目 次

第1章	序論	4			
1.1	超伝導体	4			
	1.1.1 超伝導体の歴史	4			
	1.1.2 第1種・第2種超伝導体	6			
	1.1.3 磁束ピンニング	7			
	1.1.4 超伝導体の <i>n</i> 値	7			
	1.1.5 超伝導バルク	8			
	1.1.6 超伝導線材	8			
	1.1.7 着磁	9			
1.2	加工技術	10			
	1.2.1 中空加工技術	10			
	1.2.2 磁気浮上工具 (SUperconductive Assisted Machine)	10			
1.3	有限要素法 (FEM)	11			
1.4	JMAG	12			
1.5	A - ϕ 法	12			
1.6	ハルバッハ配列	14			
1.7	本研究の目的	15			
第2章	FEM による解析	17			
2.1	解析方法	17			
	2.1.1 モデル作成	17			
	2.1.2 メッシュ作成	19			
2.2	磁気浮上工具の反発力計算	19			
第3章	結果および考察	20			
3.1	解析結果	20			
	3.1.1 2つのモデルでの反発力比較	20			
	3.1.2 ハルバッハモデルでの層数ごとの反発力比較	22			
	3.1.3 ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力比較	24			
第 4章	結論	26			
参考文南	关 老 文 献				
	*				
研究実績	研究実績				
付録A	1 層目の磁束密度分布に基づく色別 pixel 数	29			
謝辞		31			

図目次

1.1	超伝導状態と常伝導状態の関係	5
1.2	マイスナー効果	5
1.3	混合状態の様子	6
1.4	(a) 第1種超伝導体 (b) 第2種超伝導体	6
1.5	磁束ピンニング現象	7
1.6	nモデルの E - J 特性	8
1.7	レアアース系高温超電導線材	9
1.8	3つの着磁法における外部磁場 $H_{\rm e}$ と温度 T の関係 (a)FCM (b)ZFCM (c)PFM	10
1.9	SUAM(SUperconductive Assisted Machine)の概要図	11
1.10	FEM の概要図 (a) 粗いメッシュ (b) 細かいメッシュ	12
1.11	ハルバッハ配列の磁束分布図	15
 2.1 2.2 2.3 2.4 2.5 	 (a) リングモデルの永久磁石 (b) ハルバッハモデルの永久磁石 超伝導線材の積層の様子 超伝導線材の積層位置変更前後 GdBa₂Cu₃O_{7-δ}線材の J_c-B 特性 磁気浮上工具の反発力計算の概要 	18 18 18 18 19
3.1	10 層における 2 つのモデルの反発力比較	20
3.2	10層における1層目の2つのモデルの磁束密度分布	21
3.3	10 層における 2 つのモデルの超伝導線材部分の平均磁束密度	22
3.4	ハルバッハモデルでの層数ごとの反発力比較...........	23
3.5	10 層積層した際の永久磁石と1 層目、10 層目の間隔の差	23
3.6	ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力比較	24
3.7	移動した線材からの反発力比較	25
A.1	ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力比較	29



A.1	1層目の磁束密度分布に基づく	く色別 pixel 数...................	30
-----	----------------	--------------------------------	----

第1章 序論

1.1 超伝導体

1.1.1 超伝導体の歴史

1908年、オランダの物理学者ヘイケ・カマーリン・オンネス(Heike Kamerlingh Onnes) は、液化が最も難しいとされていたヘリウムの液化に初めて成功した。これにより、物理 学者たちは極低温環境での実験を行えるようになり、材料の電気的特性を詳細に調査する 道が開かれた。当時、低温での導体の抵抗がどう振る舞うかについては議論があり、「抵抗 がゼロになる」「極低温で電子が凍りつき抵抗が無限に増大する」などの仮説が存在した。

1911年、オンネスは液体ヘリウムを用いて水銀の電気抵抗を測定し、4.2K(-268.8 °C)で電気抵抗が突然ゼロになる現象を発見した [1]。このように、非常に低い温度に冷やすことで電気抵抗が急激にゼロになる現象は「超伝導」、超伝導状態になる温度は「臨界温度」と名付けられ、この現象が起きる特定の金属や化合物などの物体は「超伝導体」と呼ばれるようになった。一方で、電気抵抗を持つ通常の状態は「常伝導状態」と呼ばれる。超伝導体は、図 1.1 のように、ある温度や磁場に範囲内で超伝導状態となり、超伝導状態である最大の温度を臨界温度 T_c 、最大の磁場を臨界磁場 H_c と呼ぶ。また、超伝導体は流すことのできる電流にも限りがあり、流すことのできる最大の電流密度 J_c を超えると、電気抵抗が発生する。よって超伝導体は T_c 、 H_c 、 J_c の範囲内では超伝導状態となり、その外では常伝導状態となる。超伝導体は、非常に低温の環境でしかその特性を示さず、さらにわずかな磁場でその状態が破壊されるため、当時は工学的な応用は困難とされた。

1933年、ドイツのフリッツ・ヴァルター・マイスナー(F. W. Meissner)とロバート・ オクセンフェルト(R. Ochsenfeld)は、超伝導体の内部に磁束が侵入しない「完全反磁 性」を発見した。これは「マイスナー効果」と呼ばれ、超伝導体の重要な特性の一つと されている。具体的には、図1.2に示すように、超伝導体が常伝導状態であるときの外部 磁場 *H*_eの有無に関係なく、常伝導状態から超伝導状態に変化したとき、超伝導体内に磁 束が侵入できず、磁束密度 *B* がゼロになるという効果である。これにより、超伝導体は 単に抵抗がゼロになるだけでなく、外部磁場を排除する独特な性質を持つことが明らかに なった。

1957年、アメリカのジョン・バーディーン(J. Bardeen)、レオン・クーパー(L. Cooper)、 ジョン・シュリーファー(J. Schrieffer)の3人は、超伝導現象が電子対(クーパー対)の 形成によるものである、という理論を提案し [2]、この理論は「BCS 理論」と呼ばれる。 BCS 理論は量子力学に基づいており、超伝導状態の臨界温度 T_c が理論的には 30 – 40K 程 度までしか到達しないと予測した [3]。

1962年、イギリスの物理学者ブライアン・ジョセフソン(B. D. Josephson)は、薄い 絶縁膜で隔てられた2つの超伝導体間で、超伝導トンネル電流が流れる現象を発見した。 これを「ジョセフソン効果」と呼び、量子力学的な性質を持つ超伝導体の応用に大きく寄 与した。この効果は後に超伝導量子干渉計(SQUID)などの開発に応用され、超高感度 な磁気センサーが実現した。

1986年、ドイツのヨハネス・ゲオルグ・ベドノーツ(J. G. Bednorz)とスイスのカー ル・アレクサンダー・ミュラー(K. A. Müller)は、銅酸化物を含む La-Ba-Cu-O 系超伝導 体が 35 K(-243 °C)で超伝導を示すことを発見した。この発見は従来の金属系超伝導体 とは全く異なる性質を持ち、高温超伝導体という新しい研究分野を切り開らき、1987年 には液体窒素の沸点(77.3 K)を超える 92K の臨界温度を持つ YBa₂Cu₃O_{7- δ}(Y 系超伝 導体)が発見され、その後、1994年には HgBa₂Ca₂Cu₃O_{8+ δ}(Hg 系超伝導体)が 164 K を記録 [4] し、2015年には硫化水素(H₂S)が高圧下で 203 Kを達成した [5]。2020年には 炭素室硫黄水素化物(H₃S)が 267GPa という超高圧下で 287.7 K(約 14 °C)の超伝導を 示した [6]。



図 1.1: 超伝導状態と常伝導状態の関係



図 1.2: マイスナー効果

1.1.2 第1種·第2種超伝導体

1.1.1 項では、超伝導体には電気抵抗がゼロで完全反磁性であるという特徴をもつこと を記述した。しかし、超伝導体は外部磁場 H_eを大きくしていくと、ある時点で超伝導状 態ではなくなり、マイスナー状態 (完全反磁性) でなくなるため、磁束が内部に入り込む ことで常伝導状態となり、その時の磁場を臨界磁場 H_cという。また、超伝導状態から常 伝導状態へと遷移する過程によって、第1種超伝導体と第2種超伝導体に分けることがで きる。

第1種超伝導体では、 H_e が H_c を超えると、完全反磁性ではなくなるため常伝導状態 に遷移する。しかし第2種超伝導体では下部臨界磁場 H_{c1} と上部臨界磁場 H_{c2} が存在し、 H_c が H_{c1} より低いときの状態を超伝導状態、 H_c が H_{c2} より高い時の状態を常伝導状態と 呼び、 H_c が H_{c1} と H_{c2} の間であるときの状態を「混合状態」と呼ぶ。

混合状態では、図 1.3 に示すように一部の超伝導状態が破壊されて磁束が内部に入り込 むが、全体としては破壊されずに超伝導状態と常伝導状態が混ざり合った状態となって いる。



図 1.4: (a) 第1種超伝導体 (b) 第2種超伝導体

1.1.3 磁束ピンニング

第2種超伝導体が超伝導状態のときに、下部臨界磁場 H_{c1} を超える外部磁場 H_c をかけることで局所的に超伝導状態が壊れて常伝導状態へと遷移し、そこに磁束が侵入する。このとき超伝導体に電流を流すと、超伝導体に侵入した磁束線にローレンツ力 F_L が働く。 F_L は超伝導体に流れる電流密度 J と磁束密度 B を用いて $F_L = J \times B$ と表すことができる (図 1.5)。また、この F_L によって磁束が速度 v で移動すると、電磁誘導によって電圧 E が発生する。なお E とv の関係式は $E = B \times v$ と表すことができる。電圧が発生するということは電位差が生まれているということであり、つまり抵抗が存在していることを示している。この抵抗の発生を防ぐために、 F_L に対抗して磁束の運動を妨げる必要がある。この磁束の運動を妨げる力をピンニング力 F_p と呼び、磁束の動きを止める作用のことを磁束ピンニングと呼ぶ。 F_p は J_c を超えない範囲において F_L と等しく、

$$F_{\rm p} = F_L = J_{\rm c}B \tag{1.1.1}$$

となる。よって F_p の向上が J_c の向上になる。

また、磁束ピンニングと前述のマイスナー効果を用いることで、磁気浮上を行うことが できる。具体的には、マイスナー効果によって磁石と超伝導体を反発させることで磁石を 浮上させ、磁束ピンニングによって永久磁石からの磁束を超伝導体内に固定することで永 久磁石を空中に固定する。



図 1.5: 磁束ピンニング現象

1.1.4 超伝導体のn値

第2種超伝導体の電界-電流密度 (*E-J*) 特性には図 1.6 に示すように、抵抗がある状態と ない状態の境界がなく、ゼロでない値の電流密度から、急速に電界-電流密度特性が立ち 上がるような、強い非線形性を示している。このような第二種超伝導体内の電界-電流密 度特性は、以下のようにあらわすことができる。

$$E \propto J^n \tag{1.1.2}$$

このような指数*n*は、超伝導体の*n*値と呼ばれ、*n*=1のとき、常伝導状態とオームの法則を示すような線形的な立ち上がりとなる。*n*値が大きい場合、わずかに電流値を減少させると発生電圧を大幅に抑えることができ、逆に*n*値が小さい場合、臨界電流を多少上回る場合でも電圧の発生は緩やかになる。



図 1.6: *n* モデルの *E-J* 特性、H. Ueda, A. Ishiyama, 「低温工学」 J. Cryo. Super. Soc. Jpn, 『応用電磁気学: 超電導機器応用のための電磁界数値解析 III –超電導特性と電磁界解析–』 48 巻 9 号 473 項より引用

1.1.5 超伝導バルク

超伝導バルクとは、溶融凝固法によって作成された超伝導体の塊であり、磁場中で冷却 して磁束を捕捉し、その後磁場を取り除くことで強力な磁石としての役割を果たすことが できる。この特性を利用し、疑似永久磁石としての応用が可能である。

現在、最も強力な永久磁石は Nd-Fe-B 磁石であり、最大発生磁場は約 1.5 T とされている。一方で、超伝導バルクはこれを超える磁場を発生させることができる。例えば、2003年には YBCO(イットリウム系超伝導体)バルクが 29 K の環境下で 17 T の磁場を捕捉した例が報告されている [7]。

超伝導バルクの特徴の一つに、磁束ピンニング現象を利用した磁気浮上がある。この現 象を利用すると、超伝導バルクと永久磁石などの磁性体を一定の距離に固定できるため、 非接触ベアリング、フライホイール蓄電システム、ミキサー/スターラー、スピンコーター などの機器開発に応用されている [9]。また、磁場中で高電流密度を維持できるため、小 型でありながら強力な磁場を発生させることが可能であり [10]、超伝導コイルの代替技術 としても期待されている。

超伝導バルクには主に RE 系(希土類系)、Bi 系(ビスマス系)、MgB₂(マグネシウム ジボライド)系の3種類が研究されており、それぞれ異なる特性を持つ。RE 系バルクは 強磁場特性に優れ、モーター、超伝導マグネット、磁気分離装置、磁気軸受などに応用さ れている。Bi 系バルクは磁場中での特性低下が課題であるが、電流リードや限流器とし ての応用が進められている。MgB₂ バルクは結晶粒界が少なく磁場均質性に優れるため、 新たな応用が期待されている。

1.1.6 超伝導線材

図 1.7 に示すように、超伝導線材は保護層、超電導層、中間層、金属基盤、安全化層で 構成されており、超伝導バルクよりも加工がしやすく、それによる性能の劣化が少ない。 また、臨界電流密度 J_c が高いことも特徴である。 超伝導線材には、低温超伝導と高温超伝導の2種類が存在し、低温超伝導線材としては NbTi(ニオブチタン)やNb₃Sn(ニオブスズ)が代表的であり、MRI(磁気共鳴画像装置)や 量子加速器などに用いられている。高温超伝導線材にはビスマス系 (BSCCO) とイットリ ウム系 (TBCO) があり、これらは液体窒素で超伝導状態を維持できるため、超電導ケー ブルや超伝導磁石などの実用化が進められている。



図 1.7: レアアース系高温超電導線材構造模式図、株式会社フジクラ: https://www.fujikura. co.jp/products/newbusiness/superconductors/01/2052502_12679.html より引用

1.1.7 着磁

着磁とは、超伝導体に外部磁場 H_eを印加し、超伝導体内にピンニング効果によって磁束を ピン止めさせる技術および状態のことを指す。主な着磁方法として、磁場中冷却法 (Field Cooled Magnetization: FCM)、ゼロ磁場中冷却法 (Zero Field Cooled Magnetization: ZFCM)、パルス着磁法 (Pulsed-Field Magnetization: PFM)の3つがある。

磁場中冷却法は、臨界温度*T_c*以上で外部磁場を印加し、その状態で臨界温度以下まで 冷却して超伝導状態に遷移させた後、外部磁場を除去する方法である。これはゼロ磁場中 冷却法やパルス着磁法よりも多くの磁場を捉えることができ、材料の磁気特性を調べる際 によく使用されるが、磁気繊維の遅い材料の場合は時間がかかり、材料の不純物や欠陥の 影響を受ける可能性がある。

ゼロ磁場中冷却法は、磁場がゼロの状態で超伝導状態に遷移させた後、外部磁場を印加 する方法である。こちらも材料の磁気特性を調べるのに適しているが、磁場中冷却法と比 べてより強い磁場を印加する必要がある。またノイズや熱ドリフトの影響を受けやすいな どの特徴がある。

パルス着磁法は、超伝導状態でパルス状の磁場を印加する方法である。高温超電導体の 極端な条件での磁気特性を調べるのに適しているが、磁束線の運動による急激な熱上昇で 超伝導体が破損したり、とらえている磁場が減ってしまったりする問題があり、専門の器 具や技術が必要とされ測定が難しいとされている。

実験では、多くの磁場を捉えることができるという理由から一般的には磁場中冷却法が 用いられることが多い。



図 1.8: 3 つの着磁法における外部磁場 H_e と温度 T の関係 (a)FCM (b)ZFCM (c)PFM

1.2 加工技術

1.2.1 中空加工技術

中空加工技術とは、U字型パイプのように内部に空洞が残るように加工する技術のこと であり、製造方法としては 3D プリンターを使用するものや、砂型鋳造など様々な中空加 工技術が存在している。3D プリンターは、3D-CAD や 3D CG のデータをもとに、その断 面の形状を積層することで立体的に加工する方法であり、熱で溶かした樹脂を細長く押し 出して積み上げる FDM 方式や、紫外線で硬化する液体樹脂が入った容器に下から紫外線 を当て、一層ずつ積層する DLP という方式など、様々な積層方法がある [10]。砂型鋳造 は、木枠に砂と粘結材を混ぜたものを詰め、鋳造したい形の型を上下別々に取り、2つの 木枠を組み合わせて空洞部分に溶かした金属を流し込む。この際に中空部分を成型するた めのコアも入れておき、金属が固まったら砂を壊して取り出す [11]。3D プリンター、砂 型鋳造はどちらも成形後に中空部分の再加工を施すことは困難であり、これは他のあらゆ る中空加工技術に関しても言えることである。

一方、成形後の中空加工として旋盤加工や磁気バレル研磨機などが存在し、簡単に中空 部分の研磨加工が可能である。しかし、どちらも中空部分の形状が複雑な場合には不向き であると考えられる。

1.2.2 磁気浮上工具 (SUperconductive Assisted Machine)

1.2.1 項で記述したように、中空加工技術には成形後の中空部分の再加工が困難であり、 いくつかの再加工法はあるものの形状が複雑なものには不向きである。つまり現状とし て、加工が簡単であり、複雑な形状に対応できる技術が求められてる。そこで、超伝導体 の磁束ピンニングを利用して永久磁石を浮上させることで加工対象の研磨を行う、磁気浮 上工具(Superconductive Assisted Machine: SUAM)が提案されている。

図 1.10 に示すように、SUAM は主に超伝導体と永久磁石から構成されている。研磨加 工の流れとしては、最初に、やすりなどを取り付けた永久磁石を超伝導体の上で任意の 高さに固定し、超伝導体が入ってる容器に液体窒素を流し入れて冷却する。なおこれは 1.1.7 項で記述した磁場中冷却法に該当する。これによって永久磁石からの磁束線を超伝 導体が捉え、磁束ピンニングを利用して永久磁石を空中に固定することができる。次に、 浮上している永久磁石を加工対象の中に侵入させ、超伝導体を回転することで永久磁石を 追従回転させる。そして、超伝導体を研磨したい方向へ動かし、回転している永久磁石を 研磨領域に押し当てることで研磨することができる。



図 1.9: SUAM(SUperconductive Assisted Machine)の概要図

1.3 有限要素法(FEM)

有限要素法 (Finite Element Method: FEM) とは、解析的に解くことが困難である微分 方程式の近似解を数値的に算出する手法の1つである。

円柱などの簡単な形状では解析的に解くことは簡単であるが、複雑な形状になると同じ ように解くことは困難である。そこで、図1.10に示すように、ある領域を小さな要素に分 割して解析対象物は単純な要素の集まりであると捉え、各要素で境界条件を満たすように 方程式を立て、その方程式の全てを解析対象物全体の連立一次方程式として組み立てて計 算を行うことで、対象物の全体の挙動を予測することができる。また、解析対象物を分割 した際に生成した要素のことをメッシュといい、計算を行う際に図1.10(a)のように粗い メッシュを生成すると、要素数が少ないため計算時間は短くなるが、メッシュが生成され ていない白い部分が多くなるため実際の挙動との誤差は大きくなる。一方で図1.10(b)の ように細かいメッシュを生成すると、要素数が多いため計算時間は長くなるが、メッシュ が生成されていない白い部分が少なくなるため実際の挙動との誤差は小さくなる。



図 1.10: FEM の概要図 (a) 粗いメッシュ (b) 細かいメッシュ

1.4 JMAG

JMAGは、JSOLが開発した電気機器設計・開発のためのシミュレーションソフトであり[12]、有限要素法を用いることで機械内部の複雑な物理現象を正確にとらえ、高速な解析を可能としてる。また、JMAGは「高い分析力」「高速計算」「高い生産性」「オープンインターフェイス」の4つのコンセプトから成り立っている。

導入事例としてはスズキ株式会社、株式会社本田技術研究所、マツダ株式会社などの自動車企業や、上海大学、スウェーデン王立工科大学などの大学・研究機関が挙げられる。 これらの企業や教育機関は、JMAGを活用してモーターや発電機の設計最適化、電磁場 解析、熱・構造解析を行い、製品の性能向上や研究開発を進めている [13]。

1.5 $A-\phi$ 法

渦電流問題を高速に解く方法として、磁気ポテンシャル A と電気スカラポテンシャル ϕ を未知数として解くベクトルポテンシャル法 (A- ϕ 法) というものがある。

磁束密度 B は、磁気ポテンシャル A を用いると、

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} \tag{1.5.1}$$

と表すことができ、これを Maxwell 方程式

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{B}} = 0 \tag{1.5.2}$$

に代入すると、

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{B}} = -\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} \tag{1.5.3}$$

すなわち、

$$\boldsymbol{\nabla} \times (\boldsymbol{E} + \dot{\boldsymbol{A}}) = 0 \tag{1.5.4}$$

と表すことができる。ここで E は電場の強度、 \dot{B} は $\partial B/\partial t$ 、 \dot{A} は $\partial A/\partial t$ である。

任意のスカラ関数 ϕ について、 $\nabla \times \nabla \phi = 0$ であるため、E は

$$\boldsymbol{E} = -\dot{\boldsymbol{A}} - \nabla \boldsymbol{\phi} \tag{1.5.5}$$

と表すことができる。

透磁率 μ 、電気伝導率 σ の導体中の磁場強度を H、電流密度を J とすると、 $\nabla \times H$ に 関する Maxwell 方程式は、 \dot{D} を $\partial D/\partial t$ とすると

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \dot{\boldsymbol{D}} + \boldsymbol{J} = 0 \tag{1.5.6}$$

であるが、周波数が極めて低い場合を考えるので電束密度 **D** の時間微分は無視できると 考えると

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J} \tag{1.5.7}$$

となる。式 (1.5.7) に、式 (1.5.1) および関係式

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = 0 \tag{1.5.8}$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu} \boldsymbol{B} \tag{1.5.9}$$

$$\boldsymbol{J} = \sigma \boldsymbol{E} \tag{1.5.10}$$

を代入すると、

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \nabla \times \boldsymbol{A}\right) \tag{1.5.11}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{J} = \nabla \cdot \sigma \boldsymbol{E} = -\sigma \nabla \cdot (\nabla \phi + \dot{\boldsymbol{A}}) = 0 \qquad (1.5.12)$$

となる。なので、任意のベクトル A において

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} = \nabla (\nabla \cdot \boldsymbol{A}) - \nabla^2 \boldsymbol{A}$$
(1.5.13)

が成立する。これにクーロンゲージ条件

$$\nabla \cdot \boldsymbol{A} = 0 \tag{1.5.14}$$

を代入すると、

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} = -\nabla^2 \boldsymbol{A} \tag{1.5.15}$$

となる。式 (1.5.10)、式 (1.5.11) に代入すると、

$$\frac{1}{\mu}\nabla^2 \boldsymbol{A} = \sigma(\dot{\boldsymbol{A}} + \nabla\phi) \tag{1.5.16}$$

となる。ここで $\phi = \dot{\Phi}$ と定義して、式 (1.5.11)、式 (1.5.14) に代入すると、それぞれ

$$\frac{1}{\mu}\nabla^2 \boldsymbol{A} = \sigma(\dot{\boldsymbol{A}} + \nabla \dot{\boldsymbol{\Phi}}) \tag{1.5.17}$$

$$\nabla \cdot \sigma(\dot{\boldsymbol{A}} + \nabla \dot{\boldsymbol{\Phi}}) = 0 \tag{1.5.18}$$

となり、これらが導体中の支配方程式である。

次に、空気領域では、 J_{ex} を外部電流密度、 μ_0 は空気中の透磁率とすると、Maxwell方 程式より

$$\nabla \times \boldsymbol{H} = \boldsymbol{J}_{ex} \tag{1.5.19}$$

$$\boldsymbol{H} = \frac{1}{\mu_0} \boldsymbol{B} = \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{A}$$
(1.5.20)

と表すことができ、式 (1.5.20) と Maxwell 方程式から

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \boldsymbol{A} = \boldsymbol{J}_{ex} \tag{1.5.21}$$

となる。よって空気中の支配方程式は、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \boldsymbol{A} = -\boldsymbol{J}_{ex} \tag{1.5.22}$$

となる。

支配方程式を空間で離散化するとき、誤差が生じる。例えば導体中の支配方程式では、

$$\frac{1}{\mu_0} \nabla^2 \boldsymbol{A} - \sigma(\dot{\boldsymbol{A}} + \nabla \dot{\boldsymbol{\Phi}}) = \delta x \qquad (1.5.23)$$

となり、 δx が誤差を表している。

$$\int_{V} \delta w \cdot \left\{ \frac{1}{\mu_{0}} \nabla^{2} \boldsymbol{A} - \sigma (\dot{\boldsymbol{A}} + \nabla \dot{\boldsymbol{\Phi}}) \right\} dV = \int_{V} \delta w \cdot \delta x dV = 0$$
(1.5.24)

有限要素法では、式 (1.5.24) のように左辺の微分方程式と右辺の誤差に重み δw をかけて 体積積分したものをゼロと考えることにより、誤差 δx を考慮せずに解析できるようにし ている。

 $A-\phi$ 法の有限要素法では、重み δw をAの各成分の微小変化

$$\delta w = (\delta A_x, \delta A_y, \delta A_z) \tag{1.5.25}$$

とする。

また、他の支配方程式についても同様の操作をおこなう。

1.6 ハルバッハ配列

ここでは、本研究において最も重要なハルバッハ配列について説明する。ハルバッハ配 列 (Halbach Array) は、永久磁石の配列方法の1種であり、特定の方向に磁場を集中させ て反対側にはほとんど磁場を発生させないという特徴を持つ。

この配列は、Klaus Halbach によって発見され、電子加速器の磁場制御ののために研究 された [14]。この配列では、図 1.11 のように中心を対称に永久磁石の磁化方向を 90° ずつ 変化させることでその特徴を発揮させることができる。



図 1.11: ハルバッハ配列の磁束分布図

1.7 本研究の目的

工業製品の進化に伴い、それらを構成する部品の形状はますます複雑化しており、従来 の加工技術では対応が困難なケースが増加している。特に、中空加工技術においては、成 形前の加工と成形後の加工の2種類があるが、成形後に内部構造を加工する場合、複雑な 形状の対象物に対して従来の工具では十分な加工が困難な場合がある。さらに、SDGsの 目標にも掲げられている地球温暖化やエネルギー問題への対策として、加工技術におけ る軽量化や加工時間短縮、消費電力の抑制が求められている。このような課題に対処する ため、新たな加工技術として1.2.2 項で記述した磁気浮上工具 SUAM (SUperconducting Assisted Machine)が提案されている。

SUAM は超伝導体の磁束ピンニングを利用し、永久磁石を浮上させ、対象物に対して 研磨加工を可能にする技術である。ピン止め効果を利用することで、超伝導体を回転させ ると、それに追従する形で永久磁石が回転し、対象物の内部研磨を実現する。この技術を 用いることで、加工対象物と加工工具との干渉の問題を回避し、より精密な中空加工が可 能となる。

実験では、超伝導バルクを用いた SUAM により、6 mm の浮上距離で約 20N の反発力 を得ることに成功しており、研磨加工を行うことができている。しかし、超伝導バルクは 加工の自由度が低く、形状も大きいため軽量化には不向きであるとされている。一方、超 伝導バルクに比べ、超伝導線材は J_c-B 特性が高く、加工の自由度が高いという特長を持 つ。近年では超伝導線材の製造技術の進歩によって高性能な線材が開発されており、130 層の超伝導線材を積層し磁化することで、4.2 K において 7.9 T の強磁場を得ることが可 能となっている。この超伝導線材を SUAM に適用することで、従来の超伝導バルクを用 いた場合と同等またはそれ以上の浮上力を得られるのではないかと考えられていた。しか し、超伝導線材を 10 層に積層したシミュレーションにて、同じく6 mm の浮上距離での 反発力は約 3.6 N しか得ることができなかった。

以上のことより、現状の SUAM では超伝導バルクを用いると軽量化できないという問題と、軽量化のために超伝導線材を用いると十分な反発力を得ることができないという問題がある。よって、軽量でありつつ、より強い反発力を得るためには永久磁石にハルバッ 小配列を採用し、超伝導線材側に磁束を集中させる必要であると考えた。そこで本研究では、5つの棒状の永久磁石をハルバッハ配列に並べて超伝導線材を用いたハルバッハモデルと、従来のリング状の片側4極永久磁石と超伝導線材を用いたリングモデルの2種類に 対して FEM を用いてシミュレーションを行い、超伝導線材の層数や積層方法を変更する ことで、より強い反発力を得る最適な条件を模索し、超伝導線材とハルバッハ配列の永久 磁石を用いた SUAM の反発力の向上を目的とする。より強い反発力を得ることが可能に なることで、SUAM による研磨性能の向上へと繋がるだろう。

第2章 FEMによる解析

2.1 解析方法

本解析では、JMAG-Designer 23.1を用いて電気特性のシミュレーションを行った。

2.1.1 モデル作成

現在、九州工業大学大学院情報工学研究院知的システム工学研究系鈴木恵友研究室に て、磁気浮上工具 (SUAM)の実験が行われている。先行研究では、鈴木恵友研究室の装 置・実験環境を基にモデルを作成したため、本研究ではその際に作成されたモデルに対し 変更点を加え、解析を行った。超伝導線材については株式会社フジクラにて開発が行われ ている Y 系超伝導線材 (GdBa₂Cu₃O_{7-δ})を基にした。

本研究では、永久磁石の部分に対しては2種類、超伝導線材の部分に対しては5種類作 成し、反発力の解析を行った。

まず永久磁石について、図2.1に示すように、リングモデルでは内径20 mm、外径59 mm、 厚さ10 mm でモデル作成を行い、ハルバッハモデルでは長さ70 mm、幅8 mm、厚さ8 mm のものを5つ使用し、ハルバッハ配列を用いて超伝導線材方向に磁力が強くなるようにモ デル作成を行った。ハルバッハモデルでの永久磁石の寸法は、比較対象であるリングモデ ルの永久磁石の体積と等しい、もしくはそれ未満であり、実際に販売されている寸法を用 いた[15]。また、どちらも表面での磁束密度が450 Tのネオジム磁石を用いた。

次に超伝導線材の部分について、6 種類の共通箇所としては超伝導線材1本のサイズと 積層方法であり、超伝導線材は長さ72 mm、幅12 mm、厚さ2 µm に設定した。これは実 際に鈴木恵友研究室で使用している長尺線材の幅のサイズを基に作成を行った。また、積 層する際は超伝導線材の下に100 µm 間隔で上の層と同様な層を作成した。間隔を100 µm にした理由としては、1.1.6 項で述べたように、超伝導線材は保護層、超伝導層、中間層、 金属基盤、安全化層の5 種類の層で構成されており、その中での超伝導層の厚さは2 µm であるため、これらの層と積層する際に生じる隙間を考慮して100 µm 間隔で積層するこ ととした。6 種類の内、5 種類に関しては、超伝導線材層1層に対して超伝導線材を6枚 使用し、1層、2層、3層、5層、10層の積層モデルを作成し、1 種類に関しては超伝導線 材層1層に対して超伝導線材を4枚使用し、3層の積層モデルを作成した。これは図2.3 に示すように、超伝導線材の本数がともに12本である、1層あたり6枚の2層積層モデル と1層あたり4枚の3層積層モデルとの反発力の比較を行うためである。

また、モデル作成において、計算を簡易化するために SUAM には最低限必要である永 久磁石、超伝導線材、周りの空気の3要素のみで構成されており、 $GdBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ 線材の 特性は図 2.4 の J_c -B 特性の実験値を使用した。



図 2.1: (a) リングモデルの永久磁石 (b) ハルバッハモデルの永久磁石



図 2.2: 超伝導線材の積層の様子 左から1層、3層、5層、10層



図 2.3: 超伝導線材の積層位置変更前後



図 2.4: GdBa₂Cu₃O_{7-δ}線材の J_c-B 特性

2.1.2 メッシュ作成

JMAG-Designer では、1.3 項で記述した有限要素法 (FEM) を用いて解析を行うため、 メッシュが細かいほど、より正確な解析を行うことができる。本研究では超伝導線材によ る永久磁石の磁気浮上力の解析を行うことを目的としているため、永久磁石のメッシュの 大きさは 3 mm、超伝導線材のメッシュの大きさは 1 mm とした。

2.2 磁気浮上工具の反発力計算

1.1.3 項で述べたように、永久磁石に超伝導線材を着磁して永久磁石を超伝導線材に近づけると、磁束ピンニングによって永久磁石の運動に配して反対方向にピン力が働き、永久磁石の位置を着磁した位置に戻そうとする。この力によって永久磁石が浮上する。本研究では、この浮上力を反発力として解析した。反発力の計算の概要を図に示す。超伝導線材の上部 10 mm の位置に永久磁石を配置し、着磁する。その後、永久磁石を超伝導線材に対して垂直に近づけ、永久磁石と超伝導線材の距離が 1 mm になるまで反発力を計算した。



図 2.5: 磁気浮上工具の反発力計算の概要

第3章 結果および考察

3.1 解析結果

3.1.1 2つのモデルでの反発力比較

超伝導線材層が10層におけるハルバッハモデルとリングモデルのFEMによる反発力 の計算結果を図3.1に示す。縦軸は永久磁石に働く反発力を示しており、横軸は超伝導線 材の1層目と永久磁石の間隔を示している。また、超伝導線材と永久磁石の間隔が10 mm のとき、着磁位置と同じ位置のため磁束の変化は起こらずピンニング力は発生していない ため反発力は0Nであり、超伝導線材と永久磁石の間隔が近くなることで、ピン止めさ れた磁束線の動きを妨げようとするピンニング力と、超伝導線材に侵入しようとする磁束 に対するマイスナー効果による力が生じるため、反発力は大きくなっていると考えられ、 全体的にリングモデルよりもハルバッハモデルの方が、より大きな反発力を得られている ことがわかった。



図 3.1: 10 層における 2 つのモデルの反発力比較

これはハルバッハモデルの方が、超伝導線材側での磁束密度 *B* が高いため、 $F_p = J_c B$ より求められるピンニング力 F_p も比較的大きくなったのではないかと考えたが、図 3.2 に示すように永久磁石と超伝導線材 1 層目との距離が 1 mm のときのリングモデルとハ ルバッハモデルの最大磁束密度は、ハルバッハモデルでは 0.6618 T、リングモデルでは 0.706 T となっており、リングモデルの方が大きいことがわかった。しかし、図 3.1 に示 したように反発力はバッハモデルの方が大きいため、リングモデルでの最大磁束密度の領 域は局所的であると考えた。



図 3.2: 10 層における 1 層目の 2 つのモデルの磁束密度分布 (a) リングモデル (b) ハルバッハモ デル

そこで、すべての超伝導線材の平均磁束密度を求めると、図 3.3 のようになった。縦軸 が超伝導線材 10 層の平均磁束密度を示しており、横軸が超伝導線材の1 層目と永久磁石 の間隔を示している。

グラフより、超伝導線材の1層目と永久磁石の間隔が10mmである着磁位置ではリン グモデルの方が磁束密度が高く、ハルバッハモデルの方が磁束密度の増え幅が大きいこと がわかった。

以上のことより、超伝導線材層における最大磁束密度はハルバッハモデルよりもリング モデルの方が高いものの、平均磁束密度はハルバッハモデルの方が高いため、反発力もハ ルバッハモデルの方が強くなったと考える。また、JMAG での図 3.2 の出力をカラーから モノクロに変更して磁束密度の範囲を固定し、メッシュごとの磁束密度を表示するように 変更し、平均磁束密度ではなく色ごとの pixel 数からハルバッハモデルの方が反発力が大 きくなった原因を示す過程を付録 A に記述する。



図 3.3: 10層における2つのモデルの超伝導線材部分の平均磁束密度

3.1.2 ハルバッハモデルでの層数ごとの反発力比較

ハルバッハモデルにおいて、超伝導線材層を1層、3層、5層、10層と変化させたときの FEM による反発力の計算結果を図 3.4 に示す。

グラフより、層数を増加させると反発力が大きくなっていくのがわかったが、それぞれ のモデルにおける1層あたりの平均反発力は、層数が増えるごとに減っている。これは、 永久磁石の着磁距離は超伝導線材層1層目から10mmの位置としており、積層すればす るほど2層目以降の超伝導線材が着磁される距離が永久磁石から遠くなっていき、下層に なるほど各超伝導線材上での磁束密度が低くなるため、ピンニング力も小さくなり層数と 反発力が比例していないと考える。例えば、図3.5に示すように、超伝導線材層の1層目 と永久磁石の間隔と、超伝導線材層の10層目と永久磁石の間隔は、常に1mmの間隔の 差がある。この差によって永久磁石を超伝導線材に着磁した際に捕捉できている磁束は1 層目よりも10層目の方が少なくなると考える。



図 3.4: ハルバッハモデルでの層数ごとの反発力比較



3.1.3 ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力 比較

超伝導線材層が10層の場合のリングモデルと、ハルバッハモデルのFEMによる反発 力の計算結果を図3.6に示す。移動前の6枚2層の反発力を赤、移動後の4枚3層の反発 力を青で示しており、グラフ内の挿図ではそれぞれの外見をグラフの色と対応付けて示し ている。

これらのモデルは、どちらも用いた超伝導線材の本数は12本で、変更箇所は超伝導線 材の積層位置のみである。そのため、積層位置の違いが反発力の変化に与える影響を比較 することができる。このグラフから、6枚2層の場合での両端の超伝導線材からの反発力 よりも、4枚3層の場合での3層目からの反発力の方が大きいことがわかった。これは一 部の超伝導線材が、永久磁石により近い位置に移動したことで、移動前よりも多くの磁束 線を捉えることができたと考える。



図 3.6: ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力比較

また、移動した4枚の超伝導線材からの反発力を移動前後で示すと図3.7となる。移動 前の6枚2層の場合を赤、移動後の4枚3層の場合を青で示しており、グラフ内の挿図で は計算対象の超伝導線材に対して色を付けている。

このグラフから、6枚2層の場合だけではなく、超伝導線材を6枚で1層としていた3.1.3 項での4つのモデルでも、両端からの反発力はほとんどなく、主に中央付近の超伝導線材 が反発力を担っていたことがわかった。これは両端の超伝導線材の、着磁の際の磁束密度 が低く、十分なピンニング力を得られなかったためであると考えられる。また、積層位置 を変更したことで、磁束密度の高い領域に配置された超伝導線材がより多くの磁束を捉え ることができるようになり、結果として反発力が向上したと考えられる。

以上のことから、超伝導線材の積層方法は、単に層数を増やすだけではなく、各層の配 置箇所によっても反発力の向上が可能であるということがわかった。



図 3.7: 移動した線材からの反発力比較

第4章 結論

超伝導状態の超伝導体には、電気抵抗ゼロと完全反磁性の2つの特徴があり、完全反 磁性を用いることで永久磁石を超伝導体の上に浮かせることができる。また、3Dプリン ターや砂型鋳造などの中空加工技術には、成型後の加工が困難であるという問題が存在し ている。その問題の解決策として、超伝導体の完全反磁性を利用した SUAM という超伝 導体と永久磁石から構成される磁気浮上工具が提案されている。

先行研究でのSUAMでは、永久磁石はリング状の片側4極磁石を使用し、超伝導体は 超伝導バルクもしくは超伝導線材が用いられていた。しかし、超伝導バルクを使用すると 軽量化が難しく、超伝導線材を使用すると十分な反発力を得ることが難しいといった問題 があった。そこで、コンパクトさと強い反発力を両立するためには永久磁石に対する工夫 が必要であると考え、ハルバッハ配列という片側に磁束を集中させる磁石の配置方法を用 いて反発力の増加を試みた。

本研究では、FEMを用いた電磁界解析を用いて、永久磁石と超伝導線材から構成され る磁気浮上工具で、より大きな反発力を得るためにリングモデルとハルバッハモデルでの 反発力の比較を行った。モデルの作成には、計算の簡易化のために、磁気浮上工具に必要 である超伝導線材、永久磁石、周辺の空気の3要素のみで構成し、解析を行った。モデル 作成については、超伝導線材は長さ72 mm、幅12 mm、厚さ2 µm の (GdBa₂Cu₃O_{7-δ}) 超伝導線材とし、6 枚を1 層とした。また永久磁石の部分に関しては、リングモデルでは 内径 20 mm、外径 59 mm、厚さ10 mm、ハルバッハモデルでは長さ70 mm、幅 8 mm、 厚さ8 mm のものを5つ使用し、ハルバッハ配列を用いて超伝導線材方向に磁力が強くな るようにモデル作成を行った。なおどちらの永久磁石も表面での磁束密度が450 T のネオ ジム磁石を用いた。

FEM の結果より、リングモデルよりもハルバッハモデルの方がより大きな反発力を得 ることができることが分かった。また、ハルバッハモデルにおいては、反発力の向上には 層数を増やすだけではなく、各層の配置箇所によってもが可能であるということがわかっ た。よってハルバッハ配列の永久磁石を SUAM に用いることで、中空加工の際に加工対 象により強い力で押しつけることが可能となり、研磨性能の向上が見込めるだろう。

参考文献

- [1] H. K. Onnes (1911) Comm. Leiden. 120.
- [2] これ1冊でわかる超伝導実用技術. 日刊工業新聞社, 2013.
- [3] T. Machida, Y. Kohsaka, K. Matsuoka, K. Iwaya, T. Hanaguri and T. Tamegai, Nature Communications 7 11747 (2016).
- [4] L. Gao, Y. Y. Xue, F. Chen, Q. Xiong, R. L. Meng, D. Ramirez, C. W. Chu, J. H. Eggert, and H. K. Mao, Phys. Rev. B 50 (1994) 4260.
- [5] A. P. Drozdov, M. I. Eremets, I. A. Troyan, V. Ksenofotov and S. I. Shylin, Nature 525 (2015) pp. 73–75.
- [6] Snider, E. et al. Nature 586(2020) 373–377.
- [7] M. Tomita, M. Murakami, Nature 421 (2003) pp. 517.
- [8] T. Oka, Physica C 463-465 (2007) 7.
- [9] 佐保 典英, 磯上 尚志, 西嶋 規世, 田中 弘之, 窪田 純, 「手のひらサイズの超小型超伝 導バルク磁石の開発」, 低温工学 Vol. 46 (2011) No. 3 102–110
- [10] 株式会社リコー、"3D プリンターの 造形方式の違い', https://www.ricoh.co.jp/ 3dp/lineup/byMethod/
- [11] 帝産大鐘ダイカスト工業株式会社, "鋳造における「中子」とは?製造方法や注意点 もあわせて紹介", https://www.oganedc.com/blog-casting-core/
- [12] JMAG Simulation Technology for Electromechanical Design, 「JMAG とは」https: //www.jmag-international.com/jp/products/
- [13] JSOL, "JMAG の導入事例", https://www.jmag-international.com/jp/case/
- [14] K. Halbach, "Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material," Nuclear Instruments and Methods, vol. 169, pp. 1-10, 1980.
- [15] NeoMag, "ネオジム磁石 (N35H)、角型、70x8x8(mm)、8mm 方向", https://www. neomag.jp/shop/shoppingcart/itemdetail.php?itemno=MAG14190905516244& qty=1

研究実績

国内学会

清水 拓真ほか、"超伝導線材とハルバッハ配列永久磁石を用いた磁気浮上工具の有限要素法による電磁界解析"、2024年度応用物理学会九州支部学術講演会、7Bp-14

付録A 1層目の磁束密度分布に基づく色別pixel数

JMAGでの図3.2の出力をカラーからモノクロに変更して磁束密度の範囲を固定し、メッシュごとの磁束密度を表示するように変更したものを図A.1に示す。



図 A.1: ハルバッハモデルでの超伝導線材の積層位置変更前後での反発力比較

色ごとに pixel 数を求めることで、2つのモデルの磁束密度分布のプロットを磁束密度 ごとに数値化した。その結果を表 A.1 に示す。なお、RGB は本来 3 つの数字で色を表す が、今回はモノクロ表示にしたことで 3 つの数字が同じになるため、表では 1 つの数字の み表しており、メッシュの分割線である RGB(0,0,0) 部分は取り除いてある。

RGB 値が大きいほど白に近づくため磁束密度は低く、小さいほど黒に近づくため磁束 密度は高くなる。一番 pixel 数が多いのはどちらのモデルも RGB(229) と、最も磁束密度 が低い色であるが、次に pixel 数が多いのはリングモデルでは RGB(197)、ハルバッハモ デルでは RGB(144) となっており、ハルバッハモデルの方が磁束密度の高い色の pixel 数 が多いことがわかった。これ以降の行についても表の上半分のほとんどについては同様で あり、下半分はリングモデルの方が RGB 値が高いが pixel 数は上位に比べて多くないた め反発力への影響力は少ないと考えた。

以上のことより、ハルバッハモデルよりもリングモデルの方が超伝導線材層における最 大磁東密度が高いものの、その分布は局所的であり、比較的磁東密度の高い部分はハル バッハモデルの方が多いため、反発力もハルバッハモデルの方が強くなったと考える。

Ring-Model			Halbach-Model		
RGB	pixel 数	表示	RGB	pixel 数	表示
229	98476		229	93665	
197	43951		144	43283	
187	37209		165	28601	
176	30321		187	23782	
165	23562		133	23188	
208	18482		197	22659	
218	18293		155	14830	
155	6186		176	14774	
133	3606		208	10659	
144	2946		218	10289	
123	2553		112	2761	
112	1868		123	769	
102	1363		102	3	
91	784				

表 A.1: 1 層目の磁束密度分布に基づく色別 pixel 数

謝辞

本研究を遂行するにあたり、多大なるご指導とご助言を賜りました九州工業大学大学院 情報工学研究院 物理情報工学研究系 エレクトロニクス分野、小田部荘司教授に心より感 謝申し上げます。研究に関する貴重なアドバイスをはじめ、実験・解析の進め方や論文執 筆に至るまで、温かいご指導をいただきました。

磁気浮上工具の研究にあたり、快く研究室に迎えてくださった、共同研究先の九州工業 大学大学院 情報工学研究院 知的システム工学研究系、鈴木恵友教授、並びに山本颯真氏 に感謝申し上げます。実験及び話し合いの際には、実験分野から研究における意見を多く いただき、研究を進めるに際し、大変参考になりました。深く感謝申し上げます。

研究室の先輩・同期の皆様には、日々の研究活動において助言や励ましをいただき、議 論を通じて多くの学びを得ることができました。皆様との交流がなければ、本研究を最後 までやり遂げることはできなかったと思います。

本研究を進めるにあたり、ご助言を多く賜った、九州工業大学大学院 情報工学府 情報 創生工学専攻 物理情報工学分野、中塘彩友美氏に感謝申し上げます。研究内容に対する 質問に対応してくださり、また、JMAG の使い方を教えていただきました。深く感謝申 し上げます。

最後に、公私ともにお世話になりました、小田部研究室の皆様、支えてくださった方々 に深く感謝申し上げます。