同様の結果が示されていた。

よって、臨界電流密度 J_c を高くする条件は、膜厚はより薄く、磁場の向きは縦磁場であることだと結論付けることができた。この結論は、これからの超伝導体の工業利用への後押しになると期待される。

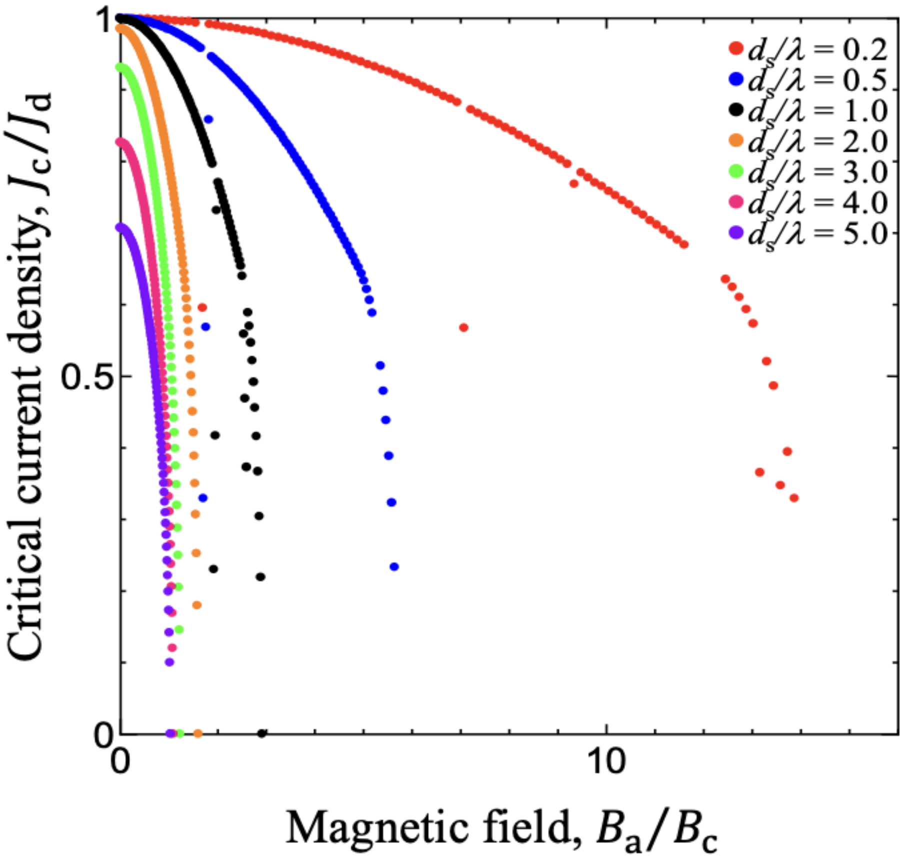


図 3.4　縦磁場中の膜厚と臨界電流密度の関係(J_cとB_aをJ_{c0}とB_{sh}でそれぞれ規格化)

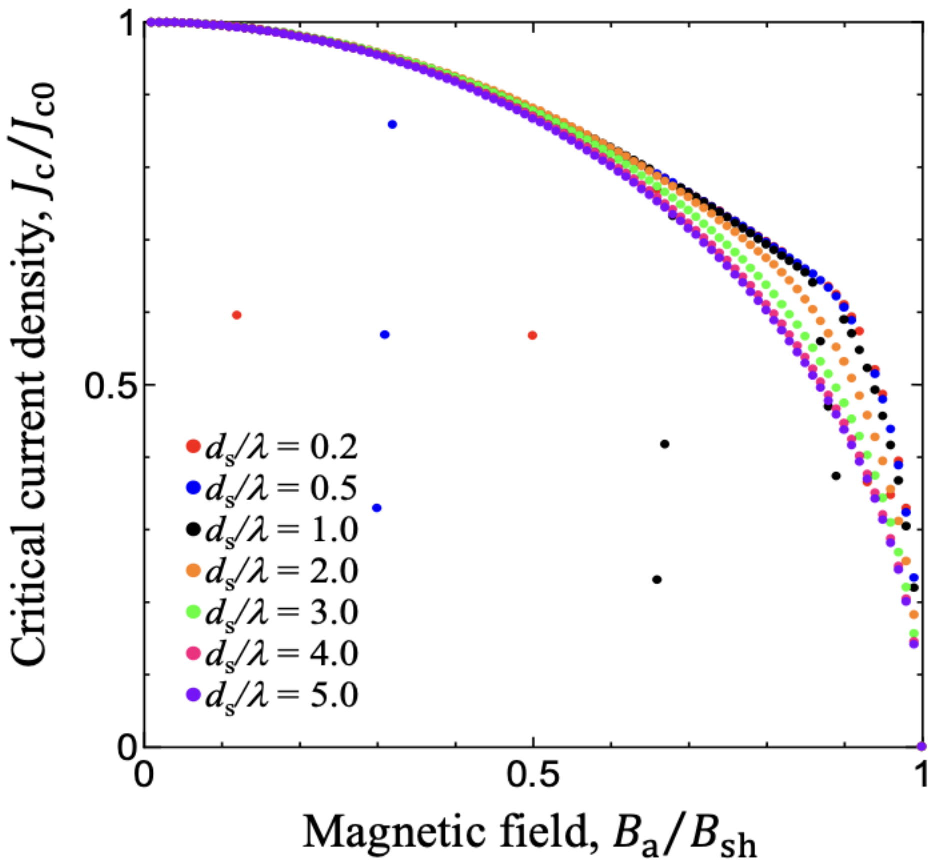


図 3.5　縦磁場中の膜厚と臨界電流密度の関係(J_cとB_aをJ_{c0}とB_{sh}でそれぞれ規格化)

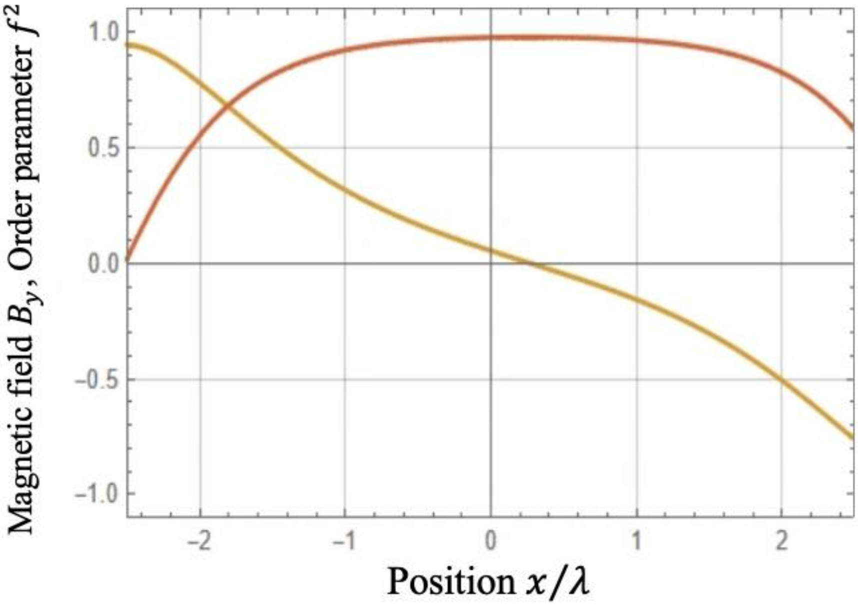
3.4　横磁場中の磁場およびオーダーパラメータ

ここまでは膜厚ごとの臨界電流密度について述べたが、ここからは、どのような条件下で超伝導状態が維持され、また、どのような条件で超伝導状態が壊れるかを明確にするために、臨界電流に達したときの超伝導薄膜における磁場とオーダーパラメータ分布について述べる。オーダーパラメータとは超伝導電子密度のことを言い、この値が 0 のときに常伝導状態を表し、この値が大きければ大きいほど超伝導状態が強いことを表す。

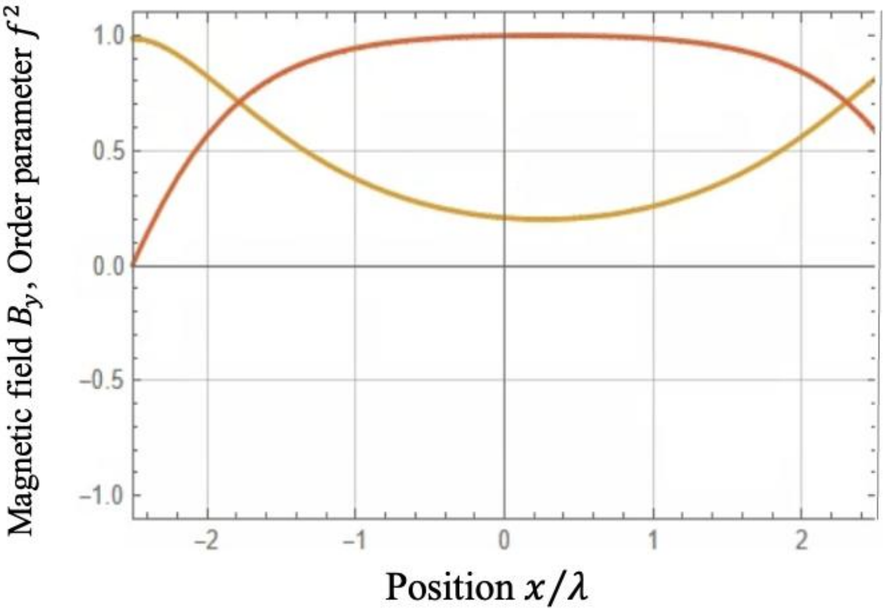
横磁場を印加した場合の厚膜と薄膜の磁場 B_y およびオーダーパラメータ f^2 の分布をそれぞれ図 3.6 と図 3.7 に示す。黄色のラインが磁場 B_y、オレンジ色のラインがオーダーパラメータ f^2 である。さらに、(a)は高磁場($B_a/B_{sh} = 0.9$)、(b)は低磁場($B_a/B_{sh} = 0.1$)の結果である。図 3.6 より、臨界電流に達したとき、オーダーパラメータ f^2 は 0 であり、磁場 B_y は表面で 1、すなわち B_{sh} となった。つまり臨界電流に達したとき、超伝導状態は壊れ、磁場は B_{sh} となることがわかった。低磁場

のときに磁場 B_y が正と負の両方の値を取っている。これは、通電電流が xy 平面に対して垂直な向きで流れており、磁場が xy 平面上に渦を成すことで、正と負の両方の向きになるためである。

また、薄膜の場合には低磁場を印加すると f^2 が 0 に、B_y が B_{sh} に達しなかった。これは、薄膜であると電流が早く限界に達してしまうため、f^2 が 0 に、B_y が B_{sh} に達する前に臨界電流となってしまうからであると考えた。



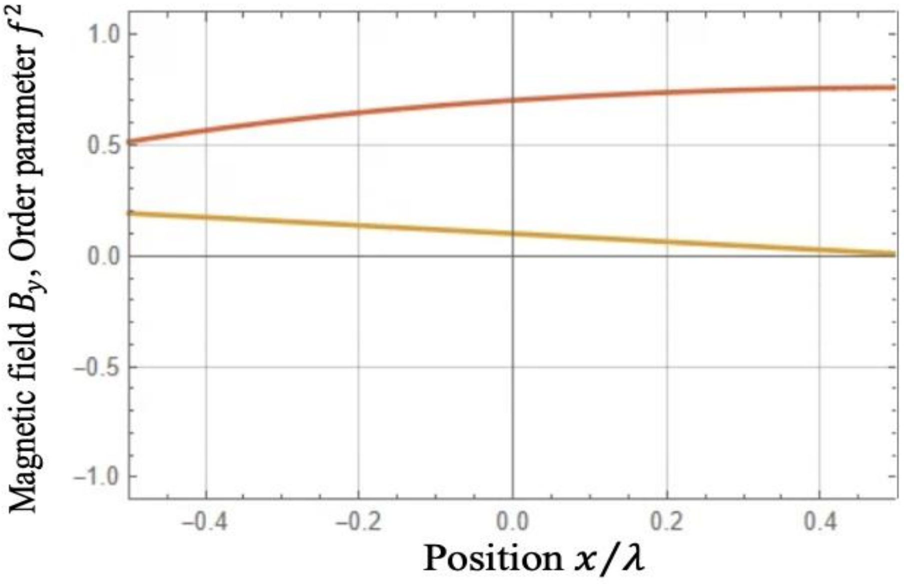
(a)



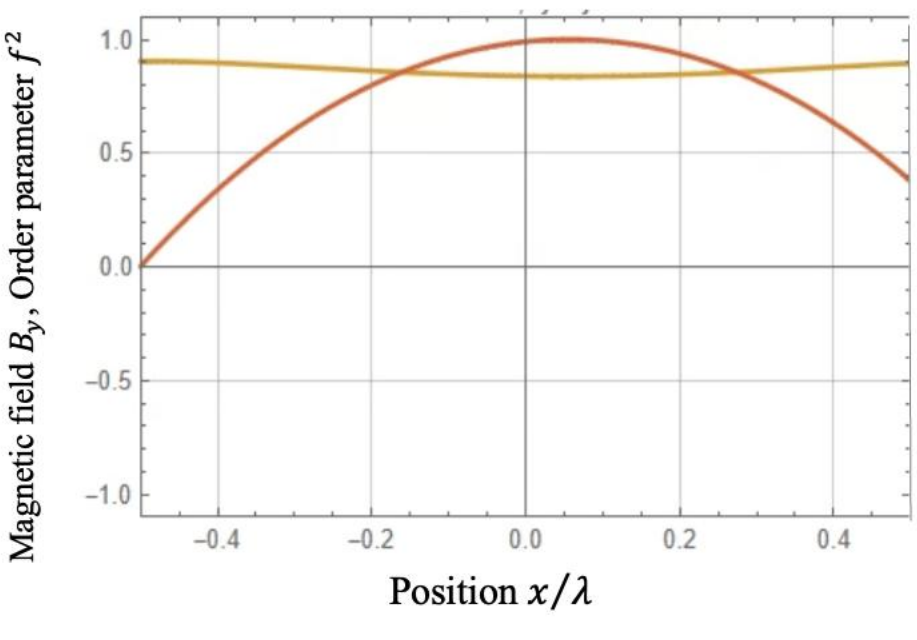
(b)

図 3.6　臨界電流に達したときの厚膜における磁場およびオーダーパラメータ分布：横磁場の場合

(a) 低磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.1,\ J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.909$)　(b) 高磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.9,\ J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.093$)



(a)



(b)

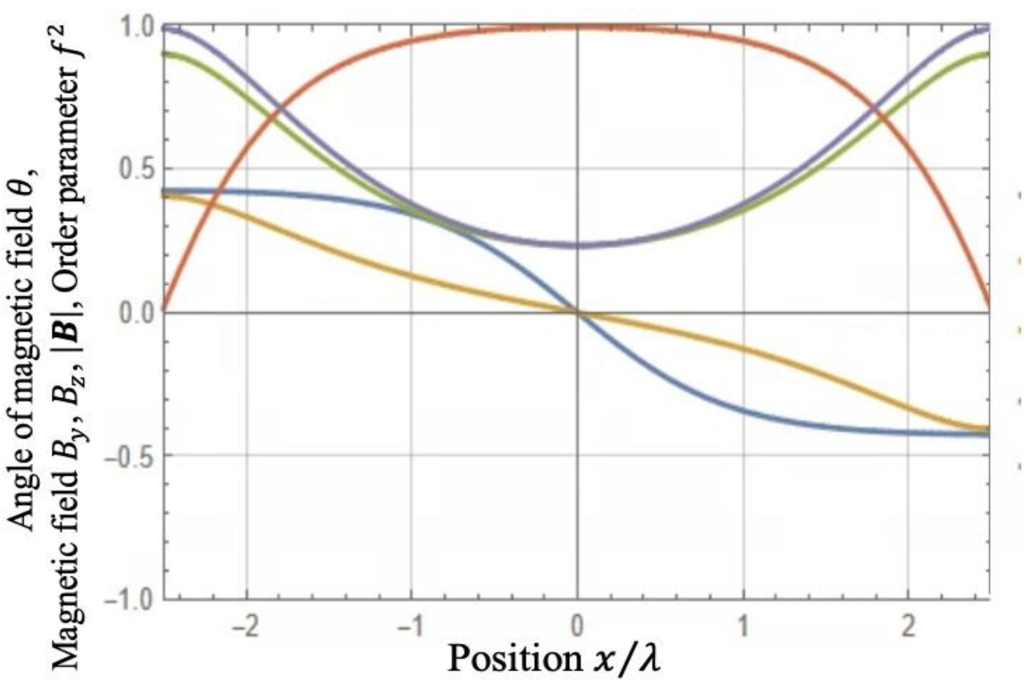
図 3.7　臨界電流に達したときの薄膜における磁場およびオーダーパラメータ分布：横磁場の場合

(a)　低磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.1$, $J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.983$)　(b)　高磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.9$, $J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.05$)

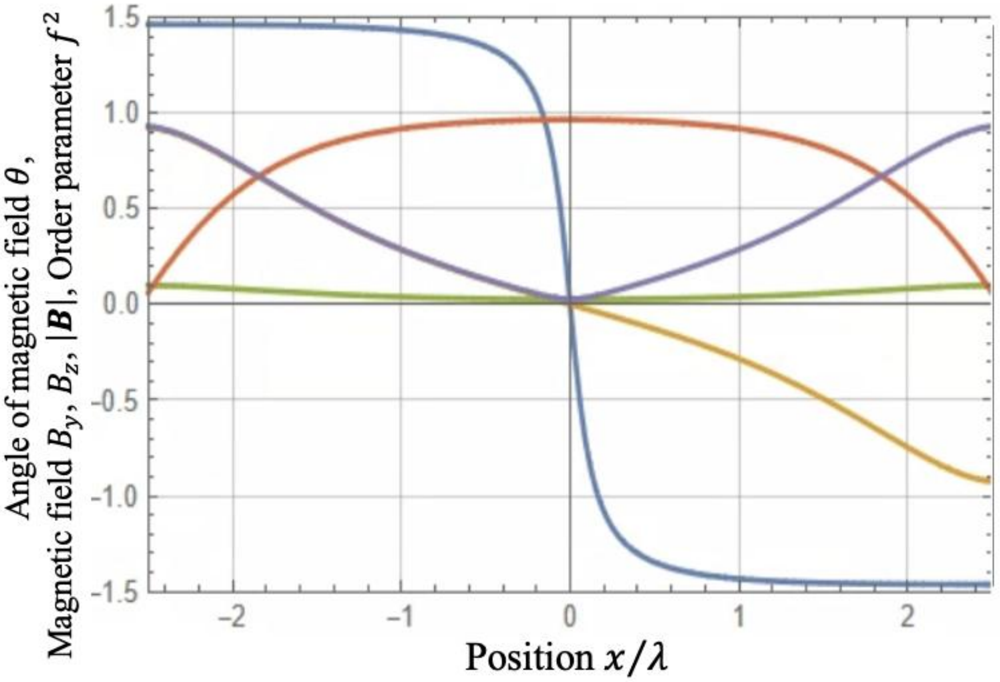
3.5　縦磁場中の磁場およびオーダーパラメータ

縦磁場を印加した場合の厚膜と薄膜の磁場およびオーダーパラメータの分布をそれぞれ図 3.8 と図 3.9 に示す。縦磁場の場合は磁場の成分が B_y と B_z の 2 成分となり、それらの成す角度 θ 、磁場の絶対値 $|\boldsymbol{B}|$ の 5 つのパラメータとなった。黄色のラインが磁場 B_y 、緑色のラインが磁場 B_z 、紫色のラインが磁場の絶対値 $|\boldsymbol{B}|$ 、青色のラインが角度 θ 、オレンジ色のラインがオーダーパラメータ f^2 である。さらに、(a)は高磁場($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.9$)、(b)は低磁場($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.1$)の結果である。図 3.8 より、横磁場の場合と同様に臨界電流に達したとき、オーダーパラメータ f^2 は 0 であり、磁場 $|\boldsymbol{B}|$ は表面で 1、すなわち B_{sh} となった。つまり臨界電流に達したとき、超伝導状態は壊れ、磁場は B_{sh} となることがわかった。磁場 B_y が正と負の両方の値を取っている。これは、通電電流が xy 平面に対して垂直な向きで流れており、磁場がxy 平面上に渦を成すことで、正と負の両方の向きになるためである。

また、薄膜の場合には低磁場を印加するとf^2 が 0 に、 $|\boldsymbol{B}|$ が B_{sh} に達しなかった。これは、薄膜であると電流が早く限界に達してしまうため、f^2 が 0 に、 $|\boldsymbol{B}|$ が B_{sh} に達する前に臨界電流となってしまうからであると考えた。



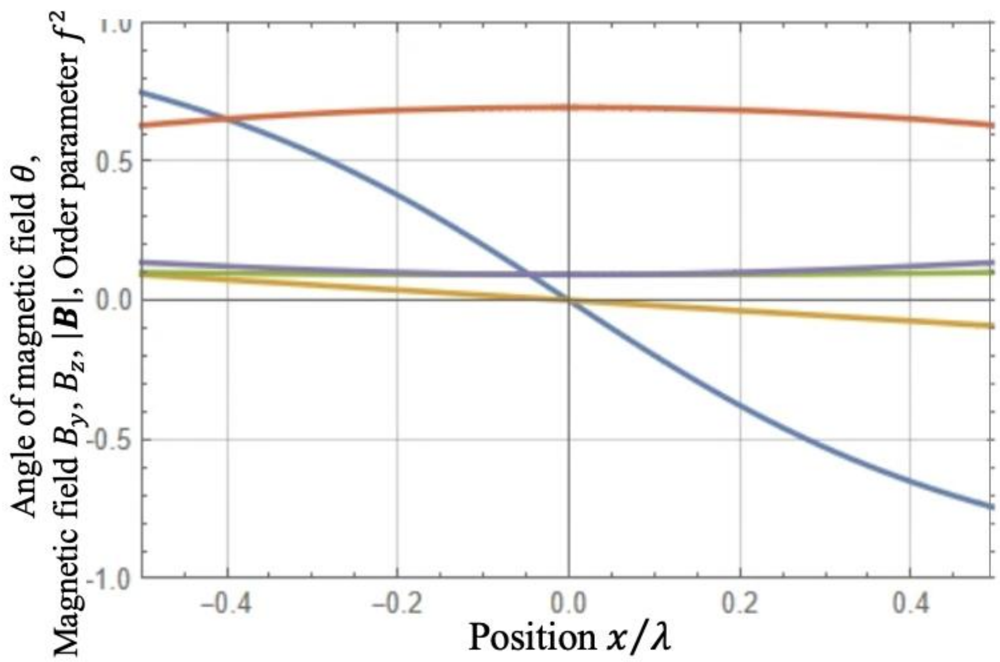
(a)



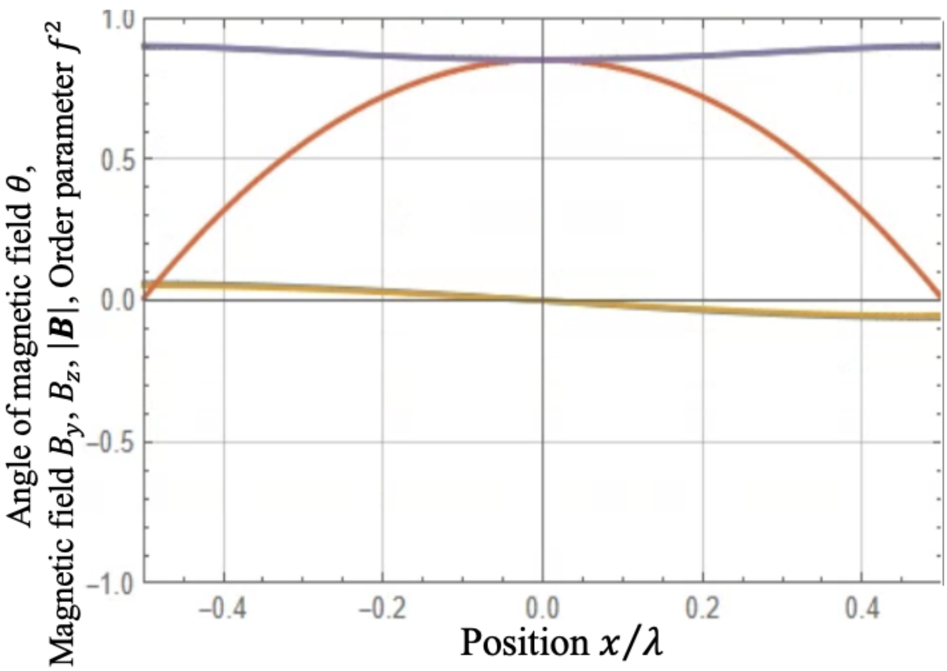
(b)

図 3.8　臨界電流に達したときの厚膜における磁場およびオーダーパラメータ分布：縦磁場の場合

(a) 低磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.1,\ J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.995$)　(b) 高磁場の場合($B_{\mathrm{a}}/B_{\mathrm{sh}} = 0.9,\ J_{\mathrm{t}}/J_{\mathrm{c0}} = 0.438$)



(a)



(b)

図 3.9　臨界電流に達したときの薄膜における磁場およびオーダーパラメータ分布：縦磁場の場合

(a)　低磁場の場合($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.1,\ J_\mathrm{t}/J_\mathrm{c0} = 0.995$)　(b)　高磁場の場合($B_\mathrm{a}/B_\mathrm{sh} = 0.9,\ J_\mathrm{t}/J_\mathrm{c0} = 0.438$)

第 4 章　結論

本研究では，どうすればJ_cをJ_dに近づけることができるかが明らかになっていないという問題を解決するために Ginsburg-Landau 方程式を数値的に解き、第二種超伝導体における臨界電流密度 J_c を解析し、その磁場依存性および膜厚依存性を明らかにすることを目的とした。その結果として、通電電流 I_t に対して垂直な向きに外部磁場 B_a を印加する横磁場の場合、薄膜では磁場が高くなるにつれて緩やかな減少を見せ、磁場依存性が弱いことがわかった。磁場依存性が弱いということは、臨界電流密度 J_c が下がりにくいということであるため、工業利用する上で都合の良いことである。厚膜では急な減少を見せ、理論式とほぼ一致した。つまり、この計算は正しく行われており、薄膜である方が、臨界電流密度 J_c が高くなることが確かであると言える。一方で通電電流 I_t に対して平行な向きに外部磁場 B_a を印加する縦磁場の場合には、横磁場の場合と同じように、薄膜では緩やかな減少を見せ、厚膜の場合に急激な減少を見せ理論式と一致した。この結果からは、膜厚は薄ければ薄いほど有利であるという結論が得られた。また、横磁場を印加した場合に比べて、縦磁場を印加した場合の方が臨界電流密度J_cは大きい値を取るという結果を得た。つまり、第二種超伝導体の実用性向上のために臨界電流密度 J_c をより高くする条件は、膜厚は薄膜で、磁場の向きは縦磁場に印加することである。

続いて、臨界電流に達したときの超伝導体薄膜における磁場およびオーダーパラメータ分布についての解析を行なった。こちらの解析も横磁場を印加した場合と縦磁場を印加した場合で行なったが、結果は同様なものとなり、臨界電流に達したとき、膜の表面ではオーダーパラメータがゼロ、磁場が過熱磁場 B_sh と一致した。しかし、膜厚を薄くし低磁場を印加した場合には、オーダーパラメータと磁場がそれぞれ 0 と過熱磁場 B_sh に一致しなかった。

本研究の結果をまとめると、超伝導薄膜の臨界電流密度J_cの値を大きくするには、膜厚を薄くし、磁場の向きを縦磁場にすると良いということがわかった。この解析結果から、超伝導現象の利点をより活かせる条件が明らかとなったため、これからの超伝導体の工業利用への後押しになると期待される。

参考文献

[1] 北澤宏一，“超伝導これからの 100 年”，応用物理，vol. 80, no. 5, 2011

[2] 和田仁，池平博夫，“MRI の磁場強化について”低温工学，vol. 42, no. 6, 2007.

[3] 金容権，桂井誠，藤田博之，“Y-Ba-Cu-O 超電導体を利用した浮上型リニアアクチュエータの基礎研究，” 東京大学工学部電気工学科論文集，vol. 7, pp. 3-1, 1990.

[4] 冨山朔太郎，“超伝導送電”，応用物理，vol. 42, no. 11, pp. 1144-1158, 1974.

[5] 大塚泰一郎，“超伝導入門　第 1 章：歴史的発展”，低温工学，vol. 34, no.4, 1999.

[6] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer, “Theory of superconductivity,” Phys. Rev., vol. 108, no. 5, pp. 1175-1204, Dec. 1957.

[7] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, “On the theory of superconductivity,” Zh. Eksp. Teor. Fiz., vol. 20, pp. 1064–1082, 1950.

[8] P. G. de Gennes, Solid State Commun., vol. 3, pp. 127–130, 1965.

[9] 松下照男，“超伝導現象と電磁気学Ⅲ”，低温工学，vol. 46, no.10, pp. 558-565, 2011.

[10] K. Fossheim and A. Sudbø, “Superconductivity: Physics and Applications” Hoboken, NJ: Wiley, 2004.

謝辞

本研究を進めるにあたり、多くの方々からご指導・ご支援をいただきました。この場を借りて、心より感謝申し上げます。

まず、研究の指導を賜りました九州工業大学の小田部荘司教授に、深く感謝申し上げます。日々の熱心なご指導に加え、研究発表の練習においても、効果的な資料作成のコツや質問の対策についての的確なアドバイスをたくさんいただきました。また、励ましの言葉などもいただいたおかげで、気分を落とさずに続けることができました。

次に、本研究を共に進めた研究室の皆様、特に毛利先輩には解析に関する多くの貴重な助言をいただきました。日々の研究活動において、成長できたことを嬉しく思います。また、研究室の他の先輩方や同期の方々にも様々な助言をいただき、支えていただきました。この場を借りて深く御礼申し上げます。

最後に、研究に打ち込める環境を支えてくれた家族や友人に感謝申し上げます。研究が思うように進まないときも励ましてくれた家族や友人の支えがあったからこそ、本研究を無事に終えることができました。

ここに、関わってくださったすべての方々に改めて感謝を申し上げ、本研究の謝辞とさせていただきます。