

令和7年度 卒業論文

超伝導リザーコンピューティングによる  
音声および画像認識

九州工業大学情報工学部

物理情報工学科 電子物理工学コース

学生番号 222C3035

楠木 寿季也

指導教員：小田部 荘司

# 目次

<b>第1章 序論</b>	<b>4</b>
1.1 はじめに	4
1.2 超伝導現象	4
1.2.1 超伝導現象の概要	4
1.2.2 超伝導体の分類	5
1.3 Time-Dependent Ginzburg-Landau 方程式	6
1.3.1 Ginzburg-Landau 方程式	6
1.3.2 Time-Dependent Ginzburg-Landau 方程式	7
1.4 磁束の量子化	8
1.4.1 磁束ピンニング機構	8
1.5 Affine Integrator(AFI)	10
1.5.1 1次元における空間・時間離散化	11
1.5.2 2次元系での AFI	15
1.6 リザーバーコンピューティング	17
1.6.1 リザーバーコンピューティングの概念	17
1.6.2 エコーステートネットワーク	18
1.6.3 バッチ学習 (SVM)	18
1.7 評価指標	19
1.8 本研究の目的	19
<b>第2章 実装および計算方法</b>	<b>21</b>
2.1 実装する TDGL 方程式と固定パラメータの規格化	21
2.2 空間離散化	21
2.2.1 境界条件の処理	22
2.2.2 リンク変数の境界条件	24
2.2.3 オーダーパラメータの境界条件	24
2.2.4 初期条件と時間離散化	25
2.2.5 初期条件	25
2.2.6 時間離散化	25
2.3 電界・磁界・電流密度の実装	25
2.3.1 電界	26
2.3.2 磁界	26
2.3.3 電流密度	26
2.3.4 ピンの導入	27
2.4 Mel-Frequency Cepstral Coefficients (MFCC)	27
2.5 MNIST データセット	27
2.6 リザーバーコンピューティング	27

2.6.1	音声数字分類タスク	28
2.6.2	話者数字分類タスク	28
2.6.3	画像認識タスク	29
<b>第3章</b>	<b>結果と考察</b>	<b>30</b>
3.1	音声数字分類タスク	30
3.2	話者分類タスク	34
3.3	画像認識タスク	36
<b>第4章</b>	<b>結論</b>	<b>37</b>
	<b>参考文献</b>	<b>38</b>
	<b>研究実績</b>	<b>38</b>
	<b>謝辞</b>	<b>40</b>

# 目 次

1.1	外部磁界に対する超伝導体の内部の磁束密度 . . . . .	5
1.2	複数の磁束線のピン止め [5] . . . . .	10
1.3	格子・リンク変数 (a) 空間離散化格子 (b) 境界条件で更新される格子点と リンク変数 [8] . . . . .	11
1.4	2次元格子におけるダブルインデックスの定義 [8] . . . . .	15
1.5	リザーブコンピューティングの概念図 [1] . . . . .	17
2.1	境界付近の格子点とリンク変数の配置図 [8] (a) 西側境界 ( $x=0$ ) (b) 東側境 界 ( $x=Lx$ ) (c) 南側境界 ( $y=0$ ) (d) 北側境界 ( $y = Ly$ ) . . . . .	23
2.2	電流の印加方法と電界の抽出の方法の概略図 [12] . . . . .	28
3.1	数字の音声分類タスクの混同行列 . . . . .	30
3.2	$\alpha$ と score の関係を可視化したプロット図 . . . . .	31
3.3	pin と score の関係を可視化したプロット図 . . . . .	32
3.4	pin と $\alpha$ の関係を可視化したコンター図 . . . . .	33
3.5	話者分類タスクの混同行列 . . . . .	34
3.6	各数字における話者分類の精度 . . . . .	35
3.7	画像認識タスクの混同行列 . . . . .	36

# 第1章 序論

## 1.1 はじめに

近年、人工知能 (AI)、中でも機械学習に関する研究が盛んに行われている。その主流となるのがニューラルネットワークである。従来のニューラルネットワークには、学習に膨大な計算時間とコストを要するという課題がある。この課題に対して、リザーバコンピューティングは学習を出力層のみに限定することで計算負荷を大幅に軽減できる手法として注目されている。さらに近年では、動的な物理現象そのものをリザーバとして利用する「物理リザーバコンピューティング」が提案され、低消費電力かつ高速な情報処理を実現する新たなアプローチとして研究が進められている。先行研究によって、超伝導体を用いたリザーバコンピューティングの時系列予測タスクへの有用性が示されている [1]。しかし、これらの研究は連続値を出力する回帰問題に焦点が当てられており、入力信号を離散クラスへ分類する「分類タスク」に対する適用可能性については十分な検証が行われていない。分類タスクでは、リザーバ内部状態がクラスごとに明確に分離される必要があり、これは時系列予測とは本質的に異なる性質を要求する。この観点から、超伝導リザーバが持つ非線形性および記憶特性が、分類問題においてどのような役割を果たすのかは未解明である。そこで本研究では、TDGL 方程式に従う超伝導体の磁束ダイナミクスを物理リザーバとして用い、音声認識および画像認識の分類タスクを実施し、分類問題に対する超伝導リザーバの有効性を検証することを目的とする。

## 1.2 超伝導現象

超伝導とは、1911年に Kamerlingh-Onnes により発見された現象である。液体ヘリウムを用いた極低温における水銀の電気抵抗を測定中、絶対温度 4.2K で急に測定不能なほど電気抵抗が小さくなったことで超伝導が発見された [2]。

### 1.2.1 超伝導現象の概要

ある温度を下回ると電気抵抗が消失する現象を超伝導と呼び、そのとき物質は超伝導状態にあるという。一方、電気抵抗を有する状態は常伝導状態と呼ばれる。電気抵抗がゼロへと転移する境界の温度は臨界温度  $T_c$  と定義される。一般に、金属系超伝導体では臨界温度が比較的低いのに対し、酸化物超伝導体ではより高い臨界温度を示すことが知られている。

超伝導体を示す代表的な性質の一つに、完全反磁性が挙げられる。完全反磁性とは、外部から磁場を印加しても超伝導体内部に磁場が侵入しない性質、あるいは常伝導状態で磁場を加えた後に物質を冷却して超伝導状態へ移行させた際、内部の磁場が外部へ排除される現象を指す。この磁場排除の振る舞いはマイスナー効果として知られている。

超伝導状態が成立するためには、臨界温度  $T_c$  に加えて、臨界磁場  $H_c$  および臨界電流密度  $J_c$  という条件が存在する。温度、外部磁場、ならびに物質内部を流れる電流密度が、それぞれ  $T_c$ 、 $H_c$ 、 $J_c$  を下回る場合にのみ、超伝導状態が実現する。

### 1.2.2 超伝導体の分類

超伝導体は、磁気特性の違いに基づいて、第1種超伝導体と第2種超伝導体の2種類に分類される。両者は、外部磁場を印加した際の内部磁束密度の振る舞いによって区別される。一般に、磁束密度  $B$  は

$$B = \mu_0 H_e + \mu_0 M \quad (1)$$

と表される。ここで  $H_e$  は外部磁界、 $M$  は磁化、 $\mu_0$  は真空の透磁率である。

第1種超伝導体における内部磁束密度の変化は 図 1.1(a) に示される。外部磁界が臨界磁界  $H_c$  より小さい条件  $H_e < H_c$  では、磁化は  $M = -H_e$  となり、外部から磁場を印加しても内部の磁束密度はゼロに保たれる。この状態はマイスナー状態と呼ばれ、超伝導状態に対応する。一方で、 $H_e > H_c$  の条件では磁化が消失し  $M = 0$  となるため、内部の磁束密度は

$$B = \mu_0 H_e \quad (2)$$

となる。このとき超伝導状態は破れ、常伝導状態へと相転移する。

第2種超伝導体における内部磁束密度の変化は 図 1.1(b) に示される。

第2種超伝導体では、下部臨界磁界  $H_{c1}$  と上部臨界磁界  $H_{c2}$  が存在する。外部磁界が  $H_e < H_{c1}$  の範囲では、第1種超伝導体と同様に内部磁束密度はゼロに保たれる。次に、 $H_{c1} < H_e < H_{c2}$  の範囲では、磁束が量子化された状態で超伝導体内部へ侵入する。この結果、内部の磁束密度は外部磁界の増加に伴い徐々に増加する。この状態は混合状態と呼ばれる。さらに、 $H_e > H_{c2}$  では内部磁束密度は式 (2) で表され、常伝導状態へと相転移する。

なお、内部磁束密度がゼロに保たれている領域をマイスナー状態、磁束が量子化されて侵入する領域を混合状態と呼ぶ。混合状態においても電気抵抗はゼロに保たれるため、マイスナー状態と混合状態を合わせて超伝導状態と呼ばれる。これらの性質は、後述する Ginzburg-Landau 理論および TDGL 方程式によって記述される。

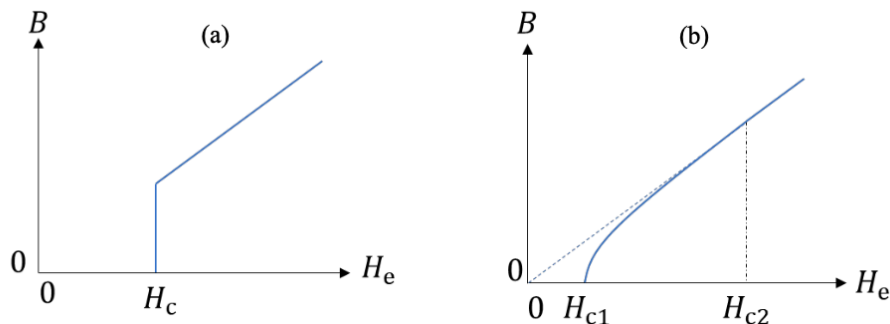


図 1.1: 外部磁界に対する超伝導体の内部の磁束密度

## 1.3 Time-Dependent Ginzburg-Landau 方程式

ここでは、第2種超伝導体の磁気特性を記述する理論として、Ginzburg-Landau 理論について述べる。

### 1.3.1 Ginzburg-Landau 方程式

超伝導状態とは、電子対が同一の位相を保った凝縮状態を意味し、その結果、量子力学的な性質が巨視的なスケールにおいても現れる。このような状態を記述するため、量子力学における波動関数  $\psi$  に対応する複素関数として、オーダーパラメータ  $\Psi$  を導入する。オーダーパラメータの絶対値の二乗  $|\Psi|^2$  は、超伝導電子密度に比例する量として解釈される。

超伝導体の状態は、自由エネルギーを用いて記述される。まず、超伝導電子密度に依存するエネルギー密度  $F_\Psi$  は、 $|\Psi|^2$  に関して冪級数展開することで、

$$F_\Psi = \text{const.} + \alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \dots \quad (3)$$

と表される。この項は凝縮エネルギー密度と呼ばれ、 $\alpha$  および  $\beta$  は冪展開係数である。外部から磁場を印加した場合には、磁場が持つエネルギーも考慮する必要がある。磁場のエネルギー密度  $F_B$  は、

$$F_B = \frac{1}{2\mu_0}(\nabla \times \mathbf{A})^2 \quad (4)$$

と表される。ここで  $\mathbf{A}$  はベクトルポテンシャルである。

さらに、磁場の存在下では、オーダーパラメータ  $\Psi$  が空間的に変化するため、超伝導電子の運動に起因するエネルギーも生じる。この運動エネルギー密度  $F_K$  は、

$$F_K = \frac{1}{2m^*} |(-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})\Psi|^2 \quad (5)$$

と記述される。ここで、 $\hbar$  はディラック定数、 $m^*$  は超伝導電子の有効質量、 $e^*$  はその電荷である。

以上のエネルギー密度、すなわち式(3)、式(4)、式(5)を加え合わせることで、磁場中における超伝導体の自由エネルギー密度が得られる。したがって、超伝導体の自由エネルギー密度  $F_s(B)$  は、

$$F_s(B) = F_n(0) + \alpha|\Psi|^2 + \frac{1}{2}\beta|\Psi|^4 + \frac{1}{2\mu_0}(\nabla \times \mathbf{A})^2 + \frac{1}{2m^*} |(-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})\Psi|^2 \quad (6)$$

と表される。ここで  $F_n(0)$  は、ゼロ磁場下における常伝導状態の自由エネルギー密度である。

このとき、オーダーパラメータ  $\Psi$  およびベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  は、超伝導体領域  $V$  における全自由エネルギー

$$E_s = \int_V F_s dV$$

を最小にするように決定される。そのための手法として変分法を用い、 $E_s$  を  $\Psi$  の共役複素数  $\Psi^*$  および  $\mathbf{A}$  に関して変分すると、

$$\frac{\delta E_s}{\delta \Psi^*} = \frac{\partial E_s}{\partial \Psi^*} - \nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial (\nabla \Psi^*)} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\delta E_s}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{A}} - \nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial (\nabla \mathbf{A})} = 0 \quad (8)$$

が得られる。

式(7)および式(8)をそれぞれ解くことで、

$$\frac{1}{2m^*} (-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})^2 \Psi + \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \quad (9)$$

$$\mathbf{J} = \frac{e^*\hbar}{2m^*i} (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A} \quad (10)$$

が導かれる。ここで  $\mathbf{J}$  は電流密度を表し、オーダーパラメータの位相勾配およびベクトルポテンシャルの両方に依存する。

これらの二式、すなわち式(9)および式(10)を Ginzburg–Landau 方程式 (以下、GL 方程式) [3] と呼ぶ。

### 1.3.2 Time-Dependent Ginzburg–Landau 方程式

GL 方程式に時間依存性を導入したものは、Time-Dependent Ginzburg–Landau 方程式 (以下、TDGL 方程式) [4] と呼ばれる。

ここでは、オーダーパラメータ  $\Psi$  およびベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  に対応する時定数を、それぞれ  $\gamma$ 、 $\nu$  と定義する。このとき、静的な GL 方程式で得られた変分条件である式(7)および式(8)は、次のように時間発展項を含む形へ書き換えられる。

$$\frac{\delta E_s}{\delta \Psi^*} = \frac{\partial E_s}{\partial \Psi^*} - \nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial (\nabla \Psi^*)} = -\gamma \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (11)$$

$$\frac{\delta E_s}{\delta \mathbf{A}} = \frac{\partial E_s}{\partial \mathbf{A}} - \nabla \cdot \frac{\partial E_s}{\partial (\nabla \mathbf{A})} = -\nu \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial t} \quad (12)$$

さらに、電磁ポテンシャルに対するゲージ不変性を保つため、時間微分項に対して次のゲージ変換を行う。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial t} + ie^*V\Psi \quad (13)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \quad (14)$$

ここで、 $V$  はスカラーポテンシャルである。

以上を踏まえると、オーダーパラメータ  $\Psi$  に関する TDGL 方程式は、

$$\gamma \left( \frac{\partial \Psi}{\partial t} + ie^*V\Psi \right) + \frac{1}{2m^*} (-i\hbar\nabla + e^*\mathbf{A})^2 \Psi + \alpha\Psi + \beta|\Psi|^2\Psi = 0 \quad (15)$$

と表される。また、ベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  に関する時間発展方程式は、

$$\nu \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla V \right) + \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} + \frac{i\hbar e^*}{2m^*} (\Psi^*\nabla\Psi - \Psi\nabla\Psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^*} |\Psi|^2 \mathbf{A} = 0 \quad (16)$$

となる。

超伝導体の時間発展および磁束ダイナミクスの数値解析は、式(15)および式(16)を同時に解くことで行うことができる。

## 1.4 磁束の量子化

第2種超伝導体において、外部磁界が  $H_{c1} < H_e < H_{c2}$  の範囲にあるとき、磁束は量子化された状態で超伝導体内部へ侵入する。ここでは、磁束の量子化について述べる。

オーダーパラメータを位相  $\varphi$  を用いて  $\Psi = |\Psi|e^{i\varphi}$  と表すと、式(10)は

$$\mathbf{J} = -\frac{2\hbar e}{m^*}|\Psi|^2\nabla\varphi - \frac{4e^2}{m^*}|\Psi|^2\mathbf{A} \quad (17)$$

と書き換えられる。

ここで、超伝導体内部に孤立した単一の量子化磁束（中心  $\mathbf{R} = 0$ ）を考える。この磁束量子を取り囲み、中心から十分に離れた円周  $C$  ( $R \gg \lambda$ ) を考えると、この円周上では  $\mathbf{J} = 0$  かつ  $|\Psi|^2 \neq 0$  が成り立つ。したがって式(17)は

$$\mathbf{A} = -\frac{\hbar}{2e}\nabla\varphi \quad (18)$$

と変形できる。

円周  $C$  上で  $\mathbf{A}$  の線積分を行うと、これは円周  $C$  によって囲まれた面  $S$  を貫く磁束  $\Phi$  に等しいため、

$$\oint_C \mathbf{A} \cdot d\mathbf{s} = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \Phi \quad (19)$$

が成り立つ。

ここで式(19)に式(18)を代入すると、

$$\Phi = -\frac{\hbar}{2e} \oint_C \nabla\varphi \cdot d\mathbf{s} = -\frac{\hbar}{2e} \Delta\varphi \quad (20)$$

を得る。ただし、 $\Delta\varphi$  は円周  $C$  を一周したときの位相変化量である。

オーダーパラメータ  $\Psi$  は一価関数であるため、 $\Delta\varphi$  は  $2\pi$  の整数倍でなければならない。ここでは単一の量子化磁束を考えているため、 $\Delta\varphi = -2\pi$  とすると、磁束は

$$\Phi = \frac{h}{2e} \equiv \Phi_0 \quad (21)$$

となる。この  $\Phi_0$  を磁束量子と呼ぶ。

### 1.4.1 磁束ピンニング機構

超伝導現象には、応用上において重要な課題が存在する。第2種超伝導体では、外部磁界が  $H_{c1}$  を超えると混合状態となり、量子化された磁束が超伝導体内部へ侵入する。この状態の超伝導体に電流を流すと、量子化磁束にローレンツ力

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (22)$$

が作用し、磁束は速度  $v$  で運動する。その結果、誘導電界

$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v} \quad (23)$$

が発生する。これにより電気抵抗が生じ、エネルギーの散逸が起こる。このままでは、電気抵抗がゼロであるという超伝導の特長を十分に活かすことができない。

この問題に対しては、磁束の運動を抑制する「ピン」を導入することで対処できる。磁束が固定されれば  $v = 0$  となるため、 $\mathbf{E} = 0$  が成立する。ここでは、磁束のピンニング機構について述べる。

#### 1.4.1.1 要素的ピン力

ピン止めの要因の一つとして、常伝導析出物によるピンニングが挙げられる。常伝導析出物とは、特定の元素を多量に含有させて超伝導体を作製した際に、超伝導体内部に析出する常伝導状態の領域を指す。

超伝導体を貫く磁束線の中心部（半径  $\xi$  程度）は、ほぼ常伝導状態にあるとみなすことができる。すなわち、周囲の超伝導領域と比較して、凝縮エネルギーの分だけエネルギーが高い状態にある。

超伝導体内部に常伝導析出物が存在し、磁束線の常伝導核がこれと交差すると、交差しない場合と比べて破壊される超伝導領域が減少する。その結果、凝縮エネルギーが

$$U_p \simeq \frac{1}{2\mu_0} H_c^2 \pi \xi^2 L \quad (24)$$

だけ低下する。ここで、 $H_c$  は熱力学的臨界磁界、 $\xi$  はコヒーレンス長、 $\frac{1}{2\mu_0} H_c^2$  は凝縮エネルギー密度を表す。また、 $L$  は磁束線が常伝導析出物と交差する部分の高さである。

このエネルギー低下により、磁束線と常伝導析出物の間に引力相互作用が生じる。磁束線はより低いエネルギー状態を保つため、常伝導析出物内部に固定される。

ここから、要素的ピン力  $f_p$ （1個のピンが及ぼす最大の力）を見積もる。エネルギー変化はおよそ  $2\xi$ （常伝導核の直径）にわたって生じると考えられるため、

$$f_p \simeq \frac{U_p}{2\xi} \simeq \frac{\pi}{4\mu_0} H_c^2 \xi L \quad (25)$$

と表される。

#### 1.4.1.2 巨視的ピン力密度

高磁界下では、磁束線同士の間隔が小さくなり、相互にばねのような力が働く。そのため、磁束線は1本ずつ独立して運動するのではなく、複数本がまとまって移動する「磁束バンドル」と呼ばれる状態を形成する。

ここで、一辺の長さが  $D$  の立方体中に、密度  $N_p$  の常伝導析出物が存在し、複数の磁束線がこれと交差する場合を考える。その模式図を図 1.2 [5] に示す。

この図において、ピンから力を受ける磁束線は、赤色で示された4本のみである。磁束線格子間隔を  $a_f$  とすると、ピン力を受ける磁束線の本数は  $D/a_f$  で与えられる。したがって、この常伝導析出物によるピン力  $f_p$  は、

$$f_p = \frac{\pi}{4\mu_0} H_c^2 \xi D \cdot \frac{D}{a_f} \quad (26)$$

と表される。

さらに、超伝導体全体におけるピン力密度、すなわち巨視的ピン力密度  $F_p$  は、

$$F_p = \eta N_p f_p = \eta N_p \frac{\pi \mu_0 H_c^2 \xi D^2}{4a_f} \quad (27)$$

と求められる。ここで、 $\eta$  はピンニング効率を表し、 $\eta < 1$  である。

高磁界領域では、超伝導性が弱まることによりオーダーパラメータの最大値が減少し、それに伴って凝縮エネルギーも低下する。この影響を式 (27) で考慮すると、巨視的ピン力密度は

$$F_p = \eta N_p \frac{\pi \mu_0 H_c^2 \xi D^2}{4a_f} \left( 1 - \frac{B}{\mu_0 H_{c2}} \right) \quad (28)$$

と表される。

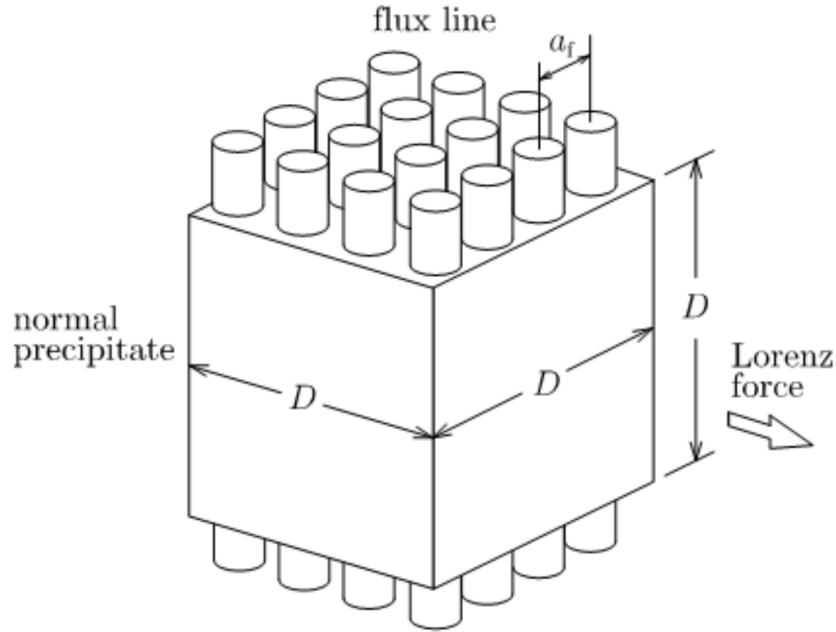


図 1.2: 複数の磁束線のピン止め [5]

## 1.5 Affine Integrator(AFI)

AFI法の導出を理解するため、まず1次元系での離散化から説明する。

Affine Integrator(以下、AFI)[6, 7]とは、拡散方程式やゲージ場存在下のSchrödinger方程式、TDGL方程式、回転系のTime-Dependent Gross-Pitacvskii(以下、TDGP)方程式を数値積分するために考案された、陽的数値積分法である。数値的安全性の点では、AFIはラプラシアン項に関しては無条件安定であり、方程式全体に関して高い数値的安定性を持つ。また、Schrödinger方程式のような線形保存系では全エネルギーが厳密に保存され、TDGP方程式のような非線形保存系でノンドリフト特性を持つ。

TDGL 方程式は強い非線形性とゲージ場を含む多自由度偏微分方程式であり、通常の陽的差分法や陰的差分法では数値的不安定性が生じやすい。また、磁束ダイナミクスを長時間安定に追跡するためには、エネルギー保存性および数値安定性を同時に満たす数値積分法が必要となる。本研究ではこれらの要請を満たす手法として AFI 法を採用する。

### 1.5.1 1次元における空間・時間離散化

基礎方程式を1次元 TDGL 方程式

$$\tau_{\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial x} - iA_x \right)^2 - \alpha \Psi - \beta |\Psi|^2 \Psi \quad (29)$$

とする。ここでは、ベクトルポテンシャルは定数を与えられているとする。 $A_x$  はベクトルポテンシャルの  $x$  成分である。

パラメータ  $\tau_{\Psi}$  は時定数であり一般には複素数数値をとる。 $\tau_{\Psi}$  が実数値の場合は TDGL 方程式、 $\tau_{\Psi} = -i$  のときは TDGP 方程式あるいは非線形 Schrödinger 方程式と同じ形になる。

ベクトルポテンシャルはリンク変数  $w_{i,j}$  [8] によって次のように実装される。

$$w_{i,j} = \exp(i\theta_{i,j}), \quad \theta_{i,j} = -hA_x \left( \frac{x_i + x_j}{2} \right), \quad i, j = 1, 2, 3, 4 \quad (30)$$

$x_i$  は格子点  $i$  の  $x$  座標、 $h$  は格子点間隔、 $\theta_{i,j}$  はリンク変数の偏角である。ただし、もし格子点  $i$  と格子点  $j$  が接続していない場合、 $w_{i,j} = 0$  であるとする。

空間に関する離散化のために導入した格子、リンク変数の状況を図 1.3 [8] に示す。

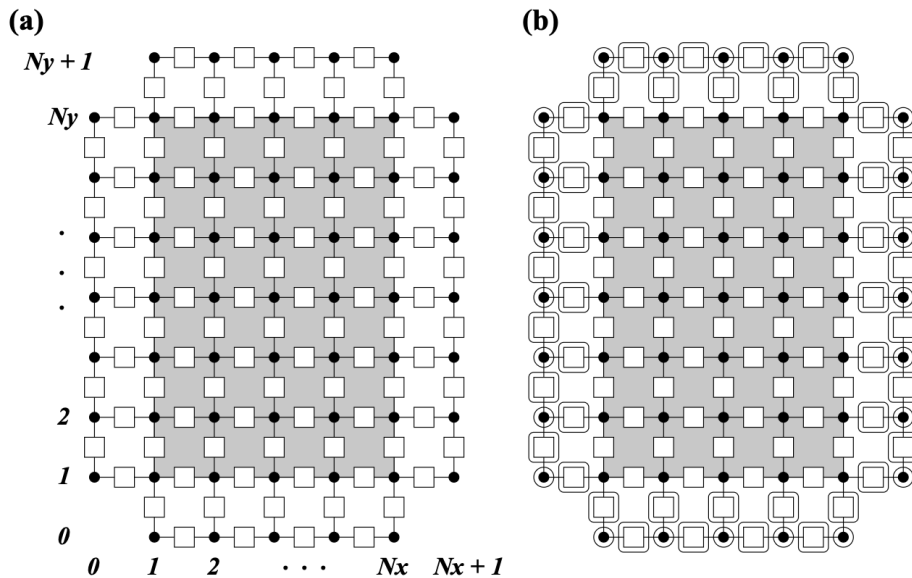


図 1.3: 格子・リンク変数

(a) 空間離散化格子 (b) 境界条件で更新される格子点とリンク変数 [8]

式 (29) を空間に関して離散化する。 $\Psi_i(t) = \Psi(x_i, t)$ ,  $\alpha_i = \alpha(x_i)$ ,  $\beta_i = \beta(x_i)$  とおけば、以下の連立微分方程式が得られる。

$$\gamma \frac{d\Phi_1}{dt} = \frac{1}{h^2} (w_{12}\Psi_2 + \bar{w}_{41}\Psi_4 - 2\Psi_1) - \alpha_1\Psi_1 - \beta_1|\Psi_1|^2\Psi_1 \quad (31)$$

$$\gamma \frac{d\Phi_3}{dt} = \frac{1}{h^2} (w_{34}\Psi_4 + \bar{w}_{23}\Psi_2 - 2\Psi_3) - \alpha_3\Psi_3 - \beta_2|\Psi_3|^2\Psi_3 \quad (32)$$

$$\gamma \frac{d\Phi_2}{dt} = \frac{1}{h^2} (w_{23}\Psi_3 + \bar{w}_{12}\Psi_1 - 2\Psi_2) - \alpha_2\Psi_2 - \beta_3|\Psi_3|^2\Psi_2 \quad (33)$$

$$\gamma \frac{d\Phi_4}{dt} = \frac{1}{h^2} (w_{41}\Psi_2 + \bar{w}_{34}\Psi_3 - 2\Psi_4) - \alpha_4\Psi_4 - \beta_4|\Psi_4|^2\Psi_4 \quad (34)$$

ここで、 $\hat{w}$  は  $w$  の複素共役を表す。ここで、

$$U_i = \alpha_i + \beta_i|\tilde{\psi}_i|^2, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (35)$$

とおく。 $\tilde{\Psi}_i$  は  $\Psi_i$  の推定値である。連立微分方程式は次のようにも書き表される。AFI法の準備のため、奇数の格子点の組と偶数の格子点の組の順番に並べている。

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \frac{1}{h^2} \begin{pmatrix} -2 - U_1 h^2 & 0 & w_{12} & w_{14} \\ 0 & -2 - U_3 h^2 & w_{32} & w_{34} \\ \bar{w}_{12} & \bar{w}_{32} & -2 - U_2 h^2 & 0 \\ \bar{w}_{14} & \bar{w}_{34} & 0 & -2 - U_4 h^2 \end{pmatrix} \quad (36)$$

式(36)は、次のようにも表せる。

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \frac{1}{h^2} \begin{pmatrix} D(-\sigma_Q) & W \\ W^\dagger & D(-\sigma_P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (37)$$

ここで、 $\mathbf{q} = (\Psi_1 \ \Psi_3)^\top$ 、 $\mathbf{p} = (\Psi_2 \ \Psi_4)^\top$  および、

$$\sigma_i = 2 + U_i h^2, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (38)$$

とおいた。また

$$D(-\sigma_Q) = \begin{pmatrix} -\sigma_1 & 0 \\ 0 & -\sigma_3 \end{pmatrix}, \quad D(-\sigma_P) = \begin{pmatrix} -\sigma_2 & 0 \\ 0 & -\sigma_4 \end{pmatrix}, \quad W = \begin{pmatrix} w_{12} & w_{14} \\ w_{32} & w_{34} \end{pmatrix} \quad (39)$$

とおいた。なお  $W^\dagger = W^\top$  である。

式(36)、式(37)は、次のようにも表せる。

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \Psi_1 \\ \Psi_2 \\ \Psi_3 \\ \Psi_4 \end{pmatrix} \quad (40)$$

あるいは

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (41)$$

と表される。ただし時間推進演算子  $\hat{A}$  は次のように定義される。

$$\hat{A} = \frac{1}{h^2} \sum_{i \in \{1,2,3,4\}} \left( -\sigma_i \Psi_i + \sum_{j \in \{1,2,3,4\}} w_{ij} \Psi_j \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_i} \quad (42)$$

時間推進演算子  $\hat{A}$  を次のように分解する。

$$\hat{A} = \hat{A}_Q + \hat{A}_P \quad (43)$$

ただし、

$$\hat{A}_Q = \frac{1}{h^2} \sum_{i \in Q} \left( -\sigma_i \Psi_i + \sum_{j \in P} w_{ij} \Psi_j \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_i} \quad (44)$$

$$\hat{A}_P = \frac{1}{h^2} \sum_{i \in P} \left( -\sigma_i \Psi_i + \sum_{j \in Q} w_{ij} \Psi_j \right) \frac{\partial}{\partial \Psi_i} \quad (45)$$

ここでは、 $Q = \{1, 3\}$  および  $P = \{2, 4\}$  である。次に、微分方程式

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = (\hat{A}_Q + \hat{A}_P) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (46)$$

を時間に関して離散化する。時間刻み幅を  $\tau$  とおくことで離散時間における時間発展方程式

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} (\hat{A}_Q + \hat{A}_P)\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (47)$$

が得られる。なお、 $(\mathbf{q}, \mathbf{p}) = (\mathbf{q}(t), \mathbf{p}(t))$  および  $(\mathbf{q}', \mathbf{p}') = (\mathbf{q}(t+\tau), \mathbf{p}(t+\tau))$  である。指数関数演算子は Lie-Trotter-Suzuki 分解により次のように近似できる。

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} (\hat{A}_Q + \hat{A}_P)\right) = \begin{pmatrix} \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_Q\right) \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_P\right) + O(\tau^2) \\ \exp\left(\frac{\tau}{2\gamma} \hat{A}_Q\right) \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_P\right) \exp\left(\frac{\tau}{2\gamma} \hat{A}_Q\right) + O(\tau^3) \\ \cdots + O(\tau^4) \\ \cdots \end{pmatrix} \quad (48)$$

指数関数演算子  $\exp(\gamma^{-1} \tau \hat{A}_Q)$  および  $\exp(\gamma^{-1} \tau \hat{A}_P)$  の行列表現をえることができれば数値積分スキーム (AFI) を構成できる。

まず、演算子  $\hat{A}_Q$  を  $\Psi_i$ 、 $i \in Q$  に作用させる。

$$\hat{A}_Q \Psi_i = \frac{1}{h^2} \left( -\sigma_i \Psi_i + \sum_{j \in P} w_{ij} \Psi_j \right), \quad i \in Q \quad (49)$$

次に、 $\hat{A}_Q$  を  $\Psi_i$ 、 $i \in Q$  に2回作用させる。

$$\hat{A}_Q^2 \Psi_i = \left( -\frac{\sigma_i}{h^2} \right)^2 \left( \Psi_i - \frac{1}{\sigma_i} \sum_{j \in P} w_{ij} \Psi_j \right), \quad i \in Q \quad (50)$$

したがって、 $\hat{A}_Q$  を  $\Psi_i$ 、 $i \in Q$  に  $m$  回作用させる。

$$\hat{A}_Q^m \Psi_i = \left( -\frac{\sigma_i}{h^2} \right)^m \left( \Psi_i - \frac{1}{\sigma_i} \sum_{j \in P} w_{ij} \Psi_j \right), \quad i \in Q, \quad m \geq 1 \quad (51)$$

であることがわかる。ゆえに、

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_Q\right) \Psi_i = \Psi_i + \sum_{m=1} \frac{1}{m!} \left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_Q\right)^m \Psi_i = \alpha_i \Psi_i + b_i \sum_{j \in P} w_{ij} \Psi_j, \quad i \in Q \quad (52)$$

が得られる。ただし、

$$\alpha_i = \exp\left(-\frac{\sigma_i \tau}{h^2 \gamma}\right), \quad b_i = \frac{1 - \alpha_i}{\sigma_i} \quad (53)$$

とおいた。また、

$$\hat{A}_Q \Psi_i = 0, \quad i \in P \quad (54)$$

より、

$$\hat{A}_Q^m \Psi = 0, \quad i \in P, \quad m \geq 1 \quad (55)$$

であることがわかる。演算子  $\hat{A}_P$  についても同様に、次の結果が得られる。

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_Q\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D(\alpha_Q) & D(b_Q)W \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (56)$$

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_P\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ D(b_P)W & D(\alpha_P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (57)$$

ここで、

$$\begin{aligned} D(\alpha_Q) &= \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}, & D(b_Q) &= \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_3 \end{pmatrix} \\ D(\alpha_P) &= \begin{pmatrix} \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_4 \end{pmatrix}, & D(b_P) &= \begin{pmatrix} b_2 & 0 \\ 0 & b_4 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (58)$$

とおいた、 $I$  は単位行列である。式 (56)、式 (57) はそれぞれの指数関数演算子  $\exp(\gamma^{-1} \tau \hat{A}_Q)$  および  $\exp(\gamma^{-1} \tau \hat{A}_P)$  の行列を表している。つまり、AFI が得られたこととなる。

## 1.5.2 2次元系での AFI

2次元系を考える。基礎方程式は

$$\gamma \frac{\partial \psi}{\partial t} = (\nabla - i\mathbf{A})^2 \Psi - \alpha \Psi - \beta |\Psi|^2 \Psi \quad (59)$$

と表される。ただし、

$$\nabla = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y} \right), \quad \mathbf{A} = (A_x, A_y) \quad (60)$$

である。ここでは格子点やリンク変数を用いるするためにダブルインデックスを用いる。このダブルインデックスは空間的な位置に対応する。

図 1.4 [8] にダブルインデックスの定義を示す。リンク変数は  $x$  成分と  $y$  成分に分け、定義されることになる。

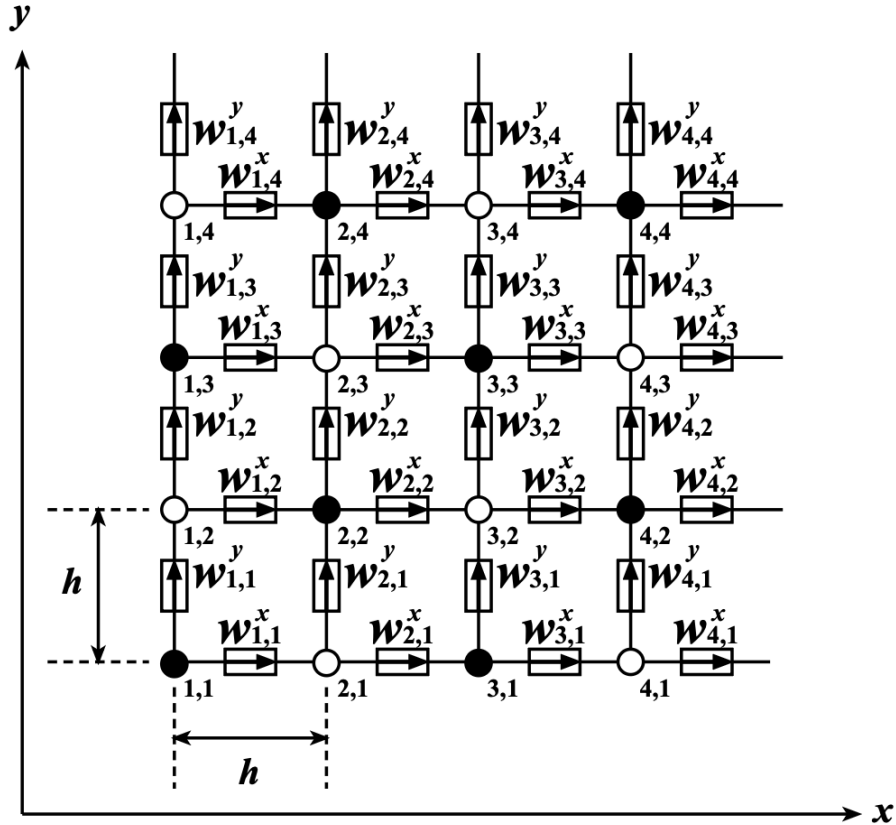


図 1.4: 2次元格子におけるダブルインデックスの定義 [8]

格子点は図中の黒丸と白丸のように、2つのグループに分割される。まず空間に関して離散化をすると次式のような微分方程式が得られる。

$$\gamma \frac{d\Psi_{i,j}}{dt} = \frac{1}{h^2} (w_{i,j}^x \Psi_{i+1,j} + \bar{w}_{i-1,j}^x \Psi_{i-1,j} + w_{i,j}^y \Psi_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j-1}^y \Psi_{i,j-1} - 4\Psi_{i,j} - \alpha_{i,j} \Psi_{i,j} - \beta_{i,j} |\Psi_{i,j}|^2 \Psi_{i,j}) \quad (61)$$

ただし、周期的境界条件より、たとえば  $i = 0$  は  $i = 4$ 、 $i = 5$  は  $i = 1$  と読み替えるものとする。ここでは、

$$U_{i,j} = \alpha_{i,j} + \beta_{i,j} |\tilde{\psi}_{i,j}|^2 \quad (62)$$

とおく。ただし、

$$\tilde{\psi}_{i,j} = \frac{1}{4} (w_{i,j}^x \Psi_{i+1,j} + \bar{w}_{i-1,j}^x \Psi_{i-1,j} + w_{i,j}^y \Psi_{i,j+1} + \bar{w}_{i,j-1}^y \Psi_{i,j-1}) \quad (63)$$

である。また、

$$\sigma_{i,j} = 4 + U_{i,j} h^2 \quad (64)$$

とおく。

1次元系のときと同様、格子点を黒丸グループ  $Q$  と白丸グループ  $P$  に分割することにより AFI を構成することができる。時間推進演算子  $\hat{A} = \hat{A}_Q + \hat{A}_P$  は1次元系のときと同様に定義することができる。黒丸グループに属する格子点上の  $\Psi$  の値で構成されるベクトルを  $\mathbf{q}$ 、白丸グループに属する格子点上の  $\Psi$  の値で構成されるベクトルを  $\mathbf{p}$  と置けば、1次元系のときと同様の次のような形の微分方程式

$$\gamma \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = (\hat{A}_Q + \hat{A}_P) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (65)$$

が得られる。この微分方程式を時間に関して時間刻み幅  $\tau$  で離散化することで、離散時間における時間発展方程式

$$\begin{pmatrix} \mathbf{q}' \\ \mathbf{p}' \end{pmatrix} = \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \exp\left(\frac{\tau}{\gamma} (\hat{A}_Q + \hat{A}_P)\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (66)$$

が得られる。指数関数演算子の行列表現も1次元系の時と同様に、

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_Q\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D(\alpha_Q) & D(b_Q)W \\ 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (67)$$

$$\exp\left(\frac{\tau}{\gamma} \hat{A}_P\right) \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I & 0 \\ D(b_P)W & D(\alpha_P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{p} \end{pmatrix} \quad (68)$$

ここで、

$$D(\alpha_Q) = \begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}, \quad D(b_Q) = \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_3 \end{pmatrix} \quad (69)$$

$$D(\alpha_P) = \begin{pmatrix} \alpha_2 & 0 \\ 0 & \alpha_4 \end{pmatrix}, \quad D(b_P) = \begin{pmatrix} b_2 & 0 \\ 0 & b_4 \end{pmatrix}$$

となる。行列  $D(\alpha_Q)$  および  $D(\alpha_P)$  は対角行列であり、それぞれ

$$\alpha_{i,j} = \exp\left(-\frac{\sigma_{i,j}\tau}{h^2\gamma}\right), \quad (i,j) \in P \quad \text{および} \quad \alpha_{i,j} = \exp\left(-\frac{\sigma_{i,j}\tau}{h^2\gamma}\right), \quad (i,j) \in Q \quad (70)$$

を対角成分とするものである。なお、ダブルインデックスにより指定される格子点が黒丸グループに属することを  $(i,j) \in P$ 、白丸グループに属することを  $(i,j) \in Q$  と表記している。また行列  $D(b_Q)$  および  $D(b_P)$  は対角行列であり、それぞれ

$$b_{i,j} = \frac{1 - \alpha_{i,j}}{\sigma_{i,j}}, \quad (i,j) \in Q \quad \text{および} \quad b_{i,j} = \frac{1 - \alpha_{i,j}}{\sigma_{i,j}}, \quad (i,j) \in P \quad (71)$$

を対角成分とするものである。行列  $W$  は黒丸グループに属する格子点と白丸グループに属する格子点を結ぶ辺の上で定義されたリンク変数を成分とする行列である。行列  $W$  の行は白丸グループの格子点に対応し列は黒丸グループの格子点に対応する。

## 1.6 リザーバーコンピューティング

リザーバーコンピューティングとは、系列データや時系列データの機械学習に適した計算の枠組みのことである。特徴としては、学習に必要な計算量が少ないため、よく知られているディープラーニングに比べて高速に計算が行える、一般の計算機でも十分に扱える利点がある。また、近年では、様々なスケールの物理系を用いたハードウェア実装が可能であるという面からもリザーバーコンピューティングに対する注目が高まっている [10]。

### 1.6.1 リザーバーコンピューティングの概念

リザーバーコンピューティングは、複数の具体的なリカレントニューラルネットワークの研究を背景として発展してきた情報処理の一般的な枠組みである。リザーバーコンピューティングモデルは、主にリザーバー (Reservoir) とリードアウト (Readout) の二つの要素から構成される。

リザーバーは、入力信号に対して非線形かつ高次元な応答を生成する動的システムであり、学習過程においてその内部構造や結合は変更されず、固定されたまま用いられる。一方、リードアウトでは、リザーバーから得られる状態を入力として、線形学習機などの比較的単純な学習器を用いて出力を生成する。この構成により、学習対象を出力層のみに限定できるため、高速かつ安定した学習が可能となる。

リザーバーコンピューティングの概念図は図 1.5 [12] に示す。

英語の “reservoir” は、液体を蓄える容器や、日常的に使用する水を貯蔵する貯水池を意味する。

例えば、静かな水面に石を投げ入れると、その地点を中心として波紋が広がる。この波紋の形状や広がり方は、投入された石の大きさや形状に依存する。すなわち、水面上に現れる波紋は、入力として与えられた石の情報を反映していると考えられる。

さらに、最初の石による波紋が残っている状態で、次々に別の石を投入することを考える。このとき、石を投げ入れる順序が時系列入力に対応する。複数の石が連続して投入されると、それぞれの波紋は互いに干渉し合い、より複雑な波動パターンが形成される。この波紋の状態は、各石の性質だけでなく、それらが投入された順序にも依存する。

このように、水面の状態が過去に投入された石の影響を保持していることは、リザーバーが過去の入力情報を内部に保持していることに対応する。この時間的記憶特性こそが、リザーバーコンピューティングが時系列データの処理に適している理由である。

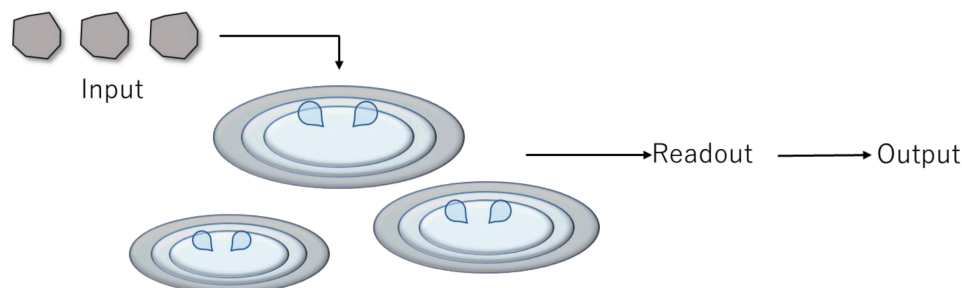


図 1.5: リザーバーコンピューティングの概念図 [1]

## 1.6.2 エコーステートネットワーク

エコーステートネットワーク (ESN) は、リザーバーコンピューティングを具体的なニューラルネットワーク構造として実装した代表的なモデルの一つである。ESN は人工ニューラルネットワークを基盤としたリカレント構造を持ち、時系列入力に対して過去の情報を内部状態として保持することで、入力系列の特徴を高次元空間へ写像する。

ESN は、入力層、リザーバー層、および出力層から構成される。入力層からリザーバー層への結合重みを  $W_{in}$ 、リザーバー内部の再帰結合重みを  $W$ 、リザーバー層から出力層への結合重みを  $W_{out}$  とする。一般的なリカレントニューラルネットワークでは、 $W_{in}$  や  $W$  を含む全ての重みを学習によって最適化する必要があるが、ESN においては  $W_{in}$  および  $W$  は事前に設定された固定値として扱われる。

リザーバー層は、入力信号を受けて非線形かつ時間依存的な状態変化を示す動的システムであり、この内部状態は入力系列の履歴を反映したものとなる。このとき形成される状態は、エコーステートと呼ばれ、十分な時間経過後には初期条件に依存せず、入力系列のみによって決定されるという性質を持つ。この性質はエコーステート性と呼ばれ、ESN が安定して動作するための重要な条件である。

学習は、リザーバーから得られる状態ベクトルを入力とし、出力を生成する  $W_{out}$  に対してのみ行われる。このため、線形回帰やリッジ回帰などの単純な学習手法を適用することが可能であり、学習計算量を大幅に削減できる。リザーバーは入力信号の特徴抽出器として機能し、リードアウトはその情報を目的に応じて読み出す役割を担う。

以上のように、エコーステートネットワークは、リザーバーの内部構造を固定したまま利用することで、時系列処理に必要な非線形性と記憶特性を確保しつつ、効率的な学習を実現するモデルである。

## 1.6.3 バッチ学習 (SVM)

本研究で用いるバッチ学習とは、時系列データを逐次的に学習するのではなく、一定期間にわたって得られたデータをまとめて扱い、一括して学習を行う方法である。このとき、学習区間全体を通してリードアウト重み行列  $W_{out}$  は時間  $n$  に対して不変であると仮定する。以下では、この仮定のもとでサポートベクタマシン (SVM) を用いた学習方法を述べる。

エコーステートネットワークにおいては、リザーバーの内部状態から出力が線形に生成される。すなわち、時刻  $n$  における出力は次式で与えられる。

$$\mathbf{y}(n) = W_{out}\mathbf{x}(n) \quad (72)$$

ここで  $\mathbf{x}(n)$  はリザーバー状態ベクトル、 $\mathbf{y}(n)$  は出力ベクトルである。学習の目的は、任意の時刻  $n$  において出力が目標値  $\mathbf{d}(n)$  を適切に識別できるような  $W_{out} \in \mathbb{R}^{N_y \times N_x}$  を決定することである。

時刻  $n = 1, \dots, T$  におけるリザーバー状態を列方向に並べた行列を

$$X = [\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(T)] \in \mathbb{R}^{N_x \times T} \quad (73)$$

対応する教師信号をまとめた行列を

$$D = [\mathbf{d}(1), \dots, \mathbf{d}(T)] \in \mathbb{R}^{N_y \times T} \quad (74)$$

と定義する。このとき、学習は行列  $X$  を特徴量、 $D$  を教師データとして扱う識別問題に帰着される。

SVMでは、リザーバー状態ベクトルを入力特徴量とみなし、分類境界となる超平面を求めることで出力重みを決定する。入力ベクトル  $x_i$  と対応する教師ラベル  $y_i \in \{+1, -1\}$  に対して、SVMは次式を満たす超平面を求める。

$$y_i(w \cdot x_i + b) \geq 1 \quad (75)$$

この条件のもとで、重みベクトルのノルムを最小化することにより、マージン最大化が達成される。実際には完全な線形分離が困難な場合が多いため、スラック変数  $\xi_i$  を導入したソフトマージンSVMを用いる。

$$\min_{w,b,\xi} \left( \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^T \xi_i \right) \quad (76)$$

$$\text{subject to } y_i(w \cdot x_i + b) \geq 1 - \xi_i, \quad \xi_i \geq 0 \quad (77)$$

ここで  $C$  は誤分類に対するペナルティとマージン最大化のバランスを制御するパラメータである。

さらに、カーネル関数を導入することで、高次元特徴空間における非線形な識別境界を暗黙的に構成することが可能である。リザーバーコンピューティングにおいては、リザーバーがもともと高次元かつ非線形な状態を生成するため、線形カーネルであっても高い識別性能が期待できる。

本研究では、リザーバー内部状態を特徴量とみなし、SVMをリードアウトとして用いることで、リザーバーが生成した高次元状態空間上で分類境界を学習し、出力重み  $W_{\text{out}}$  を決定している。この方法により、リザーバーの表現能力を活かした高い識別性能を実現する。

## 1.7 評価指標

本研究では、音声数字分類、話者分類、および画像認識といった分類タスクを対象としている。そのため、モデルの性能評価には分類精度 (accuracy) を用いた。

分類精度は、全サンプル数に対する正しく分類されたサンプル数の割合であり、次式で定義される。

$$\text{Accuracy} = \frac{\text{Number of correct predictions}}{\text{Total number of samples}} \quad (78)$$

## 1.8 本研究の目的

本研究の目的は、物理現象に基づくリザーバーコンピューティングにおいて、入力タスクの種類が識別性能および表現能力に与える影響を明らかにすることである。本研究では、第2種超伝導体における磁束ダイナミクスを利用した物理リザーバーを対象とし、その非線形性および時間的記憶特性が、異なる性質を持つタスクに対してどのように機能するかを検証する。具体的には、数値的な時系列入力に基づく数字分類タスク、音声信号に含まれる個人差に着目した話者分類タスク、および画像情報を入力とする数字画像分類タスク

(MNIST データセット) を対象とする。これらはそれぞれ、時間的依存性、信号の個体差、および空間的構造を含む入力であり、リザーバーに要求される情報処理特性が異なる。これら複数のタスクを同一の物理リザーバー上で実行し、学習手法および評価指標を統一した条件下で比較することにより、物理リザーバーが有する計算能力の特性と限界を明確にすることを旨とする。

## 第2章 実装および計算方法

### 2.1 実装する TDGL 方程式と固定パラメータの規格化

2次元の TDGL 方程式を AFI 法により実装した。ここではスカラーポテンシャルが空間全域で常にゼロとなるゲージを採用した。ゲージ場（ベクトルポテンシャル） $\mathbf{A}$  が時間的、空間的に変化する場合、規格化 TDGL 方程式は次の2式で記述される。

$$\tau_\Psi \frac{\partial \Psi}{\partial t} = (\nabla - i\mathbf{A})^2 \Psi - \alpha \Psi - \beta |\Psi|^2 \Psi \quad (79)$$

$$\tau_A \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = \text{Im}[\bar{\Psi}(\nabla - i\mathbf{A})\Psi] - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (80)$$

式(2.1)はオーダーパラメータ  $\Psi$  の時間発展を与える式であり、式(2.2)はベクトルポテンシャル  $\mathbf{A}$  の時間発展を与える式である。ここで  $\tau_A$  はベクトルポテンシャルに対する時定数である。幕展開係数は  $\alpha = -20$ ,  $\beta = 20$  と定めた。

このときコヒーレンス長  $\xi$  は

$$\xi = \sqrt{\frac{1}{|\alpha|}} \simeq 0.22 \quad (81)$$

と規格化される。以降、長さに関する量はすべて  $\xi$  で規格化する。したがって磁場侵入長  $\lambda$  および空間刻み幅  $h$  はそれぞれ

$$\lambda = \sqrt{\frac{1}{|\Psi_\infty|^2}} = -\sqrt{\frac{\beta}{\alpha}} = 1.0 \simeq 4.5\xi \quad (82)$$

$$h = 0.1\xi \quad (83)$$

となる。また、規格化 TDGL 方程式における上部臨界磁束密度  $B_{c2}$  は

$$B_{c2} = \sqrt{2}|\alpha| \quad (84)$$

と規格化した。先行研究を基にシミュレーション領域は  $\text{length} \times \text{width} = 10\xi \times 10\xi$  とした。印加磁場は計算領域に垂直な一様磁場として  $B = 0.035B_{c2}$  を与えた。

### 2.2 空間離散化

ゲージ場の時間発展は、ベクトルポテンシャル  $A$  をそのまま差分化するのではなく、計算を簡潔にするためリンク変数  $w_x, w_y$  に対する時間発展方程式へ変換して実装する方針とする。

まずリンク変数を次式で定義する。

$$w_{x i,j} \equiv \exp(-ihA_{x i,j}), \quad w_{y i,j} \equiv \exp(-ihA_{y i,j}) \quad (85)$$

次に、 $\nabla \times$  の差分化をリンク変数で表すため、格子点  $(i, j)$  を左下頂点とする微小正方形の周回に対応する量としてループ変数  $C_z$  を導入する。ループ変数は、微小正方形の辺上で定義されたリンク変数の積として次式で与える。

$$C_{z i,j} \equiv w_{x i,j} w_{y i+1,j} \bar{w}_{x i,j+1} \bar{w}_{y i,j} \quad (86)$$

このとき  $C_{z i,j}$  は、位置  $(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2})$  における  $(\nabla \times A)_z$  に対応する量であり、 $A$  の回転をリンク変数の積として表現したものである。

さらに、 $\nabla \times \nabla \times$  に相当する差分項は、隣接するループ変数の積として表せる。すなわち、

$$C_{z i,j} \bar{C}_{z i,j-1} \simeq \exp\left[-ih^3 (\nabla \times \nabla \times A)_{x i,j}\right] \quad (87)$$

$$\bar{C}_{z i,j} C_{z i-1,j} \simeq \exp\left[-ih^3 (\nabla \times \nabla \times A)_{y i,j}\right] \quad (88)$$

である。ここで式 (87) と式 (88) は、それぞれリンク変数  $w_{x i,j}$  および  $w_{y i,j}$  と同じ空間位置で定義される量として扱う。

以上より、TDGL 方程式のうち空間微分を含む項を格子上で評価する際、オーダーパラメータ  $\Psi_{i,j}$  のラプラシアン型の結合はリンク変数を介して記述でき、またゲージ場に関する  $\nabla \times \nabla \times$  項はループ変数の積で実現できる。したがって、ゲージ不変性を保ったまま空間離散化を行えることになる。

この離散化に基づき、空間離散化後の時間発展方程式は、 $\Psi_{i,j}$  に関する式と、 $w_{x i,j}$ ,  $w_{y i,j}$  に関する式として整理される。

## 2.2.1 境界条件の処理

ここでは、数値解析における境界条件の処理方法について述べる。解析対象は二次元の長方形領域であり、オーダーパラメータ  $\Psi$  は格子点上で  $\Psi_{i,j}$  として定義する。

$$\Psi_{i,j}, \quad i = 0, \dots, N_x + 1, \quad j = 0, \dots, N_y + 1 \quad (89)$$

図 2.1 に境界付近の格子点とリンク変数の配置を示す。印加磁場は  $z$  方向の一様磁場  $B_a$  を仮定し、境界において  $\nabla \times \mathbf{A} = \mathbf{B}_a = (0, 0, B_a)$  が満たされるように設定する。また、 $y$  方向に印加電流  $\mathbf{J}_a = (0, J_a, 0)$  が存在する場合には、磁場条件に電流の寄与が加わるものとし、これらの条件はリンク変数の境界条件として反映させる。

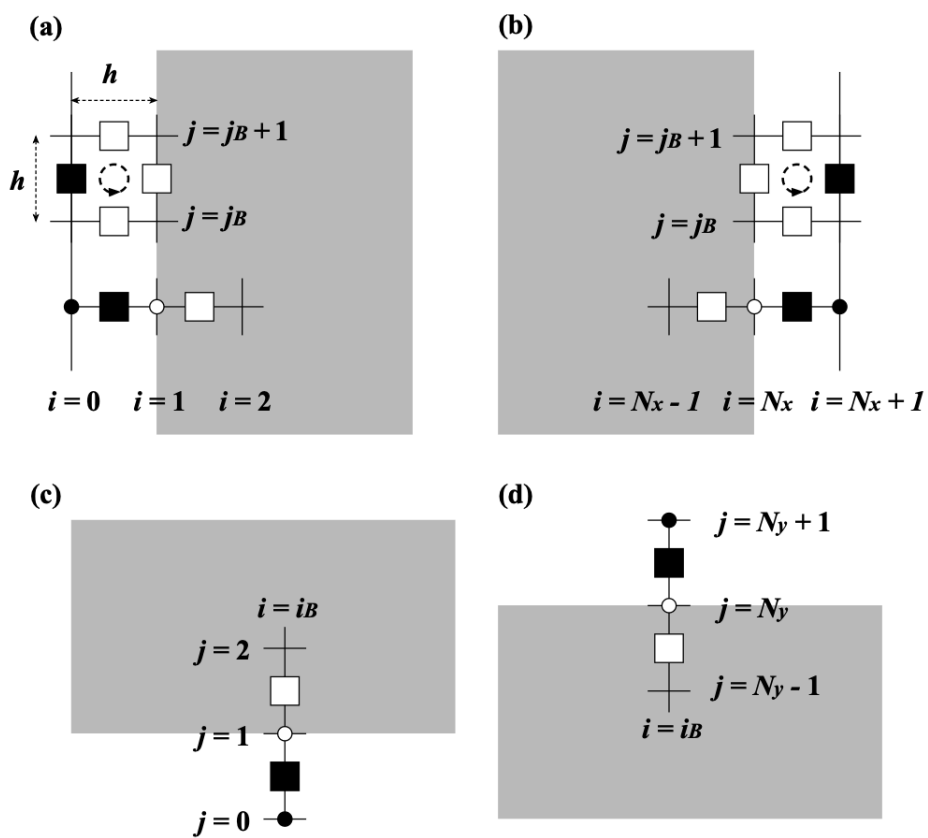


図 2.1: 境界付近の格子点とリンク変数の配置図 [8]  
 (a) 西側境界 ( $x=0$ ) (b) 東側境界 ( $x=L_x$ ) (c) 南側境界 ( $y=0$ ) (d) 北側境界 ( $y=L_y$ )

## 2.2.2 リンク変数の境界条件

西側および東側境界 ( $x = 0$  および  $x = L_x$ ) では、境界面に垂直な成分であるリンク変数  $w^x$  に対してノイマン境界条件を課す。

$$w_{0,j_B}^x = w_{1,j_B}^x \quad (90)$$

$$w_{N_x,j_B}^x = w_{N_x-1,j_B}^x \quad (91)$$

ここで  $j_B = 1, \dots, N_y$  である。実装においては、右辺の値を左辺に代入する形で境界条件を適用する。

西側境界における境界面に平行な成分  $w^y$  は、アンペールの法則に基づき、ループ変数の積が磁束に対応することをを用いて与える。

$$w_{0,j_B}^x w_{1,j_B}^y \bar{w}_{0,j_B+1}^x \bar{w}_{0,j_B}^y \simeq \exp \left[ -ih^2 \left( B_a + \mu_0 \frac{L_x}{2} J_a \right) \right] \quad (92)$$

南側および北側境界では、境界面に垂直な成分  $w^y$  に対して次のノイマン境界条件を課す。ここで  $i_B = 1, \dots, N_x$  である。

$$w_{i_B,0}^y = w_{i_B,1}^y \quad (93)$$

$$w_{i_B,N_y}^y = w_{i_B,N_y-1}^y \quad (94)$$

さらに、南北境界における境界面に平行な成分  $w^x$  についてもノイマン境界条件を適用する。ここで  $i_B = 1, \dots, N_x - 1$  である。

$$w_{i_B,0}^x = w_{i_B,1}^x \quad (95)$$

$$w_{i_B,N_y+1}^x = w_{i_B,N_y}^x \quad (96)$$

## 2.2.3 オーダーパラメータの境界条件

西側および東側境界では、ゲージ場を考慮したノイマン境界条件に対応する更新式を用いる。ここでは、 $j_B = 1, \dots, N_y$  である。

$$\Psi_{0,j_B} = w_{0,j_B}^x \Psi_{1,j_B} \quad (97)$$

$$\Psi_{N_x+1,j_B} = \bar{w}_{N_x,j_B}^x \Psi_{N_x,j_B} \quad (98)$$

南側および北側境界についても同様に、ノイマン境界条件に対応する更新式を適用する。ここでは、 $i_B = 1, \dots, N_x$  である。

$$\Psi_{i_B,0} = w_{i_B,0}^y \Psi_{i_B,1} \quad (99)$$

$$\Psi_{i_B,N_y+1} = \bar{w}_{i_B,N_y}^y \Psi_{i_B,N_y} \quad (100)$$

## 2.2.4 初期条件と時間離散化

ここでは、数値計算における初期条件および時間離散化の方法について述べる。

## 2.2.5 初期条件

計算開始時におけるオーダーパラメータ  $\Psi$  は、空間全体にわたって一様な超伝導状態を基準とし、そこに微小なランダム揺らぎを重畳した状態として与える。具体的には、各格子点  $(i, j)$  において、

$$\Psi_{i,j}(t=0) = 1 + \varepsilon_{i,j} \quad (101)$$

と設定する。ここで  $\varepsilon_{i,j}$  は平均値 0 十分に小さな分散を持つ複素乱数であり、磁束生成の対称性を破るために導入する。

ベクトルポテンシャルについては、外部印加磁場  $B_a$  に対応する初期分布を与え、その後の時間発展は TDGL 方程式に従って計算する。これにより、計算初期段階において磁束が自発的に形成され、系が準定常状態へと緩和していく過程を追跡できる。

## 2.2.6 時間離散化

時間発展方程式の数値積分には、陽的な時間発展スキームを用いる。時間を刻み幅  $\Delta t$  によって離散化し、時刻  $t = n\Delta t$  における各変数の値から、次の時刻  $t = (n+1)\Delta t$  の値を逐次的に更新する。

オーダーパラメータ  $\Psi_{i,j}$  の時間発展は、離散化された TDGL 方程式に基づき、

$$\Psi_{i,j}^{n+1} = \Psi_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{\tau_\Psi} F_\Psi(\Psi_{i,j}^n, w_{i,j}^{x,n}, w_{i,j}^{y,n}) \quad (102)$$

として更新する。ここで  $F_\Psi$  は、空間離散化後の TDGL 方程式右辺を表す関数である。

同様に、リンク変数  $w_{i,j}^x$  および  $w_{i,j}^y$  についても、対応する時間発展方程式を陽的オイラー法により離散化し、各時間ステップごとに更新する。

時間刻み幅  $\Delta t$  は、数値安定性および計算精度を考慮して十分に小さく設定する。本研究では、時間発展が発散しないことを確認した上で、一定の  $\Delta t$  を全計算を通じて用いる。

以上より、初期条件からの緩和過程、および外部磁場下における磁束ダイナミクスの時間発展を数値的に解析する。

## 2.3 電界・磁界・電流密度の実装

TDGL 方程式を電磁量の計算に直接使い、電界  $E$ 、磁界  $B$ 、電流密度  $J$  を数値的に評価する方法を整理するものである。以降、 $\phi$  をスカラーポテンシャル、 $q$  を電荷とする。

まず、TDGL 方程式は次の形にも書けるものである。

$$\gamma \left( \frac{\partial}{\partial t} + iq\phi \right) \Psi = (\nabla - iq\mathbf{A})^2 \Psi - \alpha\Psi - \beta|\Psi|^2\Psi \quad (103)$$

$$\gamma \left( \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla\phi \right) = q\text{Im}[\bar{\Psi}(\nabla - iq\mathbf{A})\Psi] - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (104)$$

電界  $\mathbf{E}$  および磁界  $\mathbf{B}$  は、ポテンシャルから次のように定義される。

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi - \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (105)$$

式 (2.44) から式 (2.46) はゲージ対称性を持つため、任意関数  $\chi$  に対して次の変換を施しても形は不変である。

$$\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} + \nabla\chi, \quad \phi \rightarrow \phi - \frac{\partial\chi}{\partial t}, \quad \Psi \rightarrow \Psi \exp(iq\chi) \quad (106)$$

この自由度を用いて、本研究では  $\phi$  が空間全域で常に 0 となるゲージを採用するものである。これにより、基礎式は次の形へ簡約される。

$$\gamma \frac{\partial\Psi}{\partial t} = (\nabla - iq\mathbf{A})^2\Psi - \alpha\Psi - \beta|\Psi|^2\Psi \quad (107)$$

$$\tau_A \frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t} = q\text{Im}[\bar{\Psi}(\nabla - iq\mathbf{A})\Psi] - \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} \quad (108)$$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (109)$$

### 2.3.1 電界

ゲージ  $\phi = 0$  のもとでは式 (2.50) 左式より、電界は  $\mathbf{A}$  の時間変化から得られるものである。さらにリンク変数の偏角表現を用いると、格子上では電界  $\mathbf{E} = (E_x, E_y)$  を次で評価する形となる。

これらを実装対象とする。

$$E_{x\,i,j} = \frac{1}{h} \frac{d\theta_{i,j}^x}{dt} = \omega_{i,j}^x/h \quad (110)$$

$$E_{y\,i,j} = \frac{1}{h} \frac{d\theta_{i,j}^y}{dt} = \omega_{i,j}^y/h \quad (111)$$

### 2.3.2 磁界

式 (2.50) 右式より磁界はベクトルポテンシャルの回転で与えられるものである。ループ変数  $C_{i,j}^z$  の定義に基づけば、 $z$  成分は次式で計算できるため、これを実装するものである。

$$B_{z\,i,j} = -\frac{1}{h^2} \arg[C_{i,j}^z] \quad (112)$$

磁界  $B_{z\,i,j}$  は、 $C_{i,j}^z$  が定義される位置と同一の空間位置で定義されるものとする。

### 2.3.3 電流密度

式 (2.49) 右辺第 1 項は電流密度に対応するため、これを  $\mathbf{J}$  と定めるものである。

$$\mathbf{J} = q\text{Im}[\bar{\Psi}(\nabla - iq\mathbf{A})\Psi] \quad (113)$$

リンク変数を用いた格子表現では、成分ごとに次の離散式で評価する形となる。これらを実装するものである。

$$J_{x i,j} = q\text{Im}[\bar{\Psi}_{i,j} w_{i,j}^x \Psi_{i+1,j}] / h \quad (114)$$

$$J_{y i,j} = q\text{Im}[\bar{\Psi}_{i,j} w_{i,j}^y \Psi_{i,j+1}] / h \quad (115)$$

ここで、 $J_x$  および  $J_y$  は、それぞれ対応するリンク変数  $w^x$ ,  $w^y$  が与えられている位置と同一の空間位置で定義されるものとする。

### 2.3.4 ピンの導入

ピンの導入は、超伝導領域と局所的に性質を変化させた領域の間に生じる凝縮エネルギー差に起因する引力的相互作用を仮定して実装するものである。本研究では、TDGL方程式に含まれるパラメータ  $\alpha$  に空間依存性を与えることでこれを実現する。超伝導領域では  $\alpha = -40$  としているため、ピンを配置したい格子点において  $\alpha > -40$  となるように設定すると、当該位置で凝縮エネルギー的な不均一性が形成される。その結果、量子化磁束がその位置に捕捉されやすくなり、固定点として機能する領域を数値的に導入できるものである。

## 2.4 Mel-Frequency Cepstral Coefficients (MFCC)

音声信号から話者固有の特徴や発音内容に関する特徴を抽出する代表的な手法として、Mel-Frequency Cepstral Coefficients(以下、MFCC)[11]が広く用いられている。MFCCは、人間の聴覚特性を模倣した周波数尺度に基づいてスペクトル情報を圧縮し、音声の時間変化に対して頑健な特徴量を与えるものである。本研究では、超伝導リザーバーに入力する前処理として、音声波形から MFCC を抽出し、その時間変化を電流密度入力へと変換している。

## 2.5 MNIST データセット

ベンチマークデータセットとして MNIST (Modified National Institute of Standards and Technology) データセットを用いる。

画像データは本来空間構造を持つが、本研究では画素値を時間信号へ変換することで、空間情報を時間応答としてリザーバーへ入力する。このとき、超伝導体の磁束ダイナミクスが空間構造に対してどのような応答を示すかを評価する。

## 2.6 リザーバーコンピューティング

Processing 上で描画された大きさ  $100\xi \times 100\xi$  の二次元超伝導領域に対して、電流密度の時間変化を入力として与えた。この領域内から無作為に 50 点を選択し、選択した各点における電界を抽出した。この操作を  $t = 1$  から 10000 までの時間ステップにわたって行った。

得られた各点の電界値  $E(t)$  を、入力信号系列である電流密度  $J(t)$  によって駆動されるリザーバーのノード状態  $X(t)$  として扱った。すなわち、電流密度による外部駆動に対す

る超伝導体内部の電磁応答をリザーバーの内部状態として利用し、これらの状態を用いてリザーバーコンピューティングを実行した。

電流密度の印加方法および電界抽出の概略図を 図 2.2 [12] に示す。

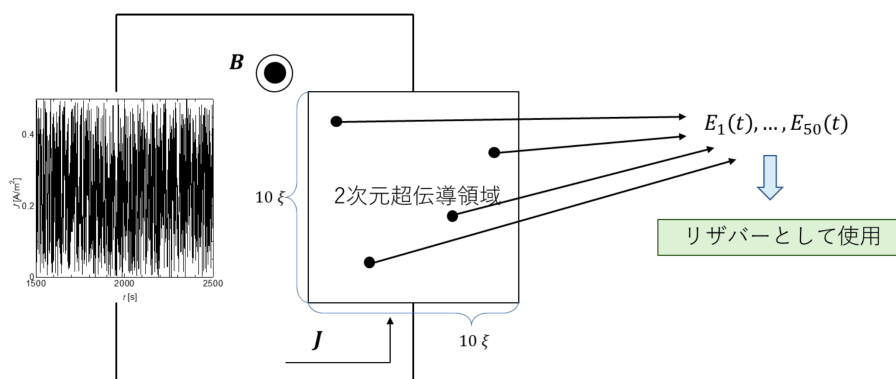


図 2.2: 電流の印加方法と電界の抽出の方法の概略図 [12]

### 2.6.1 音声数字分類タスク

音声数字分類タスクは、入力された音声信号が 0 から 9 までのいずれの数字に対応するかを識別する課題である。本タスクでは、時間的に変化する音声信号を電流波形として入力し、その時系列的特徴に基づいて分類を行う。

音声は、6 人の音声を用い、各数字を 50 回発音したデータを使用した。音声信号は、発話に伴う振幅や周波数成分の時間変化を含んでおり、過去の入力履歴が現在の状態に影響を与える。そのため、時間的記憶特性および非線形応答を有するリザーバーコンピューティングとの親和性が高いタスクである。

音声信号を前処理により時間系列データとして整形し、これを外部入力として物理リザーバーへ与える。リザーバー内部で生成される状態の時間変化を用いて、各数字クラスへの識別を行い、物理リザーバーの時系列処理能力を評価する。

### 2.6.2 話者数字分類タスク

話者数字分類タスクは、同一の数字が発話された場合であっても、話者ごとに異なる音声的特徴が存在することに着目した課題である。本タスクでは、6 人の入力された音声信号がどの話者によって発話されたものであるかを識別する。

話者ごとの音声には、声道形状や発声の癖に起因する微細な違いが含まれており、これらは時間的に連続した信号の中に分散して現れる。そのため、単純な瞬時情報のみではなく、時系列全体の特徴を捉える能力が求められる。

数字音声を電流波形として入力し物理リザーバーを駆動し、得られる内部状態を用いて話者の識別を行う。これにより、同一内容の入力に対しても異なる応答を生じさせる物理リザーバーの表現能力を評価する。

### 2.6.3 画像認識タスク

画像認識タスクでは、静的な二次元画像に含まれる空間的特徴をもとに、数字のクラスを識別する。本研究では、画像認識タスクの代表的なベンチマークとしてMNIST データセットを用いる。

画像データは本来、空間構造を持つ静的情報であるが、本研究ではこれを時間系列信号へ変換し、物理リザーバーへの入力として与える。この変換により、空間的信息が時間方向に展開され、リザーバーの時間応答を通じて処理される。

画像入力に対する分類性能を評価することで、時系列処理を本質とする物理リザーバーが、空間情報を含むタスクに対してどの程度有効に機能するかを検証する。

# 第3章 結果と考察

## 3.1 音声数字分類タスク

超伝導リザーバーを用いた音声数字分類タスクにおける混同行列を図 3.1 に示す。本実験では、パラメータ  $\alpha = -10$ 、ピンの数を 10 とした。ここで  $\alpha$  はピン力の強さを表すパラメータである。

混同行列の縦軸はテストデータにおける実際の数字ラベル、横軸はモデルによって予測されたラベルを表している。

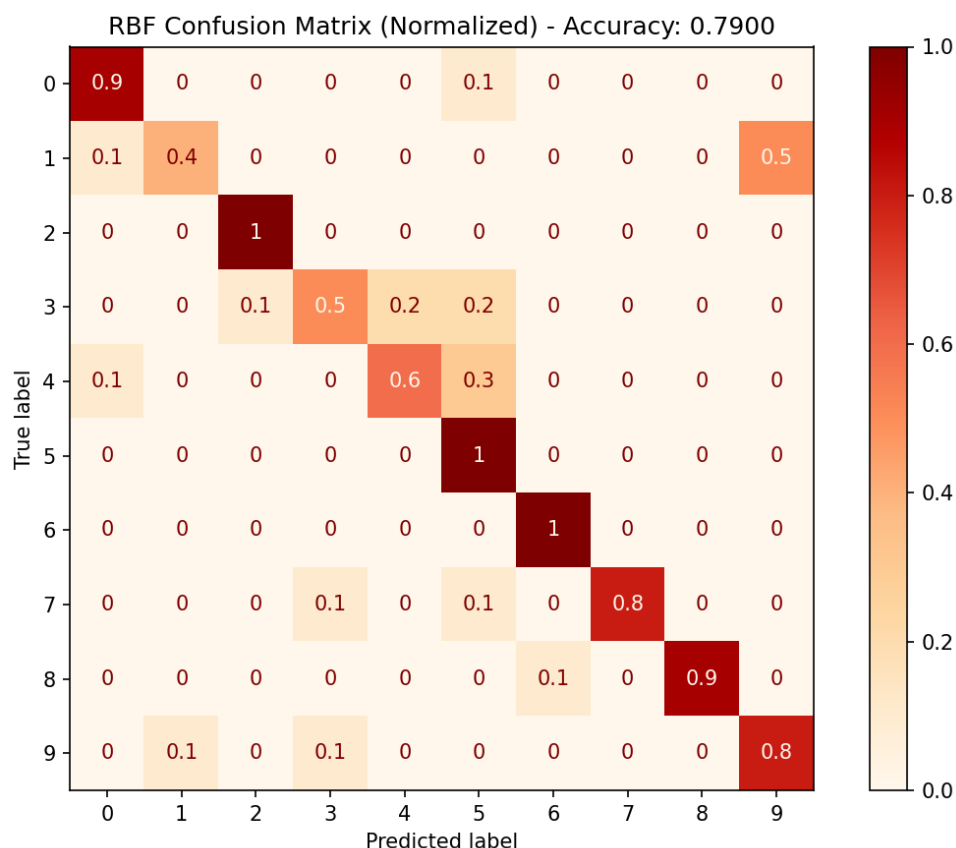


図 3.1: 数字の音声分類タスクの混同行列

図 3.1 の混同行列は、対角成分が支配的であるほど各数字が正しく識別されていることを意味する。一方で、対角以外に値が現れる領域は、特定の数字が別の数字として誤認識されやすい組み合わせを表す。したがって、図 3.1 からは、単なる全体の精度だけでなく誤分類がどの数字間で生じやすいかという誤りの構造を読み取ることができる。これは、MFCC として抽出された時間周波数特徴のうち、数字ごとの発音に由来する特徴差が、超伝導リザーバーの内部状態の分離として十分に表現できているかを示す指標として解釈できる。

さらに、この結果は、超伝導リザーバーが音声信号に含まれる時間的特徴を反映した内部状態が形成されていることを示している。

一方で、発音や時間構造が類似した数字については、リザーバー内部状態が近い表現となり、完全な分離が困難であった可能性が考えられる。

音声数字分類では、入力信号の時間方向の変化が重要な情報となるため、時間的記憶特性を有する超伝導リザーバーは本タスクに対して有効に機能する構造を持つと考えられる。しかしながら、類似した音響特徴を持つ入力に対しては、現在のパラメータ設定では識別能力に限界があることが示唆される。

次に、ピンの数を40に固定し、 $\alpha$ を0から-60まで変化させたときの分類精度を図3.2に示す。

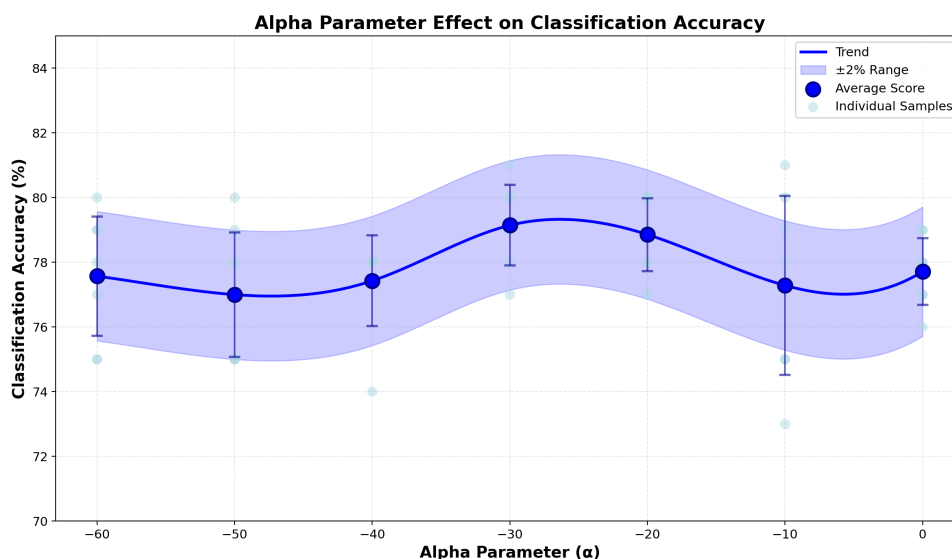


図 3.2:  $\alpha$  と score の関係を可視化したプロット図

図3.2は、横軸に $\alpha$ 、縦軸に分類精度をとったものであり、 $\alpha$ の変化が分類性能へ与える影響の大きさを定量的に評価する目的で作成した。一般に、 $\alpha$ は磁束がピンに補足される強さ、すなわち磁束運動の拘束度合いを変化させるため、リザーバーが生成する内部状態の非線形性や記憶特性が変化する。したがって、 $\alpha$ を変えることで入力の違いが内部状態にどれだけ分離して写像されるかが変化し、その結果として分類精度に差が現れる。

図3.2より、分類精度は $\alpha = 0$ 付近では中程度の精度を示し、 $\alpha = -30$ 付近でピークを迎え次第に低下することが確認された。分類精度は $\alpha$ に対して一様には変化せず、特定の範囲において高い値を示す傾向が確認された。特に、 $\alpha \approx -30$ 付近で平均分類精度が最大となり、この領域では精度のばらつきも比較的小さい。一方で、この範囲から $\alpha$ が大きく外れると、分類精度は低下する傾向が見られた。

本結果は、ピン力を表すパラメータ $\alpha$ が、リザーバー内部の非線形性および安定性に影響を与えていることを示している。非線形性が弱い場合には入力差が十分に増幅されず表現能力が不足し、一方で強すぎる場合には入力信号に対する応答が過度に乱れ、安定した内部状態が形成されにくくなる。

$\alpha$ は凝縮エネルギーに対応するパラメータであり、オーダーパラメータの成長度合い、すなわち超伝導状態の強さを決定する量である。 $\alpha$ が変化することで磁束ダイナミクスの非線形応答の強さが変化し、その結果、リザーバー内部状態の分離性能に直接影響を与える。

したがって、 $\alpha$  の値を適切に設定することで、非線形性と安定性のバランスが取れ、分類性能が向上したと解釈できる。

さらに、 $\alpha = -20$  に固定し、ピンの数を 0 から 60 まで変化させた場合の分類精度を図 3.3 に示す。

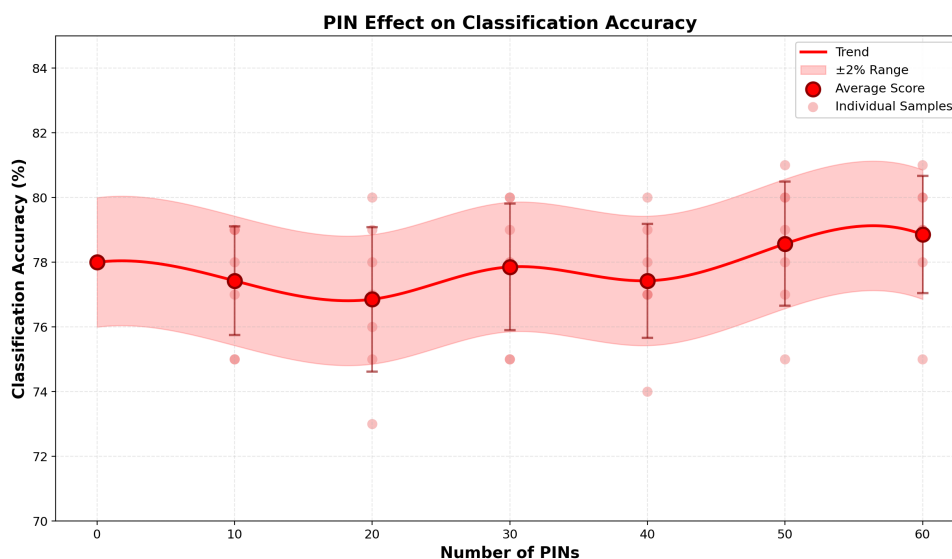


図 3.3: pin と score の関係を可視化したプロット図

図 3.3 は、ピンの数を変化させた場合の分類精度を示している。本結果は、ピンの導入が磁束ダイナミクスを変化させ、内部状態の多様性（状態空間の広がり）を増大させることを示唆する。ピンが十分に多い条件では、磁束の運動が完全に自由ではなく適度に制限されるため、入力電流に対する応答が単純な周期運動へ収束しにくくなり、時間発展が複雑化する。その結果、同じ長さの時系列入力でも内部状態が高次元に展開され、クラス間の分離が改善し、分類精度の向上につながったと考えられる。

一方で、ピンが少ない場合や中間的な条件では、磁束の運動自由度が大きすぎることで内部状態が安定した特徴表現を形成しにくく、結果として分離性能が不足し精度が低下した可能性がある。

すなわち、ピンは磁束の運動自由度を制御する役割を持ち、磁束の自由な運動による多様性と、状態の収束性との間に最適なバランスが存在することを、本結果は示している。

最後に、 $\alpha$  を 0 から  $-60$ 、ピンの数を 0 から 60 まで変化させた場合の分類精度をコンター図として図 3.4 に示す。コンター図内に示された数値は、各パラメータ設定において得られた分類精度を表している。横軸はピンの数、縦軸はピンの強さ  $\alpha$  を示す。

また、コンター図における赤色の領域は分類精度が高いことを表しており、青色に近づくにつれて分類精度が相対的に低下していることを示している。

これにより、ピンの数および  $\alpha$  の組合せに対する分類性能の分布を視覚的に把握することができる。

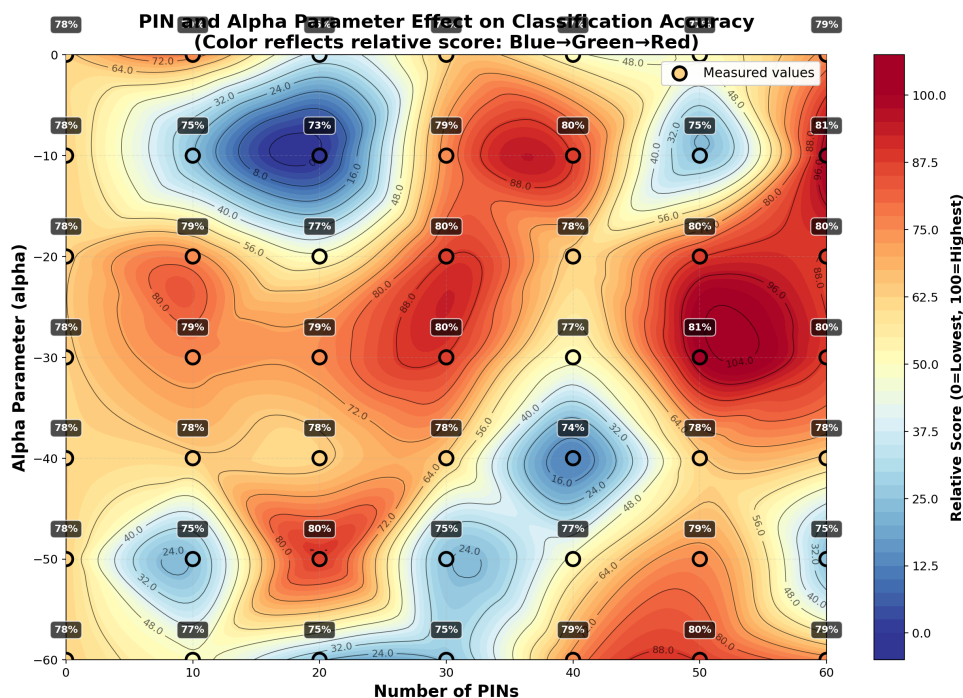


図 3.4: pin と  $\alpha$  の関係を可視化したコンター図

図 3.4 より、ピンの数が 0 の場合、すなわち超伝導体内部にピンが存在しない条件では、分類精度がほぼ一定となる領域が確認された。この条件では、 $\alpha$  を変化させても分類精度に大きな変化は見られない。

本研究では、ピンが存在しない領域における  $\alpha$  を  $\alpha = -40$  に固定している。そのため、ピンが存在する場合であっても、ピン位置における  $\alpha$  が  $-40$  に近づくとき、ピンが存在する領域と存在しない領域との間で凝縮エネルギーの差がほとんど生じなくなる。

この結果、 $\alpha$  を変化させても磁束ダイナミクスに大きな変化が生じず、リザーバー内部ダイナミクスに非線形応答の違いが十分に反映されなかったと解釈できる。すなわち、 $\alpha$  の効果を有効に発現させるためには、磁束の運動を制御するピンの存在と、ピン領域と非ピン領域との間に十分なパラメータ差が必要であることを示している。

以上の結果を踏まえ、本研究では以降の話者分類および画像認識において、分類精度が比較的高くかつ近傍のパラメータ変化に対して性能が極端に劣化しにくい条件として、ピンの数を 50、 $\alpha$  を  $-30$  として検証を行った。

## 3.2 話者分類タスク

話者分類タスクにおける混同行列を図 3.5 に示す。

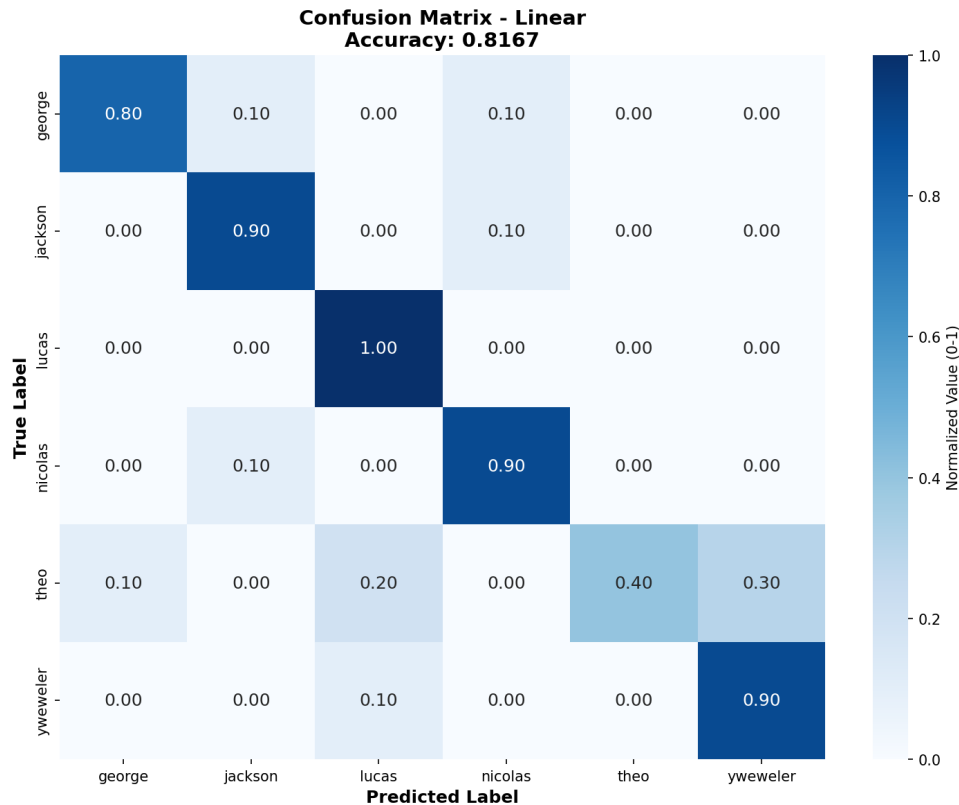


図 3.5: 話者分類タスクの混同行列

図 3.5 では、多くの話者に対して対角成分が支配的であり、全体として安定した識別性能が得られている。一方で、対角以外の成分が目立つ箇所は、特定の話者間で特徴が近く、内部状態空間上でも分離が不十分であった可能性を示す。したがって図 3.5 は、話者固有特徴がどの程度クラスごとのまとまりとして表現されているか、さらにどの組合せで混同が生じるかを可視化している。

話者分類は数字分類よりも微細な音声特徴の識別を必要とする。なぜなら、同じ数字を発話していても、話者ごとに声道形状や発声の癖によってスペクトル包絡や時間変化がわずかに異なり、その差は短時間の瞬時情報ではなく時系列全体に分散して現れるためである。したがって本結果は、超伝導リザーバーが音声信号に含まれる話者固有の時間的特徴を内部状態として十分に表現されていること、すなわち入力小さな違いを高次元かつ時間依存的な状態変化として展開し、クラス分離に寄与していることを示唆する。

以上の結果より、入力信号のわずかな違いに対しても、リザーバー内部で高次元かつ時間依存的な状態変化が生成されており、その状態の分離が分類性能として現れていると解釈できる。これは、超伝導リザーバーが高い分離性能を有することを示す結果である。

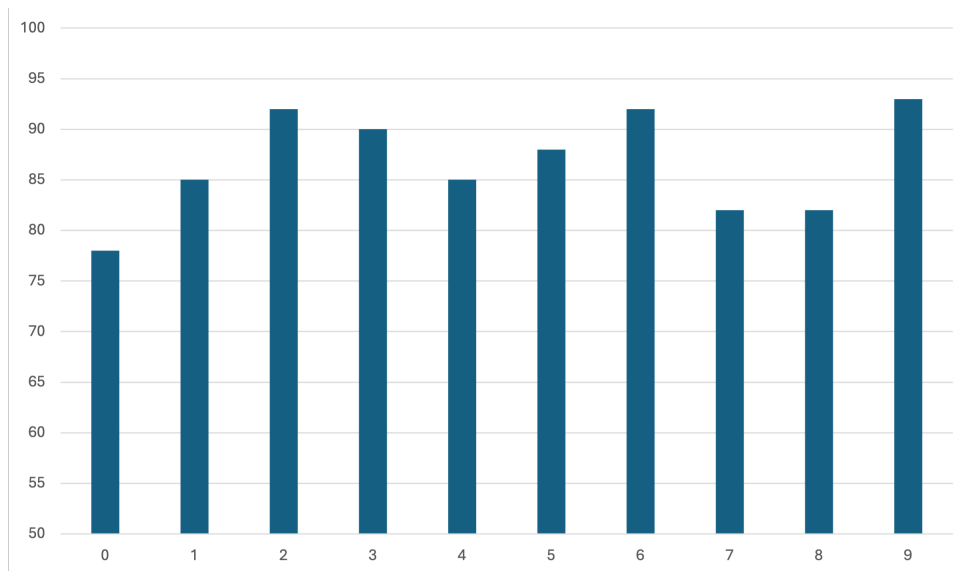


図 3.6: 各数字における話者分類の精度

次に各数字毎に話者分類を行った結果を図 3.6 に示す。

図 3.6 より、数字によって話者分類の精度に差が生じていることが確認できる。特に数字 2、6、9 においては 90% を超える高い精度が得られている。一方で、0、7 などの数字では、他の数字と比較してやや低い精度にとどまっていることが分かる。

この差は、発音の音響的特徴、特に母音・子音の遷移の明瞭さや時間変化の複雑さに起因すると考えられる。例えば、2 や 6、9 は母音や子音の遷移が比較的明瞭であり、時間変化に富んだ音声波形を持つ場合、入力電流密度の時間変化も複雑となり、電界応答に話者固有の特徴がより強く反映されやすい。

リザーバー内部の電界応答に話者固有の特徴がより強く反映されたと考えられる。これに対し、0 や 7 は発音の持続時間や周波数成分の変化が比較的単調であり、リザーバー内部に形成される状態の多様性が限定され、話者間の識別に必要な特徴が十分に表現されにくかった可能性がある。

### 3.3 画像認識タスク

図 3.7 に手書き数字画像に対する認識結果をまとめた混同行列を示す。

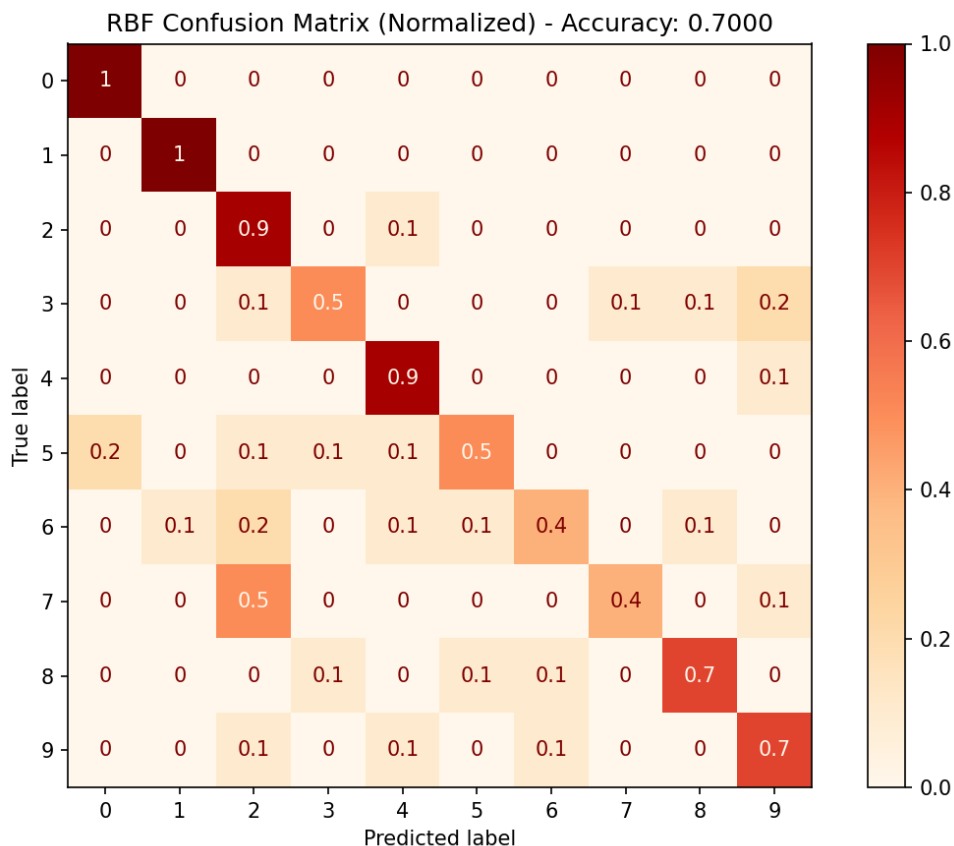


図 3.7: 画像認識タスクの混同行列

図 3.7 では数字によって認識精度にばらつきが見られ、特に形状が類似した数字間で誤分類が生じやすい傾向が確認された。これは、画像データを時系列信号として入力した際に、空間的に近い形状がリザーバー内部で類似した内部状態として表現された。画像は本来二次元の空間構造を持つ静的情報であるのに対し、本研究の超伝導リザーバーは時間発展を通じて特徴を展開する時系列処理に強みを持つ。そのため、画像を時系列に変換する段階（画素の走査順序や並べ方）で、空間的な近傍関係が時間方向にどの程度保存されるかが、内部状態の分離に強く影響する。空間的に類似した形状が、時系列化後も類似した変化パターンとして入力される場合、リザーバーの時間発展軌道も類似しやすく、結果としてクラス間の距離が縮まり、誤分類が生じやすくなる。一方で、形状差が大きい数字では入力系列の差も大きくなり、内部状態が十分に分離されやすいため高い精度が得られると考えられる。以上より、画像認識の性能向上には、時系列化手法の改善、ピンの数や  $\alpha$  の調整が重要である。

## 第4章 結論

本研究では、第2種超伝導体における磁束ダイナミクスを利用した物理リザバーコンピューティングの計算能力を、分類タスクを通して検証することを目的とした。これまで主に時系列予測タスクで評価されてきた超伝導リザバーに対して、音声数字分類、話者分類、および画像認識といった異なる性質を持つ分類タスクを、同一のリザバー構成および学習条件のもとで適用し、その有効性を比較した。

数値シミュレーションの結果、超伝導リザバーは音声数字分類タスクにおいて高い識別性能を示した。これは、入力信号の時間的な特徴がリザバー内部の状態に効果的に反映され、有効な特徴として利用できているためであると考えられる。また、話者分類タスクにおいても一定の識別性能が得られ、超伝導体を持つ非線形性や時間的な記憶特性が、音声に含まれる話者ごとの違いを捉えることに寄与していることが示された。

一方で、画像認識タスクでは音声タスクと比較して識別性能がやや低下した。これは、本研究で用いたリザバーが主に時間変化に基づく情報処理を得意としており、空間的な構造を持つ画像データを時間方向の情報へ変換する過程が性能に大きく影響するためであると考えられる。

さらに、ピンや  $\alpha$  といった物理パラメータが分類性能に与える影響を調べた結果、これらの値によってリザバー内部の状態変化が変わり、分類精度が大きく変化することが確認された。このことから、物理パラメータを調整することで、リザバーの性質を物理的に制御できる可能性が示された。

以上より、超伝導リザバーは時間的な特徴を持つ入力に対して高い計算能力を発揮する一方で、入力の性質に依存した特性を有することが明らかになった。

今後は、パラメータの最適化や入力方法の工夫、さらに実際のデバイスへの応用を見据えた検討を進めることで、超伝導体を用いた物理リザバーコンピューティングの可能性をさらに広げることが期待される。

# 参考文献

- [1] K. Arita, T. Ueda, E. S. Otabe, Y. Usami, H. Tanaka, and T. Matsuno, “A new physical reservoir using the complex dynamics of electric fields in type-II superconductors containing pinning centers interacting with quantized magnetic flux lines,” *Physica C Superconductivity and its Applications*, vol. 662, Article no. 135452, 2024.
- [2] 松下照男, 「磁束ピンニングと電磁現象」 第2版, 2014年3月.
- [3] V. L. Ginzburg and L. D. Landau, “On the theory of superconductivity,” *Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, vol. 20, p. 1064, 1950. (English translation in: L. D. Landau, *Collected Papers*, Pergamon Press, 1965, p. 546.)
- [4] A. Schmid, “A time dependent Ginzburg–Landau equation and its application to the problem of resistivity in the mixed state,” *Physik der kondensierten Materie*, vol. 5, pp. 302–317, 1966.
- [5] 松下照男, 「卒論講義ノート」, 九州工業大学.
- [6] T. Matsuno, E. S. Otabe, and Y. Mawatari, “Explicit integrators based on a bipartite lattice and a pair of affine transformations to solve quantum equations with gauge fields,” *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 89, no. 5, 054006, 2020.
- [7] T. Matsuno, E. S. Otabe, and Y. Mawatari, “Explicit structure-preserving integrators for dissipative and conservative nonlinear time dependent Schrödinger equations with gauge fields,” *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 92, 074004, 2023.
- [8] T. Matsuno, “Link variables for the TDGL equation,” Technical note, Sept. 11, 2015.
- [9] 松野哲也, 「AFIをはじめよう ver.6」, 2020年1月.
- [10] 田中剛平, 中根了昌, 廣瀬明, 『リザーバーコンピューティング — 時系列パターン認識のための高速機械学習の理論とハードウェア』, 森北出版, 2021年3月.
- [11] A. Karacali, Y. Nakao, O. Srikimkaew, G. Abdi, K. Szczilowski, Y. Usami, and H. Tanaka, “Mel-frequency cepstral coefficients feature extracted voice recognition task using atomic switch Ag/Ag<sub>2</sub>S device-based time-delayed reservoir computing,” *NOLTA, IEICE*, vol. 15, no. 4, pp. 871–882, 2024.
- [12] 有田 拳, 「超伝導リザーバーの精度向上に関する研究」, 九州工業大学大学院 修士論文, 2024年.

# 研究実績

楠木寿季也, 有田拳, 小田部荘司, Ahmet Karacali, 徐木貞, 宇佐美雄生, 田中啓文, 松野哲也, 「超電導体を用いたリザーバーコンピューティングによる音声認識」, 2025年度電気学会 若手研究発表会, オンライン開催, 令和7年11月5日.

# 謝辞

本研究に取り組むにあたり、多くの方から多大なご助力を賜りました。まず、指導教官である小田部荘司教授に御礼申し上げます。研究におきましては進捗が行き詰ったときの相談に乗っていただき、研究に必要な超伝導現象に関する理論に関しても大変わかりやすくご教授下さいました。また、学会発表など私の研究を発表する機会や、市役所のDX化のアプリケーション開発の機会を与えていただきました。

次に、有明高専の松野先生に御礼申し上げます。松野先生が書かれたAFIの大変わかりやすい資料のおかげで研究をスムーズに進めることができました。

そして、AFI、リザーコンピューティングの研究テーマに関して先行して研究をされていた有田拳さんに御礼申し上げます。研究資料を細かく残して下さったおかげで一つひとつしっかりと理解しながら研究を進めることができました。また、私が困ったときには親身に相談に乗って下さいました。

最後にお世話になった小田部研究室の皆様に深く感謝申し上げます。